



Concours AMCPE session 2015
Composition : Physique 5 (thermodynamique)
Durée : 3 Heures

1- CAPACITE THERMIQUE

On immerge, dans un calorimètre de capacité thermique totale (eau comprise) $C = 2 \text{ kJ/K}$ et de température $T_i = 288 \text{ K}$, un serpentin parcouru par de l'hydrogène qui entre à la température $T_e = 353 \text{ K}$ et sort à la température T_s du calorimètre. La pression de l'hydrogène est constante.

1-1 Qu'est-ce qu'un calorimètre? (2 lignes)

1-2 Qu'est-ce que la capacité thermique d'un corps? (2 lignes)

1-3 Montrer que T varie au cours du temps selon une loi de la forme: $T_s(t) = T_e - (T_e - T_i) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$

a/ Que représente τ ?

b/ Exprimer τ en fonction de C , de la capacité thermique massique c_p du fluide et du débit massique q_m .

1-4 Au bout de 1 mn 40 s, la température T_s atteint 323 K. En déduire c_p sachant que $q_m = 1.2 \text{ g/s}$

2-ÉTUDE THERMODYNAMIQUE D'UNE MOLE D'EAU

Ce problème analyse l'évolution des fonctions thermodynamiques d'une mole d'eau au cours de deux transformations réversibles indépendantes. L'attention des candidats est attirée sur l'importance des valeurs numériques (y compris leurs signes).

Notations : les variables directement mesurables sont la pression P , le volume V et la température T .

On considère une transformation élémentaire réversible d'un système. On admettra que les deux premiers principes de la thermodynamique s'expriment alors en écrivant que les variations dU et dS des fonctions d'état — énergie interne U et entropie S — sont des différentielles totales.

2-1 Énoncé les deux premiers principes de la thermodynamique pour cette évolution.

2-2 La différentielle totale d'une fonction A dépendant des deux variables indépendantes x et y , soit

$A = A(x,y)$, s'écrira sous la forme: $dA = B dx + C dy$, où: $B = \left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)_y$ et $C = \left(\frac{\partial A}{\partial y}\right)_x$

a/ Quelle condition doivent satisfaire les « dérivées partielles » B et C ?

b/ En se référant au 2-1 établir une relation entre dU et dS et montrer que l'énergie interne U d'un corps pur peut-être considérée comme fonction des deux variables, S et V , soit $U = U(S,V)$.

2-3) Exprimer la température T et la pression P en fonction de dérivées partielles de U clairement établies.

2-4 Dédire une relation entre une certaine dérivée partielle de T et une autre dérivée partielle de P.

2-5 La « fonction enthalpie » $H = U + PV$ joue le rôle d'une fonction thermodynamique adaptée à un couple de variables que l'on précisera. Exprimer T et V en fonction de dérivées partielles de H.

2-6 Dédire une relation entre une certaine dérivée partielle de T et une autre dérivée partielle de V.

2-7 Soient F l'énergie libre de Helmholtz définie par $F = U - TS$ et G l'enthalpie libre de Gibbs définie par $G = H - TS$.

a/ F joue le rôle d'une fonction thermodynamique adaptée à un couple de variables que l'on précisera. De même G joue le rôle d'une fonction thermodynamique adaptée à un couple de variables que l'on précisera.

b/ Établir en particulier les deux relations : $\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$ et $-\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T = \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$

3- APPLICATION

On comprime réversiblement une mole d'eau depuis une atmosphère égale à $1.013 \cdot 10^5$ Pa jusqu'à la pression de 100 atmosphères. Pendant cette compression la température T demeure constante et égale à 323.2 K. À cette température le coefficient de dilatation $\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$ vaut $4.65 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$, et

le volume massique $\nu = 1.012 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}$.

On admettra que la variation de volume est négligeable pendant la compression.

3-1 Exprimer $\frac{dH}{dP}$ en fonction de V, T et $\frac{dS}{dP}$.

3-2 Justifier l'égalité $\frac{dS}{dP} = \left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T$ et exprimer cette grandeur en fonction de α et de V.

3-3 En déduire la variation ΔH d'enthalpie lors de la compression, en fonction de V, α , T et ΔP .

3-4 *Application numérique.* Calculer ΔH pour une mole d'eau. On prendra comme masse molaire de l'eau $M = 18.02 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$.

3-5 En déduire ΔU , littéralement et numériquement.

3-6 Exprimer en fonction de α , V et ΔP .

Application numérique : calculer ΔS pour la compression envisagée.

3-7 Que peut-on dire, sans calcul numérique, sur la variation ΔF d'énergie libre de Helmholtz ?

3-8 Déterminer enfin ΔG . Faire l'application numérique.

3-9 Montrer que la connaissance de ΔG permet de remonter à une solution plus brève pour les autres variations.