

DIRECTION GENERALE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR (DGES)

DIRECTION DE L'ORIENTATION ET DES EXAMENS (DOREX)

BREVET DE TECHNICIEN SUPERIEUR / SESSION 2012

FILIERE INDUSTRIELLE : RESEAUX INFORMATIQUES ET TELECOMMUNICATION

EPREUVE : **TRAITEMENT DES SIGNAUX ET MATHEMATIQUES**

Durée de l'épreuve : 4 Heures

Coefficient de l'épreuve : 4

EXERCICE N° 1 :

On considère la fonction numérique de la variable réelle f définie sur \mathbb{R} , périodique de période 4, impaire, telle que

$$\begin{cases} f(t) = t & \text{si } t \in [0,1[\\ f(t) = 2-t & \text{si } t \in [1,2[\end{cases}$$

1°)

- Déterminer $f(0^-) = \lim_{t \rightarrow 0^-} f(t)$.
- Déterminer $f(4^+) = \lim_{t \rightarrow 4^+} f(t)$.
- Représenter graphiquement la fonction f sur l'intervalle $[-9; 10]$ dans un repère orthonormé d'unité graphique 1 cm.

2°)

Soit $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ les coefficients de Fourier réels de la fonction f .

- Donner la valeur de a_n pour tout $n \in \mathbb{N}$.
- Montrer que $b_n = \frac{8}{\pi^2 n^2} \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.
- Donner les expressions de b_{2p} ($p \in \mathbb{N}^*$) et b_{2p+1} ($p \in \mathbb{N}$).

3°)

$S_f(t)$ désigne la série de Fourier de f au point t .

- Donner l'expression de $S_f(t)$.
- Montrer que $\forall t \in [0,1[\cup]1,2[$, $S_f(t) = f(t)$.
- A-t-on $S_f(1) = f(1)$? Justifier.

4°)

- Déterminer le fondamental de f noté f_1 .
- Soit E l'énergie du fondamental sur une période. Déterminer E .
- Donner le spectre de fréquence unilatéral de f . (On se limitera à $n \leq 6$)