Ministère de l'Economie Numérique des télécommunications et de l'innovation

**Classes :** SRIT1 **A-U :** 22/23
**Enseignant :** Ano KOUADJO
**Matière :** Electronique Numérique **Date :** 02/2023

# FICHE DE TRAVAUX DIRIGES SERIE N°2

## Algèbre de Boole & Portes logiques

**IMPORTANT :** Cette série de TD comporte dix (10) exercices à préparer à la maison (i.e. à faire obligatoirement par chaque étudiant) ; un contrôle, suivi de sanctions pour tous ceux qui ne les auront pas faits, sera systématiquement effectué à chacune des séances. Aucune excuse ne sera ni acceptée, ni tolérée.

### Exercice 1 : tables de vérité et formes canoniques

Établir les tables de vérité des fonctions suivantes, puis les écrire sous les deux formes canoniques :

1. $F_1 = XY + YZ + XZ$
2. $F_2 = X + YZ + \overline{Y}\,\overline{Z}\,T$
3. $F_3 = (X + Y)(\overline{X} + Y + Z)$
4. $F_4 = (\overline{X} + \overline{Z})(X + \overline{T} + Z)Y\overline{Z}$
5. $F_5 = (\overline{X}Y + X\overline{Y})\overline{Z} + (\overline{X}\,\overline{Y} + XY)Z$
6. $F_6 = \overline{X} + YZ$
7. $F_7 = \overline{X}\,\overline{Y}\,Z + X\overline{Y}\,Z + X\overline{Y}\,\overline{Z} + XY\,\overline{Z} + XYZ$
8. $F_8 = (\overline{X} + \overline{Y} + Z)(X + \overline{Y} + Z)(X + \overline{Y} + \overline{Z})(X + Y + \overline{Z})(X + Y + Z)$

### Exercice 2 : simplification algébrique

A l'aide des théorèmes de Boole (vus en cours) simplifiez les expressions booléennes suivantes :

1. $F_1 = (X + Y)(\overline{X} + Y)$
2. $F_2 = \overline{X}\,\overline{Y} + XY + \overline{X}Y$
3. $F_3 = XY + \overline{Z} + Z(\overline{X} + \overline{Y})$
4. $F_4 = X(\overline{Y}\,\overline{Z} + YZ) + \overline{X}Y\overline{Z} + \overline{X}\,\overline{Y}\,Z$
5. $F_5 = (X + \overline{Y})(X\overline{Y} + Z)Z$
6. $F_6 = X\overline{Y} + Z\overline{T} + \overline{X}\,\overline{Y} + \overline{Z}\,\overline{T}$
7. $F_7 = (X + Y + Z)(\overline{X} + Y + Z) + XY + YZ$

**Exercice 3 : simplification par diagramme de KARNAUGH**

Donner les expressions minimales de chacun de diagrammes de KARNAUGH suivants :

| | $\overline{C}$ | C |
|---|---|---|
| $\overline{A}\overline{B}$ | 0 | 0 |
| $\overline{A}B$ | 0 | 1 |
| $AB$ | 0 | 0 |
| $A\overline{B}$ | 1 | 0 |

| | $\overline{C}$ | C |
|---|---|---|
| $\overline{A}\overline{B}$ | 0 | 1 |
| $\overline{A}B$ | 0 | 1 |
| $AB$ | 0 | 1 |
| $A\overline{B}$ | 0 | 1 |

| | $\overline{C}$ | C |
|---|---|---|
| $\overline{A}\overline{B}$ | 1 | 1 |
| $\overline{A}B$ | 1 | 0 |
| $AB$ | 1 | 0 |
| $A\overline{B}$ | 1 | 1 |

| | $\overline{C}$ | C |
|---|---|---|
| $\overline{A}\overline{B}$ | 0 | 0 |
| $\overline{A}B$ | 1 | 1 |
| $AB$ | 1 | 1 |
| $A\overline{B}$ | 1 | 1 |

| | $\overline{C}$ | C |
|---|---|---|
| $\overline{A}\overline{B}$ | 0 | 0 |
| $\overline{A}B$ | 1 | 1 |
| $AB$ | 1 | 0 |
| $A\overline{B}$ | 1 | 0 |

| | $\overline{C}$ | C |
|---|---|---|
| $\overline{A}\overline{B}$ | 0 | 0 |
| $\overline{A}B$ | 1 | 1 |
| $AB$ | 1 | 1 |
| $A\overline{B}$ | 0 | 1 |

| | $\overline{C}\overline{D}$ | $\overline{C}D$ | $CD$ | $C\overline{D}$ |
|---|---|---|---|---|
| $\overline{A}\overline{B}$ | 1 | 1 | 0 | 0 |
| $\overline{A}B$ | 0 | 1 | 1 | 0 |
| $AB$ | 0 | 0 | 1 | 1 |
| $A\overline{B}$ | 0 | 0 | 1 | 1 |

| | $\overline{C}\overline{D}$ | $\overline{C}D$ | $CD$ | $C\overline{D}$ |
|---|---|---|---|---|
| $\overline{A}\overline{B}$ | 0 | 0 | 1 | 1 |
| $\overline{A}B$ | 0 | 0 | 1 | 1 |
| $AB$ | 1 | 1 | 1 | 1 |
| $A\overline{B}$ | 1 | 1 | 1 | 1 |

## Exercice 4 : méthode de KARNAUGH

Simplifier les expressions suivantes par la méthode de KARNAUGH :

**1.**

$F(A,B,C) = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}\,C + \overline{A}\,B\overline{C} + AB\overline{C} + A\overline{B}\,\overline{C} + A\overline{B}\,C$

$F(A,B,C) = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}\,BC + A\overline{B}\,C + AB\overline{C}$

$F(A,B,C) = \overline{A}\,\overline{B}\,C + A\overline{B}\,\overline{C} + AB\overline{C}$, sachant que la valeur de F pour les états $\overline{A}\,BC$ et $ABC$ est indifférente.

$F(A,B,C) = (A+B+C)(A+\overline{B}+\overline{C})(\overline{A}+\overline{B}+C)(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})(\overline{A}+B+C)$

Utiliser les zéros du tableau de Karnaugh et donner le résultat sous forme conjonctive.

**2.**

$F(A,B,C,D) = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,D + \overline{A}\,\overline{B}\,CD + \overline{A}\,B\overline{C}\,D + \overline{A}\,BC\overline{D} + \overline{A}\,BCD + AB\overline{C}\,D + A\overline{B}\,\overline{C}\,D + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}$

$F(A,B,C,D) = \overline{A}\,B\overline{C}\,\overline{D} + A\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,D + AB\overline{C}\,D + \overline{A}\,BCD + A\overline{B}\,CD + \overline{A}\,\overline{B}\,C\overline{D} + ABC\overline{D}$

$F(A,B,C,D) = (A+B+C+D)(A+\overline{B}+C+D)(A+\overline{B}+C+\overline{D})(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}+\overline{D})(A+\overline{B}+\overline{C}+D)$
$(\overline{A}+B+\overline{C}+D)$

$F(A,B,C,D) = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,D + \overline{A}\,\overline{B}\,C\overline{D} + \overline{A}\,B\overline{C}\,\overline{D} + \overline{A}\,B\overline{C}\,D + A\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}$, sachant que deux combinaisons de variables sont impossibles : $AB\overline{C}D$, et $A\overline{B}\,C\overline{D}$.

$F(A,B,C,D) = A\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} + \overline{A}\,B\overline{C}\,D + A\overline{B}\,CD + A\overline{B}\,\overline{C}\,D + \overline{A}\,BCD + \overline{A}\,B\overline{C}\,\overline{D} + ABC\overline{D}$, sachant que quatre combinaisons de variables sont impossibles : $AB\overline{C}D, ABCD, \overline{A}\,\overline{B}\,C\overline{D}$, et $A\overline{B}\,C\overline{D}$.

$F(A,B,C,D)$ prend la valeur 1 pour les combinaisons suivantes des variables booléennes $A$, $B$, $C$, et $D$ : $A\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}, \overline{A}B\overline{C}\,\overline{D}, \overline{A}B\overline{C}D, \overline{A}BC\overline{D}, AB\overline{C}D, ABC\overline{D}, A\overline{B}\,C\overline{D}$. La valeur de F peut être quelconque pour les combinaisons $\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,D$, $\overline{A}\,BCD$, $A\overline{B}\,CD$, $\overline{A}\,\overline{B}\,C\overline{D}$, et $A\overline{B}\,C\overline{D}$.

## Exercice 5 : portes logiques

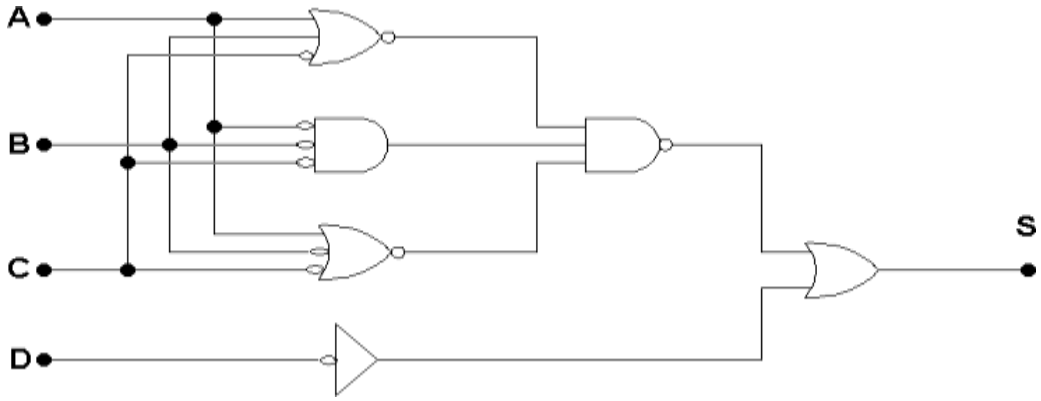
Soient :

- ✓ X=AB
- ✓ Y=A+B

1. Réaliser les circuits correspondant respectivement à X et à Y en n'utilisant que des portes logiques NAND (NON ET).
2. Réaliser les circuits correspondant respectivement à X et à Y en n'utilisant que des portes logiques NOR (NON OU).
3. Réaliser le circuit logique correspondant à l'expression $W = \overline{AB.(\overline{C+D})}$ à l'aide des portes logiques NAND (NON ET).
4. Réaliser le circuit logique correspondant à l'expression $Z = \overline{A\overline{B}.(\overline{C+D})}$ à l'aide des portes logiques NOR (NON OU).

**Exercice 6 : Fonction logique à partir d'un logigramme**

Soit le circuit logique suivant




1. Écrire l'expression de la sortie S
2. Simplifier cette expression avec un diagramme de KARNAUGH
3. Dessiner le circuit matérialisant l'expression simplifiée.

**Exercice 7 : propriété matricielle de la table de KARNAUGH**

Soit la fonction complémentée suivante : $\overline{F} = \left(\overline{A}+\overline{C}\right)\left[\left(\overline{A}+\overline{B}\right)\left(\overline{B+\overline{D}}\right)+AB\left(B+\overline{D}\right)\right]$.

On désire Trouver la forme minimale de F en utilisant les propriétés du tableau de Karnaugh.

On pose alors : $G = \overline{A}+\overline{C}$, $H = \overline{A}+\overline{B}$ et $K = B+\overline{D}$

1. Donner les tables de Karnaugh des fonction G*(A,B,C,D), H (A,B,C,D),* et *K(A,B,C,D).*
2. En déduire les tables de Karnaugh de $\overline{F}$ puis de $F$ et donner la fonction simplifier de $F$ .
3. Construire le logigramme de F.

**Exercice 8 : conditions de délivrance de la police d'assurance n° 15**

Les conditions de délivrance de la police d'assurance n° 15 sont les suivantes :

- avoir souscrit à la police n° 10, être du sexe masculin et marié,

ou

- n'avoir pas souscrit à la police n° 10, être du sexe féminin et mariée,

ou

- avoir souscrit à la police n° 10, être marié et âgé de moins de 25 ans,

ou

- être marié(e) et avoir plus de 25 ans,

ou

- être du sexe masculin et âgé de moins de 25 ans.

1. Exprimer sous forme d'une expression logique la condition de délivrance de la police d'assurance n° 15
2. en utilisant la méthode de simplification de Karnaugh. Tracer le logigramme correspondant à l'aide de portes NON ET.

**Exercice 9 : commande de moteurs**

Trois interrupteurs I1, I2, et I3 commandent le démarrage de deux moteurs M1 et M2 selon les conditions suivantes :

- Le moteur M1 ne doit démarrer que si au moins deux interrupteurs sont fermés (Ii = 1),

- Dès qu'un ou plusieurs interrupteurs sont activés, le moteur M2 doit démarrer.

Réaliser un circuit logique permettant de réaliser M1 et M2 avec des opérateurs NON ET.

**Exercice 10 : distributeur Automatique de boissons**

Un distributeur de boissons chaudes permet de distribuer du café ou du thé, avec ou sans lait, ou du lait seul.

Trois boutons permettent de commander le distributeur : « café », « thé », « lait ». Pour obtenir l'une de ces boissons seule, il suffit d'appuyer sur le bouton correspondant. Pour obtenir une boisson avec lait, il faut appuyer en même temps sur le bouton correspondant à la boisson choisie et sur le bouton « lait ».

De plus, le distributeur ne fonctionne que si un jeton a préalablement été introduit dans la fente de l'appareil. Une fausse manœuvre après introduction du jeton (par exemple, appui simultané sur « café » et « thé ») provoque la restitution du jeton. Le lait étant gratuit, le jeton est également restitué si du lait seul est choisi.

Calculer et simplifier les fonctions de restitution du jeton, J, de distribution du café, C, du thé T, et du lait, L. On notera que la fonction de restitution du jeton peut indifféremment être active ou non lorsque aucun jeton n'est introduit dans l'appareil.