ESATIC Année académique 2014/2015 Licence1

**LOGIQUE ET RAISONNEMENT MATHEMATIQUE**

**FICHE DE TD N°1**

## Exercice 1

1- Ecrire en extension les ensembles suivants :

A= $\{x\epsilon\mathbb{R}/E(x)=-1\}\cap\mathbb{Z}^*$

B= $\{(x;y)\ \epsilon\mathbb{R}^2/\ (2x+y-1)\ (x-2y+1=0)\ et\ x^2=y^2\}$

C= $\{x\epsilon\mathbb{R}/\exists\ (n;p)\ \epsilon\mathbb{N}\times\mathbb{N}^*:x=\frac{n}{p}\ et\ 4\leq p\leq 2n\leq 7\}$

2- Ecrire en compréhension les ensembles suivants :

E= $\left\{0;\frac{1}{2};\frac{8}{9};\frac{27}{28}\ldots.\right\}$

F=$\left\{\frac{\pi}{2};\frac{2\pi}{3};\frac{3\pi}{4}\ldots\right\}$

G=$\{(0;1);(0;-1);(1;0);(-1;0)\}$

## Exercice 2

Soit A = $\{a;b;c\}$

1- Complète : a …… A $\{a\}$……A $\{a\}$……$\mathcal{P}(A)$ $\emptyset$……A $\emptyset$ ……$\mathcal{P}(A)$ $\{\{a\}\}$……. $\mathcal{P}(A)$

2- Soit E un ensemble fini non vide de cardinal n. $\mathcal{P}(E)$ l'ensemble des parties de E. Démontrer que card $(\mathcal{P}(E))=2^n$ .

## Exercice 3

1- Soient A et B deux parties d'un ensemble E.

a- Démontrer que A$\cup B$ = A$\cap B$ $\Leftrightarrow$ A = B.

b- Démontrer que si $A\subset B$ alors $\complement_E^B\subset\complement_E^A$.

c- $\complement_E^A\setminus\complement_E^B$ = B$\setminus A$ .

d- Démontrer que $\complement_E^{A\cup B}$ = $\complement_E^A\cap\complement_E^B$.

2- Soient A ; B et C trois ensembles.

a- Démontrer que si A$\cup B$ =A$\cap C$ $\Leftrightarrow B\subset A\subset C$.

b- Démontrer que si A$\cup B\subset$ A$\cup C$ et A$\cap B\subset \mathrm{A}\cap C$ alors $B\subset C$.

c- Démontrer que : A $\setminus(B\cap C)=(A\setminus B)\cup(A\setminus C)$.

## Exercice 4

Soient *A* et *B* deux parties de *E*, on appelle différence symétrique de *A* et *B*, l'ensemble :

A $\Delta B$ = (A$\setminus$B)$\cup$ $(B\setminus A)$.

1- Déterminer $A\Delta A;\ A\Delta\emptyset;A\Delta E\ et\ A\Delta\complement_E^A$.

2- Démontrer que A $\Delta B$ = (A$\cup$ $B$) $\setminus$ (A$\cap$ $B$).

3- $A\Delta\mathrm{B}=A\Delta\mathrm{C}\ \Leftrightarrow\ B=C$.

4- $A\Delta\mathrm{B}=\mathrm{A}\cap B\Rightarrow$ A=B = $\emptyset$ .

## Exercice 5

Soient $E$ un ensemble et $A$ et $B$ deux parties de $E$. On suppose que :

$A\cap B=\emptyset$ ; $A\cup B\neq E;A\subsetneq B;B\subsetneq A$. On pose :

$A_1=A\cap B$ $A_2=$ $A\cap\complement_E^B$ $A_3=B\cap\complement_E^A$ et $A_4=\complement_E^{A\cup B}$.

Démontrer que la famille $\{A_1;A_2;A_3;A_4\}$ réalise une partition de E.