

**Travaux Dirigés Série n° 1**

**Exercice 1 : Analogie onde lumineuse - onde électromagnétique**

*Un complément de cours sur les ondes lumineuses sera fourni et expliqué par le professeur.*

Une onde électromagnétique plane progressive sinusoïdale, de fréquence  $\nu$ , et polarisée rectilignement dans la direction  $oy$  se propage dans le vide, le long de l'axe  $x'x$  dans le sens négatif ( $x < 0$ ).

En utilisant la fréquence  $\nu$  et la célérité  $c$  de l'onde dans le vide :

- 1) Calculer le champ électrique  $\vec{E}$  de cette onde
- 2) a- Déterminer de deux façons différentes le champ magnétique  $\vec{B}$  de cette onde.
  - b- En déduire pour  $\vec{B}$  :
    - l'amplitude  $\vec{B}_0$  ;
    - la phase  $\Phi$  à la date  $t$
    - la phase  $\Phi_0$  à l'origine des dates.
- 3) Le milieu de la propagation étant non absorbant :
  - a- Déterminer la surface équiphasse  $\sum_t$  à une date  $t$  donnée.
  - b-  $\sum_t$  est-elle aussi une surface d'onde ? (expliquez votre réponse).
- 4) a- Calculez le vecteur de Poynting  $\vec{P}$ .
  - b- En déduire la direction des rayons lumineux.

*On assimilera l'onde électromagnétique considérée à une onde lumineuse.*
- 5) a- Représenter sur une même figure les rayons lumineux et les surfaces d'onde.
  - b- Le théorème de Malus\* est-il vérifié ici ?

*\*à définir (donc à rechercher !)*

**Exercice 2 : Rayons lumineux dans un milieu inhomogène – Détermination d'une loi de répartition des indices.**

L'équation différentielle vectorielle dite « équation des rayons lumineux » en milieu d'indice  $n$  variable est donnée par :  $\frac{d}{ds}(n\vec{T}) = \overrightarrow{grad}n$ . On désigne respectivement  $\vec{T}$  et  $\vec{N}$  les vecteurs unitaires tangents en  $M(x, y, z)$  (dans le sens de la lumière) et normal en  $M$  à la trajectoire  $(C)$  d'un rayons lumineux ;  $s$  désigne l'abscisse curviligne de  $M$ .

On désire obtenir des rayons lumineux de forme sinusoïdale d'équation  $z = a \cdot \sin(bx)$  dans un milieu inhomogène, limité par les plans  $z = -a$  et  $z = a$  ; l'indice  $n$  en tout point  $M$  de ce milieu ne dépend que de la côte  $z$  de  $M$ .

Déterminer la loi  $n(z)$  à l'aide des constantes  $a, b$  et  $n_0 = n(0)$ .

**Exercice 2 : Relation entre l'indice et la longueur d'onde**

On mesure l'indice d'un verre pour différentes longueurs d'onde (dans le vide) :

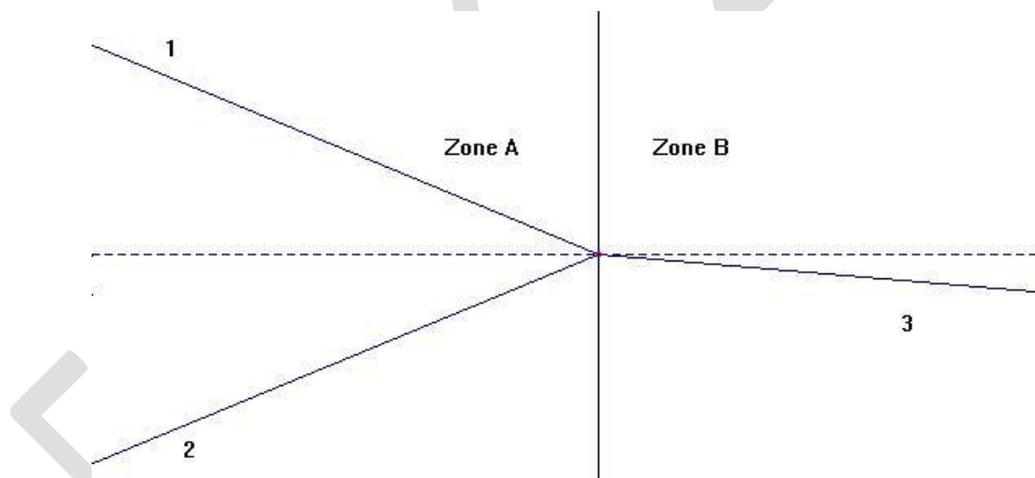
$\lambda$ (nm)	400	500	600	700	800
$n(\lambda)$	1,500	1,489	1,482	1,479	1,476

On veut déterminer les coefficients  $A$  et  $B$  de la relation de CAUCHY :  $n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2}$

- 1) Déterminer les unités de  $A$  et  $B$ .
- 2) Expliquer pourquoi il ne faut pas étudier  $n$  en fonction de  $\lambda$ , mais  $n$  en fonction de  $\frac{1}{\lambda^2}$
- 3) A l'aide d'une calculatrice, déterminer  $A$  et  $B$  par régression linéaire.
- 4) En déduire  $n$  pour  $\lambda = 633$  nm

**Exercice 3**

Un fin pinceau lumineux arrive sur un dioptre plan séparant l'eau de l'air. On donne  $n_{\text{eau}}=1,33$ . On représente les rayons observés sur la figure ci-dessous :



2

En justifiant vos réponses :

1. Identifier les différents rayons
2. Indiquer le sens de propagation de la lumière
3. Dans quelle zone l'eau se trouve-t-elle ?
4. Calculer l'angle limite de réfraction
5. Généraliser le résultat en précisant la zone où se trouve l'angle limite en fonction de la différence de réfringence des milieux en présence et les conséquences sur la propagation de la lumière d'un milieu vers l'autre.

### **Exercice 4 : La loi de la réfraction**

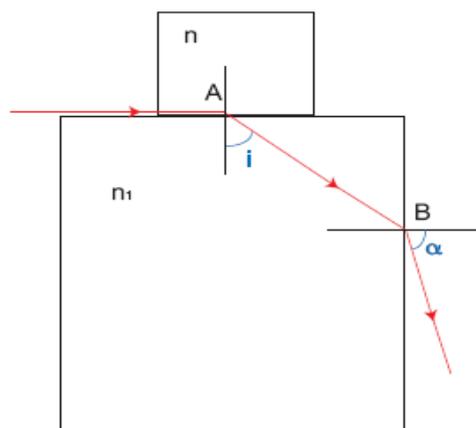
Un rayon lumineux dans l'air tombe sur la surface d'un liquide ; il fait un angle  $\alpha = 56^\circ$  avec le plan horizontal. La déviation entre le rayon incident et le rayon réfracté est  $\theta = 13,5^\circ$ .

Quel est l'indice  $n$  du liquide ?

### **Exercice 5 : Réfractométrie**

Pour mesurer l'indice  $n$  d'un milieu solide transparent, on taille dans ce matériau un cube que l'on place sur un autre cube en verre d'indice  $n_1$ . On envoie un pinceau de lumière monochromatique sous incidence rasante sur la surface de séparation entre les deux cubes en A, et on mesure l'angle d'émergence  $\alpha$  dans l'air en B (voir figure 2).

1. Énoncer les lois de SNELL-DESCARTES.
2. Écrire la troisième loi de DESCARTES pour les réfractions en A puis en B.
3. À partir des deux relations précédentes, donner l'expression de  $n^2$  en fonction de  $n_1$  et  $\alpha$ . Sachant que  $n_1 = 1,7321$  et que  $\alpha = 60^\circ$ , calculer la valeur de  $n$ .



3

### **Exercice 6 : Angle limite de réfraction - Réflexion totale**

On considère un parallélépipède de verre d'indice  $n=1,5$ . Un rayon arrive au point d'incidence I avec un angle d'incidence  $i$  ; il pénètre dans le prisme et on appelle  $r$  l'angle de réfraction. Au point J, sur la deuxième face, il se réfléchit en formant un angle  $\gamma$  avec la normale. Enfin il ressort par la troisième face au point K sous l'angle  $i'$ .

1. Faire une figure.
2. Établir les relations entre les différents angles en I, J et K.
3. Montrer que le rayon ne peut pas se réfracter en J.
4. Montrer qu'il ne peut pas y avoir réflexion totale en K.
5. Calculer la déviation  $D$  subie par le rayon à la traversée du parallélépipède.

**Exercice 7 : Fibre optique à saut d'indice**

Une fibre optique cylindrique placée dans l'air d'indice  $n_0$  est constituée d'un cœur cylindrique transparent d'axe  $Ox$ , de rayon  $R_1$  et d'indice constant  $n_1$ , entouré d'une gaine transparente d'indice constant  $n_2$  (inférieur à  $n_1$ ).

Un rayon lumineux (R) monochromatique dans l'air atteint la face d'entrée de la fibre optique en O, sous l'angle d'incidence  $\theta$ . On donne  $n_0=1,000$  ;  $n_1=1,515$  ;  $n_2=1,490$  ;  $R_1=40 \mu\text{m}$  et la célérité  $c=3.10^8$  m/s de la lumière dans le vide.

1/ Montrer que le rayon (R) ne peut se propager à l'intérieur de la fibre (guidage du rayon dans le cœur) que si l'angle d'incidence  $\theta$  est inférieur à une valeur limite  $\theta_0$  qu'on exprimera en fonction de  $n_0$ ,  $n_1$ , et  $n_2$ . Calculer l'angle d'acceptance  $\theta_0$ .

2/ Exprimer les chemins optiques  $[L_1]$  et  $[L]$  suivis par (R) respectivement :

- entre le point O et le premier point  $A_1$  où (R) coupe l'axe  $Ox$ , en fonction de  $n_0$ ,  $n_1$ ,  $\theta$  et  $R_1$  ;
- entre le point O et la sortie de la fibre optique de longueur  $l \gg OA_1$ , en fonction de  $n_0$ ,  $n_1$ ,  $\theta$  et  $l$ .

3/ un détecteur placé dans le cœur de la fibre, dans le plan d'équation  $x=c$ te, perçoit à l'instant  $\tau$  le signal lumineux émis en O ( $x=0$ ) à l'instant  $t=0$ .

- Exprimer  $\tau$  en fonction de  $n_0$ ,  $n_1$ ,  $\theta$ ,  $x$  et  $c$ .

On rappelle que le chemin optique  $L(AB)$  représente la distance que la lumière aurait parcourue dans le vide pendant le temps qu'elle met, dans le milieu réel de propagation, pour aller de A à B.

- Dans le cas où  $\theta=0$ , exprimer  $\tau$  (noté alors  $\tau_0$ ), en fonction de  $n_1$ ,  $x$  et  $c$ .

Retrouver ce résultat par une autre méthode.

- Le détecteur étant à  $x=2$  km de l'entrée O, calculer  $\tau_0$