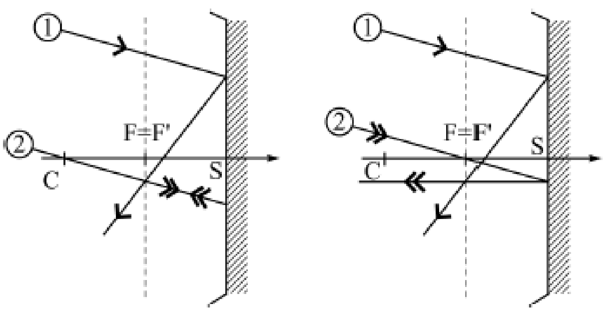
ELEMENTS DE CORRECTION TD 3

Exercice 1 :

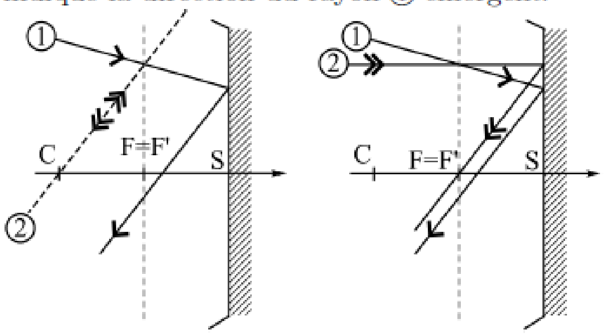
C-

1) On trace un rayon ② parallèle à ① passant par C (il n'est pas dévié) ou par F (il émerge parallèlement à l'axe optique). Les deux rayons ① et ② incidents peuvent être supposés venir d'un objet ponctuel placé à l'infini dont l'image est un foyer image secondaire.



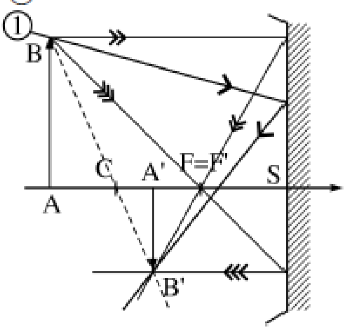
2) On trace un rayon ② incident venu de C et passant par l'intersection de ① avec le plan focal objet. Cette intersection peut être considérée comme un foyer objet secondaire dont l'image est à l'infinie. Les rayons émergents doivent donc être parallèles entre eux. Le rayon passant par C n'étant pas dévié, il indique la direction du rayon ① émergent.

On trace un rayon ② incident parallèle à l'axe optique passant par l'intersection de ① avec le plan focal objet. Cette intersection peut être considérée comme un foyer objet secondaire dont l'image est à l'infinie. Les rayons émergents doivent donc être parallèles entre eux. Le rayon ② émerge en passant par $F' = F$; il indique la direction du rayon ① émergent.



3) On imagine un objet AB dont l'extrémité B est traversée par ①.

On construit l'image $A'B'$ de AB en utilisant les rayons utiles issus de B et on complète ① sachant qu'il passe aussi par B'.



Exercice 2 : Association de dioptres sphériques.

Formule de conjugaison avec origine au sommet du premier dioptre : $\frac{n}{\overline{SA_1}} - \frac{n_1}{\overline{SA}} = \frac{n - n_1}{\overline{SC_1}}$ (1).

Formule de conjugaison avec origine au sommet du second dioptre : $\frac{n_2}{\overline{SA'}} - \frac{n}{\overline{SA_1}} = \frac{n_2 - n}{\overline{SC_2}}$ (2).

En additionnant (1) et (2), on obtient : $\frac{n_2}{\overline{SA'}} - \frac{n_1}{\overline{SA}} = \frac{n - n_1}{\overline{SC_1}} + \frac{n_2 - n}{\overline{SC_2}}$ (3), formule de conjugaison du système optique complet avec origine en S.

Formule de grandissement avec origine au sommet du premier dioptre : $\gamma_1 = \frac{n_1}{n}\frac{\overline{SA_1}}{\overline{SA}}$

Formule de grandissement avec origine au sommet du second dioptre : $\gamma_2 = \frac{n}{n_2}\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA_1}}$

Formule de grandissement avec origine au sommet du système optique complet : $\gamma = \gamma_1\gamma_2 = \frac{n_1}{n_2}\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$ (4).

Les équations (3) et (4) sont les équations d'un dioptre de rayon SC tel que : $\frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}} = \frac{n - n_1}{\overline{SC_1}} + \frac{n_2 - n}{\overline{SC_2}}$ soit $\overline{SC} = \frac{(n_2 - n_1)\overline{SC_1}\,\overline{SC_2}}{(n - n_1)\overline{SC_2} + (n_2 - n)\overline{SC_1}}$.

La formule de conjugaison du système optique complet est donc : $\frac{n_2}{\overline{SA'}} - \frac{n_1}{\overline{SA}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}}$ (5).

Si l'objet est positionné à $-\infty$ ($\overline{SA} = -\infty$), l'image sera positionnée au foyer image du système ($\overline{SA'} = \overline{S\Phi'}$), on obtient : $\overline{S\Phi'} = \frac{n_2\overline{SC}}{n_2 - n_1}$.

De la même manière, si l'image est positionnée à $+\infty$ ($\overline{SA'} = +\infty$), l'objet sera positionné au foyer objet du système ($\overline{SA} = \overline{S\Phi}$) ; on obtient : $\overline{S\Phi} = -\frac{n_1\overline{SC}}{n_2 - n_1}$.

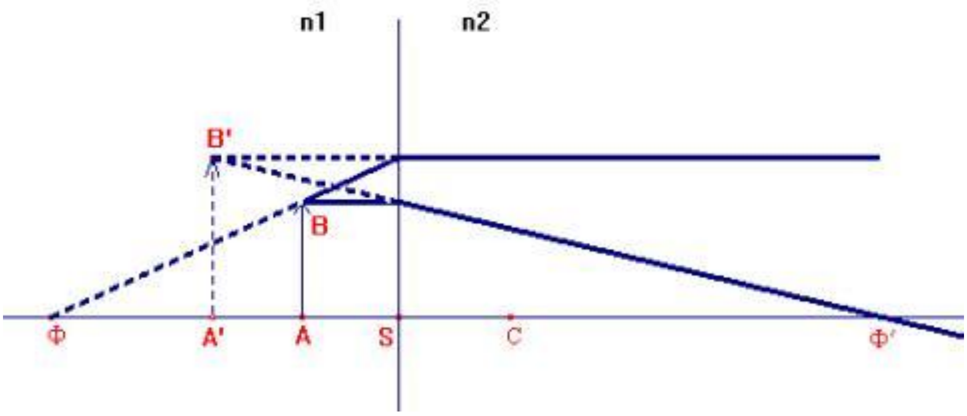
Le rapport des distances focales est donc $\frac{\overline{S\Phi'}}{\overline{S\Phi}} = -\frac{n_2}{n_1}$.

2) Si $\overline{SA} = -\frac{R}{2}$, on trouve $\overline{SC} = \frac{4}{7}R$, $\overline{S\Phi} = -\frac{12}{7}R$ et $\overline{S\Phi'} = \frac{16}{7}R$.

D'après l'équation (5), on a $\overline{SA'} = \frac{n_2\overline{SA}\,\overline{SC}}{(n_2 - n_1)\overline{SA} + n_1\overline{SC}}$ d'où $\overline{SA'} = -\frac{16}{17}R$.

$\gamma = \frac{n_1}{n_2}\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = \frac{\overline{SC}}{\overline{SC} + (n_2 - 1)\overline{SA}} = \frac{24}{17} \approx 1{,}4$

3)



4) On retrouve la « formule » des lentilles minces. L'étudiant vérifiera que $\frac{1}{\overline{S\Phi'}} = (n-1)\left(\frac{1}{\overline{SC_1}} - \frac{1}{\overline{SC_2}}\right)$ est donné par $\frac{1}{\overline{S\Phi'}} = (n-1)\left(\frac{1}{\overline{SC_1}} - \frac{1}{\overline{SC_2}}\right)$ alors même qu'il n'y a évidemment plus de dioptre équivalent puisque $n_2=n_1$ et $\overline{SC} = 0$

<u>Exercice 3</u> : Systèmes centrés

<u>Partie A :</u>

Formule de conjugaison avec origine au sommet du dioptre sphérique : $\frac{n}{\overline{S_1A_1}} - \frac{1}{\overline{S_1A}} = \frac{n-1}{\overline{S_1C_1}}$ (1).

Formule de conjugaison avec origine au sommet du dioptre plan : $\frac{1}{\overline{S_2A'}} = \frac{n}{\overline{S_2A_1}}$ (2)

<u>Détermination des foyers objet et image :</u>

Si on considère le système optique complet, en plaçant l'objet A en $-\infty$, l'image finale A' se trouve en Φ' foyer image du système centré. Si l'objet A se trouve en $-\infty$, l'image intermédiaire A_1 se trouve en F'_1 foyer image du dioptre sphérique. Le foyer image du système centré Φ' est donc l'image de F'_1 par le dioptre plan.

$$\boxed{\begin{matrix}-\infty\\1\end{matrix}} \xrightarrow{\text{Dioptre sphérique}} \boxed{\begin{matrix}F'_1\\n\end{matrix}} \xrightarrow{\text{Dioptre plan}} \boxed{\begin{matrix}\Phi'\\1\end{matrix}}$$

Soit :

Dans l'équation (1) : $\overline{S_1F'_1} = \frac{n\overline{S_1C_1}}{n-1}$.

Dans l'équation (2) : $\overline{S_2\Phi'} = \frac{\overline{S_2F'_1}}{n} = \frac{\overline{S_2S_1} + \overline{S_1F'_1}}{n} = -\frac{e}{n} + \frac{\overline{S_1C_1}}{n-1}$.

Si on considère le système optique complet, en plaçant l'image finale A' en $+\infty$, l'objet A se trouve en Φ foyer objet du système centré. Si l'image finale A' se trouve en $+\infty$, l'image intermédiaire A_1 se trouve en $+\infty$ (dioptre plan). Le foyer objet du système centré Φ est donc le foyer objet du dioptre sphérique F_1.

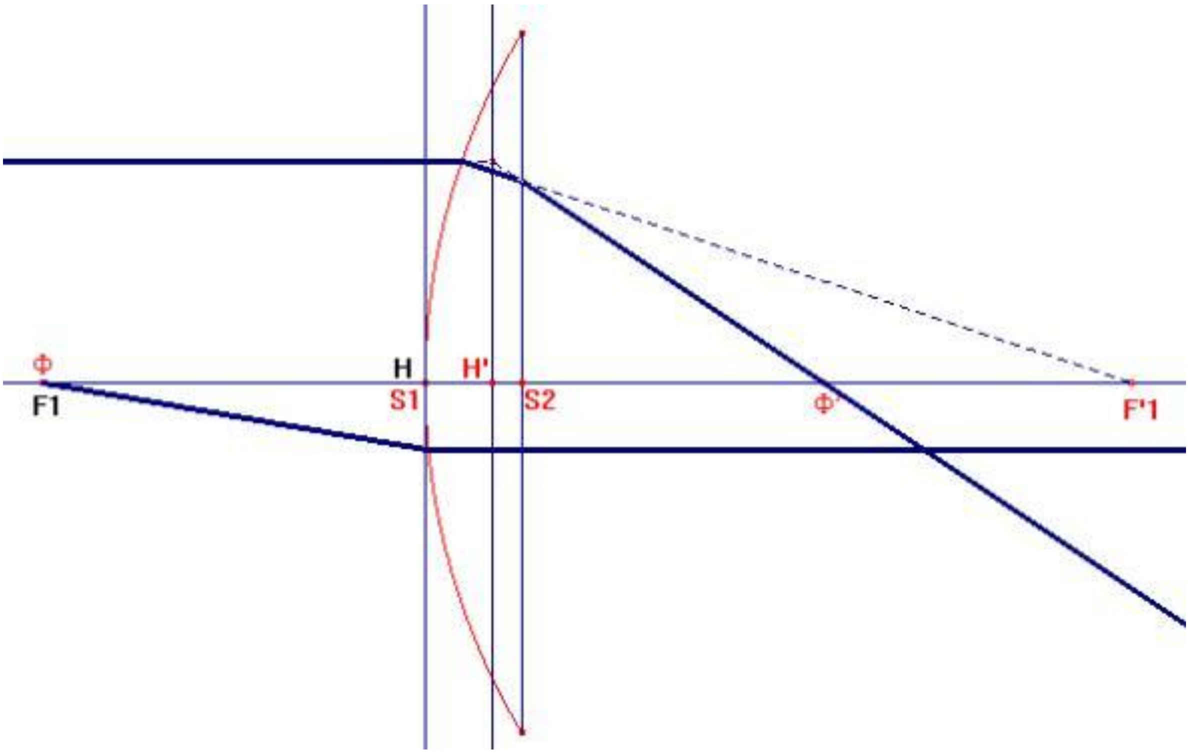
$$\boxed{\begin{matrix}F_1\\1\end{matrix}} \xrightarrow{\text{Dioptre sphérique}} \boxed{\begin{matrix}+\infty\\n\end{matrix}} \xrightarrow{\text{Dioptre plan}} \boxed{\begin{matrix}+\infty\\1\end{matrix}}$$

Soit :

D'après l'équation (2) : $\overline{S_1\Phi} = \overline{S_1F_1} = -\frac{\overline{S_1C_1}}{n-1}$

<u>Détermination des points principaux H et H' :</u>

Le plan principal objet passe par l'intersection du rayon incident passant par Φ et du rayon émergent parallèle à l'axe. Il est perpendiculaire à l'axe optique.
En se plaçant dans le cadre de l'approximation de Gauss, c'est le plan tangent au dioptre sphérique en S_1.
Soit $H \equiv S_1$.



$$\overline{H\Phi} = \overline{S_1\Phi} = -\frac{\overline{S_1C_1}}{n-1}$$

Les milieux extrêmes étant identiques $\overline{H'\Phi'} = -\overline{H\Phi} = \frac{\overline{S_1C_1}}{n-1}$ de plus $\overline{H'\Phi'} = \overline{H'S_2} + \overline{S_2\Phi'}$.

$\overline{S_2H'} = \overline{S_2\Phi'} + \overline{\Phi'H'} = \overline{S_2\Phi'} - \overline{H'\Phi'} = -\frac{e}{n} + \frac{\overline{S_1C_1}}{n-1} - \frac{\overline{S_1C_1}}{n-1} = -\frac{e}{n}$.

Les milieux extrêmes étant identiques, le plan principal image passe par l'intersection du rayon incident parallèle à l'axe et du rayon émergent passant par Φ'. Il est perpendiculaire à l'axe optique.

Les milieux extrêmes étant identiques, les points principaux et les points nodaux sont confondus : $H \equiv N$ et $H' \equiv N'$.

Calcul de l'interstice $\overline{HH'}$:

$$\overline{HH'} = \overline{S_1H'} = \overline{S_1S_2} + \overline{S_2\Phi'} + \overline{\Phi'H'} = e - \frac{e}{n} + \frac{\overline{S_1C_1}}{n-1} - \frac{\overline{S_1C_1}}{n-1} = e\left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

Si $e \to 0$, $\overline{HH'} \to 0$, les plans principaux sont confondus ainsi que les points nodaux et le centre optique : H≡N≡H'≡N'≡O.

Applications numériques

$\overline{S_1F'_1} = 15\text{cm}$, $\overline{S_2\Phi'} = 8\text{cm}$, $\overline{H\Phi} = -\overline{H'\Phi'} = 10\text{cm}$, $\overline{S_1C_1} = 5\text{cm}$, $\overline{S_1S_2} = 3\text{cm}$, $n = \frac{3}{2}$, $\overline{HH'} = 1\text{cm}$.

<u>Partie B :</u>

1) Formule de conjugaison avec origine au sommet du dioptre sphérique : $\frac{n}{\overline{S_1A_1}} - \frac{1}{\overline{S_1A}} = \frac{n-1}{\overline{S_1C_1}}$ (1).

Formule de conjugaison avec origine au sommet du dioptre plan : $\frac{1}{\overline{S_2A'}} = \frac{n}{\overline{S_2A_1}}$ (2)

A partir de l'équation (1), on obtient : $\overline{S_1A_1} = \frac{n\overline{S_1A}.\overline{S_1C_1}}{\overline{S_1C_1} + (n-1)\overline{S_1A}}$.

A partir de l'équation (2), on obtient :

$$\overline{S_2A'} = \frac{\overline{S_2A_1}}{n} = \frac{\overline{S_2S_1} + \overline{S_1A_1}}{n} = -\frac{e}{n} + \frac{\overline{S_1A_1}}{n} = -\frac{e}{n} + \frac{\overline{S_1A}.\overline{S_1C_1}}{\overline{S_1C_1} + (n-1)\overline{S_1A}}.$$

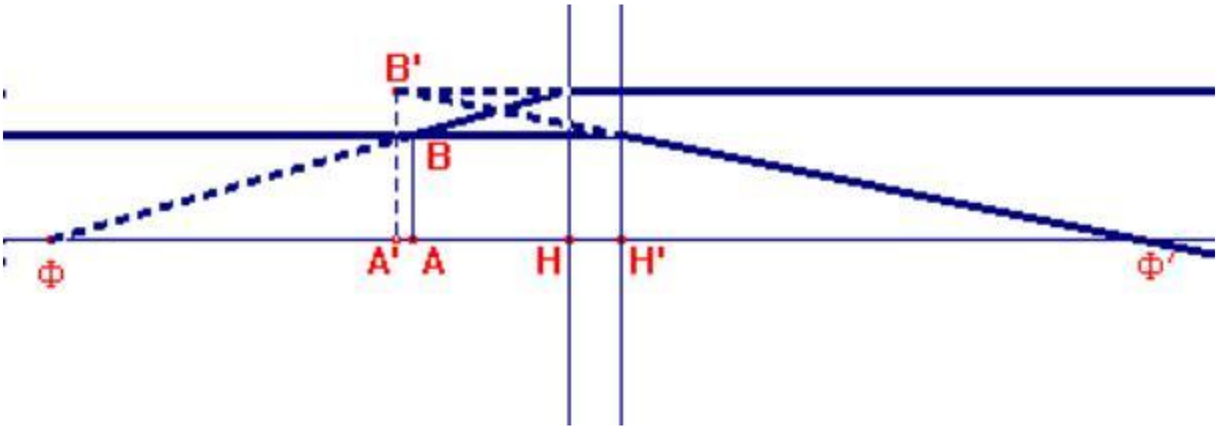
$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}}\frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}}$ car le grandissement d'un dioptre plan est 1 : $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} = 1$.

Formule de grandissement d'un dioptre sphérique avec origine au sommet :

$$\gamma = \frac{1}{n}\frac{\overline{S_1A_1}}{\overline{S_1A}} = \frac{.\overline{S_1C_1}}{\overline{S_1C_1} + (n-1)\overline{S_1A}}$$

Application numérique : $\overline{S_2A'} \approx -6{,}28\text{cm}$ et $\gamma \approx 1{,}43$

2)



ATTENTION : Pour des raisons de mise en page et de reprographie ce dessin n'est pas à l'échelle 1.

3) Formule de conjugaison d'un système centré : $\dfrac{1}{\overline{\mathrm{H'A'}}} - \dfrac{1}{\overline{\mathrm{HA}}} = \dfrac{1}{\overline{\mathrm{H'\Phi'}}}$

d'où $\overline{\mathrm{H'A'}} = \dfrac{\overline{\mathrm{HA}}\,\overline{\mathrm{H'\Phi'}}}{\overline{\mathrm{HA}} + \overline{\mathrm{H'\Phi'}}}$.

Avec $\overline{\mathrm{HA}} = -3\mathrm{cm}$, on obtient $\overline{\mathrm{H'A'}} \approx -4{,}28\mathrm{cm}$.

$\overline{\mathrm{H'A'}} = \overline{\mathrm{H'S_2}} + \overline{\mathrm{S_2A'}}$ donc $\overline{\mathrm{S_2A'}} = \overline{\mathrm{H'A'}} - \overline{\mathrm{H'S_2}} = -6{,}28\mathrm{cm}$.

$\gamma = \dfrac{\overline{\mathrm{H'A'}}}{\overline{\mathrm{HA}}} = 1{,}43$.

<u>Exercice 5</u> :

I.

Faire les constructions graphiques…

II.

Réponse :1. $\overline{O_1A} = -5{,}1mm$ ou $\overline{F_1A} = -0{,}1mm$ 3. 620 4. $f' = \frac{\overline{FF'}}{2} = 156mm$.