

Université Hassiba Benbouali de Chlef
Faculté de Technologie
Département de génie mécanique



Domaine : Sciences et techniques
Filière : Génie mécanique

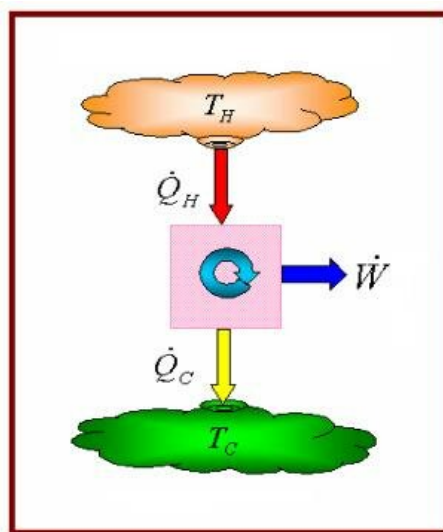
3^{ème} Année Licence
Spécialité : Énergétique industrielle

Polycopié de la matière

Thermodynamique Appliquée

Cours et exercices corrigés

Fait par : Dr. BERIACHE M'hamed
Maître de conférences « B »



Avant-propos

Ce polycopié de thermodynamique appliquée, est destiné aux étudiants de la 3^{ème} année licence énergétique spécialement ainsi qu'aux des étudiants des cycles courts et cycles longs du domaine sciences et techniques d'enseignement supérieur.

Le manuscrit est constitué de cours avec exercices corrigés, il est conforme aux programmes de thermodynamique appliquée agréée par le ministère. Sa présentation didactique est le fruit de plusieurs années d'expérience pédagogique de l'auteur.

Son contenu résulte de la lecture de nombreux ouvrages et documents dont la plupart sont cités dans les références bibliographiques.

TABLE DES MATIERES

CHAPITRE 01	Notions générales de thermodynamique	
1.1	Système thermodynamique et milieu extérieur	01
1.2	Etat du système	02
1.3	Transformation du système	03
1.4	Le cycle thermodynamique	04
1.5	Energie, travail et chaleur	05
1.5.1	L'énergie	06
1.5.2	Le travail	06
1.5.3	Calcul du travail pour différentes transformations	08
1.5.4	La chaleur	10
	<i>Exercices corrigés</i>	13
 CHAPITRE 02	 Les gaz parfaits, Transformations et 1^{er} principe de la Thermodynamique	
2.1	Gaz parfaits	17
2.2	Les équations d'état des gaz parfaits	18
2.3	Equation d'état des gaz parfaits	18
2.4	Représentations graphiques de l'équation de Clapeyron	19
2.5	Gaz semi-parfaits	20
2.6	Gaz réels	20
2.7	Le premier principe de la thermodynamique	20
2.8	Le calcul d'une transformation thermodynamique	21
2.9	Les transformations thermodynamiques de base	24
2.9.1	Transformation Isochore	24
2.9.2	Transformation Isobare	25
2.9.3	Transformation Isotherme	27
2.9.4	Transformation adiabatique	28
2.9.5	Tableau récapitulatif des équations de transformations	33
	<i>Exercices corrigés</i>	34
 CHAPITRE 03	 Transformations Quasi statiques, Entropie et 2^{ème} principe de thermodynamique	
3.1	Transformation quasi-statique	45
3.1.1	Définition	45
3.1.2	Exemple de transformation quasi statique	45
3.2	Transformation réversible	46
3.2.1	Définition	46
3.2.2	Exemple de transformation réversible	46
3.3	Transformation irréversible	47
3.3.1	Définition	47
3.3.2	Exemples de transformations irréversibles	47
3.3.3	Enoncé de Clausius	48
3.3.4	Enoncé de Kelvin-Plank	49

3.4	Postulats d'irréversibilité	49
3.5	Notion d'entropie	51
3.5.1	Transformations réversibles	52
3.5.2	Transformations irréversibles	53
3.6	Deuxième principe de la thermodynamique	54
3.6.1	Énoncé du deuxième principe	54
3.6.2	Application du deuxième principe aux cycles thermodynamiques	55
3.6.2.1	Cycles monothermes	56
3.6.2.2	Cycles dithermes	56
	<i>Exercices corrigés</i>	61
 CHAPITRE 04 Les Changements d'état des Corps Purs		
4.1	Définitions	70
4.2	Équilibre liquide-vapeur	70
4.3	Saturation et point critique	71
4.4	Composition d'un mélange liquide-vapeur à l'équilibre	73
4.5	Vaporisation	75
4.6	Point triple	75
4.7	Chaleurs latentes de changement de phase	78
4.7.1	Définition	78
4.7.2	Formules de Clapeyron	80
	<i>Exercices corrigés</i>	82
 CHAPITRE 05 Les Machines Thermiques		
5.1	Introduction	90
5.2	La machine thermique monotherme	90
5.3	Les machines dithermes motrices	91
5.3.1	Principe de fonctionnement	91
5.3.2	Cycle de Carnot	92
5.3.3	Cycles de Rankine	94
5.3.4	Cycles de Hirn	95
5.3.5	Cycle de Beau de Rochas ou d'Otto	96
5.3.6	Cycle Diesel	97
5.3.7	Cycle mixte	99
5.4	Machines dithermes réceptrices	100
5.4.1	Cas d'une machine frigorifique (le réfrigérateur)	100
5.4.2	Cas d'une pompe à chaleur	101
	<i>Exercices corrigés</i>	102
 CHAPITRE 06 La combustion		
6.1	Définition	123
6.2	Les combustibles	124
6.2.1	Définition	124
6.2.2	Les types de combustibles	124
6.2.3	Le comburant	124
6.3	Les caractéristiques techniques des combustibles	124

6.3.1	La composition d'un combustible	124
6.3.2	Le pouvoir calorifique d'un combustible	126
6.4	Les produits de combustion	126
6.5	Equations de combustion	127
6.6	Les différents types de combustion	128
6.7	Dosage stœchiométrique	128
6.8	Dosage réel	129
6.9	Richesse du mélange	129
6.10	Excès d'air	129
6.11	Pouvoirs calorifiques	139
6.11.1	Définition	129
6.11.2	Le pouvoir calorifique inférieur (PCI)	130
6.11.3	Le pouvoir calorifique supérieur (PCS)	130
6.11.4	Relation entre PCI et PCS	130
6.11.5	Détermination du pouvoir calorifique	130
6.12	Pouvoir comburivore	131
6.13	Les pouvoirs fumigènes	131
6.14	Composition des fumées	132
6.15	Température de combustion	132
6.16	Enthalpie standard de réaction	133
6.17	Enthalpie molaire standard de formation à 298 K	134
6.18	Calcul des enthalpies standard de réaction	135
	<i>Exercices corrigés</i>	136
	Références bibliographiques	144

Chapitre 1

Notions générales de thermodynamique

1.1. Système thermodynamique et milieu extérieur

On dénomme **système thermodynamique** un corps ou un nombre de corps que soit solide ou fluide formant un ensemble réel ou virtuel bien délimité dans l'espace, c'est dans ce système qu'on étudie les échanges énergétique par le biais de la thermodynamique. Le reste au sein duquel se trouve le système thermodynamique est dit **milieu extérieur**.

Dans la figure ci-dessous, le gaz à l'intérieur du cylindre représente un système thermodynamique, tandis que le piston et les parois du cylindre constituent le milieu extérieur.

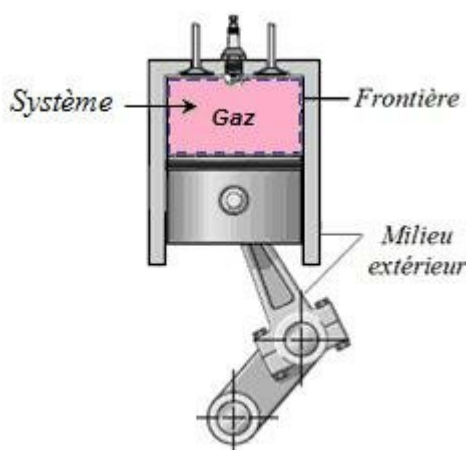


Figure 1.1. Délimitation d'un système thermodynamique

Il est à noter, que lors de l'étude d'un système thermodynamique, on ne considère pas les variations des paramètres du milieu extérieur.

Suivant les frontières du système considéré, on distingue trois types de systèmes. Système **ouvert**, système **fermé** ou système **isolé**.

<i>Nature du système</i>	<i>Echange d'énergie</i>	<i>Echange de matière</i>
Ouvert	Oui	Oui
Fermé	Oui	Non
Isolé	Non	Non

Tableau 1.1. Echanges d'énergie et de masse entre système et milieu extérieur.

Le processus de variation de l'état du système à cause des échanges avec le milieu extérieur s'appelle une **transformation** ou **évolution** thermodynamique.

1.2. Etat du système

L'état du système est décrit ou caractérisé par un certains nombres de paramètres ($m, p, V, T, \dots$) dites **variables d'état**. Ils expriment les propriétés du système considéré. Ces variables d'état sont dépendantes les unes aux autres, et la variation d'une variable provoque la variation des autres. Cette dépendance de variables d'état est gouvernée par une relation dite **équation d'état** (Equation 1.1).

$$f(P, V, T) = 0 \quad (1.1)$$

A titre d'exemple, l'équation d'état d'un gaz parfait est :

$$PV = nRT \quad (1.2)$$

Ou :

P : pression (Pa)

V : volume (m^3)

n : nombre de mole (mole)

R : constante des gaz parfaits (J/mol.K)

T : température (K)

Pour les corps purs et homogènes, seuls trois variables principales sont considérées, à savoir P, V et T . L'équation d'état permet d'exprimer une variable d'état en fonction des deux autres, pour les gaz parfaits ;

$$1^\circ \text{ En termes de pression : } P = \frac{nRT}{V} \quad (1.3)$$

$$2^\circ \text{ En termes de volume : } V = \frac{nRT}{P} \quad (1.4)$$

$$3^\circ \text{ En termes de température : } T = \frac{PV}{nR} \quad (1.5)$$

$$4^\circ \text{ En termes de masse : } m = \frac{MPV}{RT} \quad (1.6)$$

5° En termes de la constante universelle des gaz parfaits :

$$T = \frac{PV}{mr} \quad (1.7)$$

$$6^\circ \text{ En termes de densité : } r = \frac{m}{V} = \frac{MP}{RT} \quad (1.8)$$

Outre les **variables d'état**, il existe d'autres grandeurs caractéristiques essentielles du système, elles s'appellent **les fonctions d'état**. Ce sont des grandeurs indirectes, qui se déterminent à partir des variables d'état, elles ne sont pas mesurables directement. A titre d'exemple, on peut citer les fonctions suivantes : *l'énergie interne, l'enthalpie et l'entropie*.

1.3. Transformation du système

Dans les états pour lesquels les variables ne changent pas dans le temps, le système est dit en **équilibre**. Lorsque l'état énergétique d'un système change avec le temps sous influence des échanges d'énergie avec le milieu extérieur en conséquence les variables d'état du système sont modifiées, on dit que le système subit une **transformation** ou **évolution thermodynamique**. Lors d'une évolution, le système passe d'un état d'équilibre initial (1) à un autre état d'équilibre final (2).

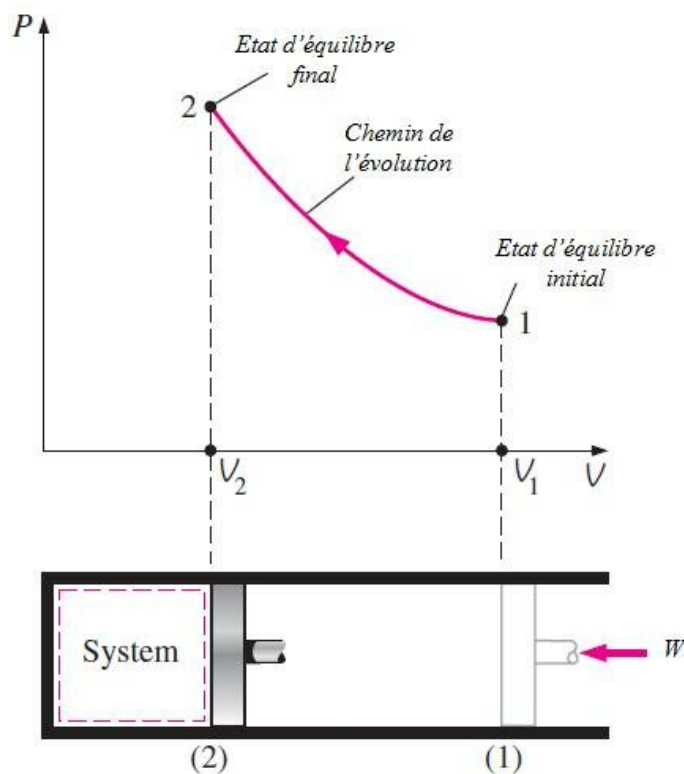


Figure 1.2. Transformation du système sous influence du travail extérieur

Une transformation qui s'effectue très lentement, permet au système de rétablir son état d'équilibre à chaque instant de son évolution, cette transformation est appelée **transformation réversible** ou **équilibrée**. Dans le cas du gaz dans un cylindre à volume

variable (Figure 2.2.), on obtient une transformation réversible en faisant tendre la vitesse de déplacement du piston vers zéro.

En effet, dans ces conditions, l'écoulement du gaz généré dans le cylindre devient négligeable, et la pression tend vers une répartition uniforme. En conséquence, la durée nécessaire pour obtenir un déplacement fini du piston devient infinie ; c'est pourquoi, en pratique, une telle transformation est impossible à réaliser. La transformation qui ne remplit pas les conditions d'équilibre (réversibilité) est appelée **transformation irréversible**.

Parmi toutes les transformations possibles en thermodynamique, considérons d'abord les principales. Ce sont :

- 1- Transformation **isotherme** : transformation s'effectuant à température constante ($T=c^{te}$).
- 2- Transformation **isobare** : transformation s'effectuant à pression constante ($P=c^{te}$).
- 3- Transformation **isochore** : transformation s'effectuant à volume constant ($V=c^{te}$).
- 4- Transformation **adiabatique** : transformation au cours de laquelle le système n'échange pas de chaleur avec le milieu extérieur ($Q=0$).

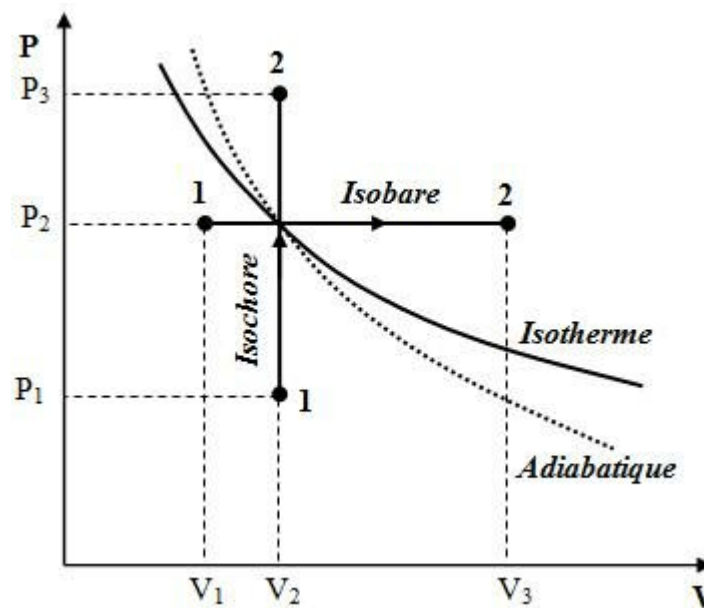


Figure 1.3. Les principales transformations thermodynamiques

1.4. Le cycle thermodynamique

Lorsqu'un système thermodynamique effectue un ensemble de transformations successives et revient à son état d'équilibre initial, cet ensemble de transformations est dit cycle thermodynamique, voir figure 2. 4. c'est un cycle thermodynamique pour moteur à combustion interne.

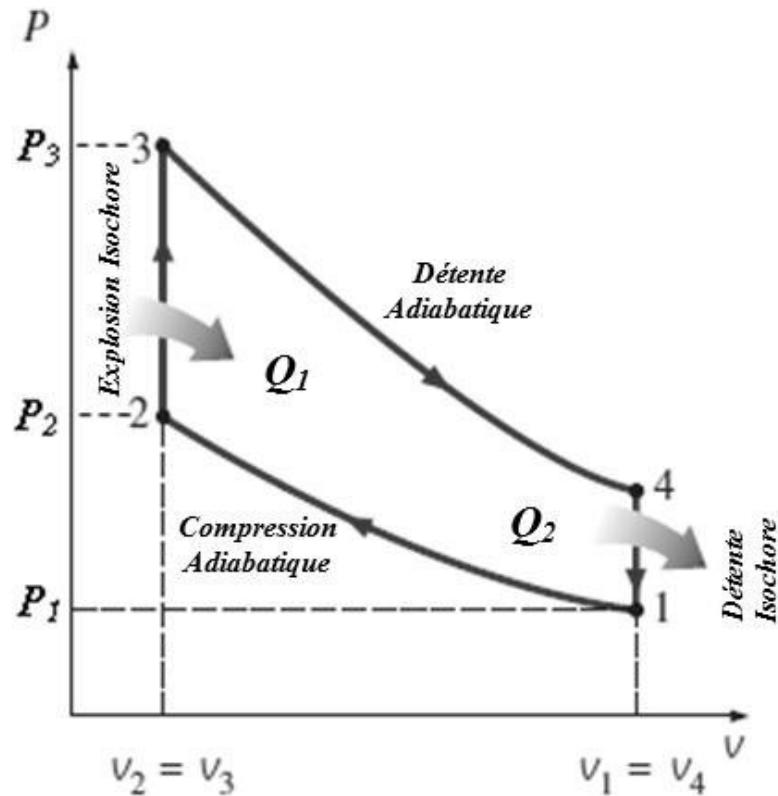


Figure 1.4. Exemple de cycle thermodynamique

1. 5. Energie, travail et chaleur

La chaleur et le travail sont les deux formes dont l'énergie peut être transférée d'un système vers le milieu extérieur et vis versa. Une des découvertes les plus importantes de la thermodynamique était que le travail pourrait être convertit en une quantité équivalente de chaleur et que la chaleur pourrait être transformée en travail.

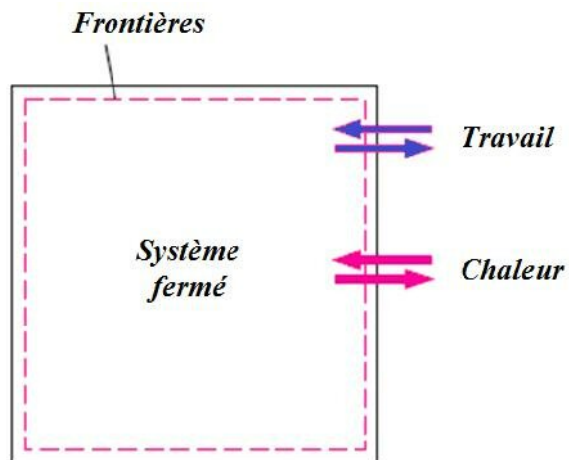


Figure 1.5. Transfert d'énergie entre un système et le milieu extérieur

1. 5. 1. L'énergie

L'énergie est définie comme la capacité d'un système à effectuer des travaux ou de produire de la chaleur. L'énergie potentielle et l'énergie cinétique sont des formes macroscopiques d'énergie. Elles peuvent être visualisées en fonction de la position et de la vitesse d'objets. En plus de ces formes macroscopiques de l'énergie, une substance possède plusieurs formes microscopiques d'énergie. Qui sont notamment ceux liés à la rotation, les vibrations et les interactions entre les molécules d'une substance. Aucune de ces formes d'énergie ne peut être mesurée ou évaluée directement, mais les techniques ont été développées pour évaluer la variation de la somme totale de toutes ces formes d'énergie. Ces formes microscopiques d'énergie sont appelées ***l'énergie interne***, habituellement représentés par le symbole U .

Au cours d'une transformation, la variation d'énergie interne ΔU est égale à l'énergie totale échangée avec l'extérieur.

$$\Delta U = Q + W \quad (1.9)$$

L'énergie interne n'est pas directement mesurable, elle donc une fonction d'état. Elle ne dépend que de l'état initial et l'état final du système. Pour un cycle, la variation d'énergie interne, $\Delta U = 0$.

1. 5. 2. Le travail

Le travail est une forme d'énergie, c'est une énergie qui accompagne une transformation. il n'est pas une propriété d'un système. C'est un processus effectué par ou sur un système, mais un système ne contient pas de travail.

Le travail est défini pour les systèmes mécaniques comme l'action d'une force extérieure sur un objet à travers une distance. Il est égal au produit de la force (F) fois le déplacement (d).

En thermodynamique, il est important de faire la distinction entre le travail effectué par le système sur son milieu extérieur et le travail effectué sur le système par le milieu extérieur. C'est-à-dire, il y a un travail reçu par le système, tel est le cas pour faire tourner une turbine et ainsi produire de l'électricité dans une génératrice. Et il y a un travail fournit par le système, tel est le cas dans un moteur à combustion interne. Une valeur ***positive*** pour le travail indique que le travail est ***reçu*** par le système, par contre, une valeur ***négative*** indique que le travail est ***fournit*** par le système au milieu extérieur.

Soit un cylindre renfermant un gaz à la pression P ; le piston à une section S . Voir (Figure 1.6.). Lorsqu'un opérateur extérieur exerce une force sur le piston, celui-ci se déplace vers la gauche : Le gaz exerce alors une force pressante F ;

$$F = P.S \quad (1.10)$$

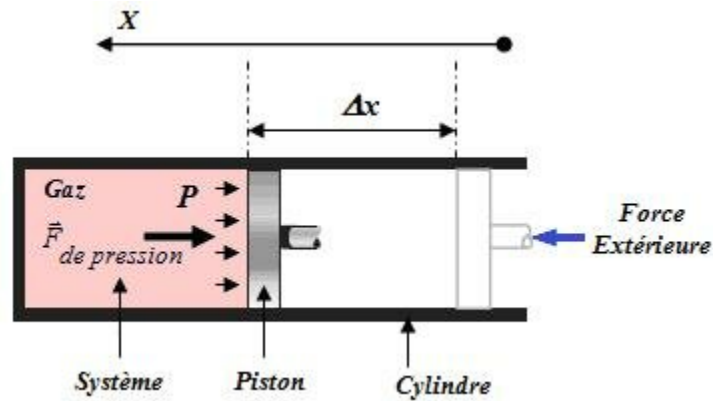


Figure 1.6. Exemple de travail reçu par le système

Le travail élémentaire résultant de cette force de pression au cours du déplacement (dx) vaut alors :

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{x} \quad (1.11)$$

La force $\vec{F}$ de pression exercée par le gaz est parallèle au déplacement $d\vec{x}$ et elle est en sens opposé avec ce déplacement, le travail fourni par la force est donc négatif (travail résistant). La force $\vec{F}$ est décomposée en ses deux composantes planes et par conséquent, on écrit :

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{x} = F \cdot dx \cdot \cos 180^\circ = -Fdx = -PSdx \quad (1.12)$$

Avec : $dV = Sdx$ variation du volume lors du déplacement du piston.

On obtient alors :

$$dW = -PdV \quad (1.13)$$

Remarques :

1°/ Dans le cas d'une compression : $dV < 0$, le volume diminue et $dW > 0$, le gaz reçoit du travail du milieu extérieur.

2°/ Dans le cas d'une détente : $dV > 0$, le volume augmente et $dW < 0$, *le gaz fournit du travail au milieu extérieur.*

1. 5. 3. Calcul du travail pour différentes transformations

Le travail est exprimé pour chaque type de transformation, on distingue :

a) Transformation isobare ($P=Cte$)

On écrit ;

$$W_{1-2} = -P \int_1^2 dV = -P(V_2 - V_1) \quad (1.14)$$

b) Transformation isotherme ($T=Cte$)

On écrit ;

$$W_{1-2} = - \int_1^2 P dV \quad (1.15)$$

D'autre part, on a :

$$PV = n.R.T \quad (1.16)$$

D'où,

$$W_{1-2} = - \int_1^2 nRT \frac{dV}{V} = -nRT \int_1^2 \frac{dV}{V} \quad (1.17)$$

$$W_{1-2} = nRT \ln \frac{V_1}{V_2} = nRT \ln \frac{P_2}{P_1} \quad (1.18)$$

c) Transformation isochore ($V=Cte$)

$$W_{1-2} = - \int_1^2 P dV \quad (1.19)$$

Dans ce cas, on a : $dV=0$ et par conséquent :

$$W_{1-2} = 0 \quad (1.20)$$

Alors, le travail pour une telle transformation est nul.

d) Transformation adiabatique (isentropique) ($Q=0$)

$$dW = -PdV \quad (1.21)$$

Avec,

$$PV^g = Cte \quad (1.22)$$

Alors, on peut écrire, $dW = -P.V^g \cdot \frac{dV}{V^g}$ (multiplication par V^g et division par V^g)

Lors d'une transformation adiabatique, P et V varient ensemble, mais $PV^g = Cte$, le produit reste constant et peut être sorti de l'intégrale.

$$\text{Donc, } W_{1-2} = -PV^g \int_1^2 \frac{dV}{V^g} \quad (1.23)$$

Il faut rappeler que ci-dessus est une intégrale type fonction de puissance ;

$$\int_1^2 x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} \quad (1.24)$$

Ce qui donne :

$$W_{1-2} = -P.V^g \cdot \left. \frac{V^{-g+1}}{-g+1} \right|_1^2 = \left. \frac{PV}{g-1} \right|_1^2 \quad (1.25)$$

$$\text{Donc : } W_{1-2} = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{g-1} \quad (1.26)$$

Ce même travail, peut être exprimé en fonction de température (T),

De :

$$PV = nRT \quad (1.27)$$

On peut écrire pour chaque état d'équilibre :

$$P_1 V_1 = nRT_1 \quad (1.28)$$

$$P_2 V_2 = nRT_2 \quad (1.29)$$

On remplace en l'expression du travail W , les termes P_2V_2 , P_1V_1 par nRT_2 , nRT_1 respectivement, on obtient :

$$W_{1-2} = \frac{nR(T_2 - T_1)}{\gamma - 1} \quad (1.30)$$

Remarque

Pour une détente : $T_2 < T_1$, donc $W < 0$ (travail fourni)

Pour une compression : $T_2 > T_1$, donc $W > 0$ (travail reçu).

1. 5. 4. La chaleur

Quand on place un récipient sur un feu (source de chaleur) la température de l'eau s'élève (Figure 1.7.). On dit que la source de chaleur a fourni de la chaleur à l'eau. Inversement, quand elle se refroidit, elle perd de la chaleur. La quantité d'énergie transmise à l'eau est appelée **la chaleur Q** , cette chaleur est donc une forme d'énergie tout comme le travail, La chaleur est définie comme la forme d'énergie qui est transférée entre deux systèmes (ou un système et le milieu extérieur) en raison d'un gradient de température. La quantité de chaleur transmise pendant une transformation entre deux états d'équilibre (états 1 et 2) est notée par Q_{12} . Elle est positive quand le système la **reçoit** et elle est négative quand le système la **perdre**. Elle est exprimée en [J].

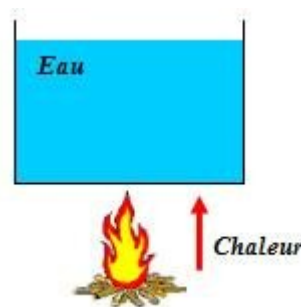


Figure 1. 7. le système eau reçoit de la chaleur du milieu extérieur

On distingue deux types de chaleur :

a) La chaleur sensible

La chaleur ajoutée ou enlevée à une substance (système) pour produire un changement de sa température est appelée **chaleur sensible**.

Elle est donc proportionnelle à la masse du système et au gradient de température, d'où **pour une transformation infinitésimale** :

$$dQ = m.c.dT \quad (1.31)$$

Où, c désigne la chaleur massique de la substance (matériau, fluide,) en [J/Kg.K] considérée constante le long du présent manuscrit.

Pour une transformation finie :

La chaleur Q échangée lors d'une transformation finie entre deux états d'équilibres (**état 1** et **état 2**) peut être obtenue par intégration de la relation (2.31) ci-dessus.

$$Q_{12} = \int_1^2 m.c.dT = m.c \int_1^2 dT = m.c.(T_2 - T_1) \quad (1.32)$$

$$\text{Soit, } Q_{12} = m.c.\Delta T = m.c.(T_2 - T_1) \quad (1.33)$$

Pour un gaz, on a défini deux chaleur massiques, d'où :

$$Q_{12} = m.c_v.\Delta T \quad \text{Pour une transformation isochore}$$

$$Q_{12} = m.c_p.\Delta T \quad \text{Pour une transformation isobare.}$$

b) La chaleur latente

Un autre type de chaleur est appelée **chaleur latente**. C'est la quantité de chaleur ajoutée au ou retirée d'une substance pour produire un changement de phase. Lorsque la chaleur latente est ajoutée, aucun changement de température ne se produit.

Il existe deux types de chaleur latente :

- 1- La première est **la chaleur latente de fusion**. Il s'agit de la quantité de chaleur ajoutée ou retirée pour assurer le changement de phase entre le solide et le liquide.
- 2- Le deuxième type de chaleur latente est **la chaleur latente de vaporisation**. C'est la quantité de chaleur ajoutée ou retirée pour assurer un changement de phase entre le liquide et la vapeur.

La chaleur latente de vaporisation est parfois appelée **la chaleur latente de condensation**.

La chaleur latente est donnée par la formule suivante :

$$Q = m.L \quad (1.34)$$

Où :

m : la masse de la substance considérée,

L : la chaleur massique associée à un changement d'état, cette chaleur est soit libérée (état vapeur $\Rightarrow$ état liquide) ou absorbée (état liquide $\Rightarrow$ état vapeur).

Remarque :

Les changements d'état sont mis à profit dans les machines thermiques puisqu'ils libèrent d'importantes quantités de chaleur.

Exercices corrigés

Exercice 01 :

Un (01) m³ d'air assimilé à un gaz parfait sous une pression $P_1=10 \text{ bars}$ subit une détente à température constante; la pression finale est de $P_2=1 \text{ bar}$.

1°/ Déterminer le travail issu de la détente de l'air

2°/ Déterminer la quantité de chaleur échangée par le l'air lors de son évolution

3°/ Déduire la variation en énergie interne au cours de cette détente isotherme.

Solution :

La transformation de l'air considéré étant isotherme : à n et T constante, on écrit :

$$p_1 V_1 = nRT_1$$

$$p_2 V_2 = nRT_2$$

Avec, $T_1=T_2$ (détente isotherme), donc :

$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$

$$\text{D'où : } V_2 = \frac{p_1 V_1}{p_2} = \frac{10 \cdot 10^5 \cdot 1}{1 \cdot 10^5} = 10 \text{ m}^3$$

1- Le travail issu de la détente de l'air :

$$W_{1-2} = -\int_1^2 p dV = -nRT \int_1^2 \frac{dV}{V} = -nRT \int_1^2 d(\ln V) = -nRT \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)$$

Avec : $nRT = p_1 V_1 = p_2 V_2$ et $p_1=10^6 \text{ Pa}$; $V_1=1 \text{ m}^3$

$$\text{D'où : } W_{1-2} = -10^6 \ln 10 = -2,3 \cdot 10^6 \text{ J.}$$

2- La quantité de chaleur échangée par l'air :

$$Q_{12} = \int_1^2 m.c.dT = m.c \int_1^2 dT = m.c.(T_2 - T_1), \quad \text{sachant que : } T_2=T_1 \text{ (transf. isotherme)}$$

$$\text{Alors : } Q_{12}=0$$

3- La variation en énergie interne de l'air lors de la détente isotherme :

La variation en énergie interne est donnée par : $\Delta U = Q + W$

$$\text{Donc, } \Delta U = Q + W = 0 - 2,3 \cdot 10^6 = -2,3 \cdot 10^6 \text{ J.}$$

Exercice 02 :

Un récipient fermé par un piston mobile renferme 2 g d'hélium (gaz parfait monoatomique) dans les conditions (P_1, V_1) . On opère une compression adiabatique de façon réversible qui amène le gaz dans les conditions (P_2, V_2) . Sachant que : $p_1=1 \text{ bar}$ et $V_1=10 \text{ l}$, $p_2=3 \text{ bar}$.

Déterminer :

- 1- le volume final du gaz V_2
- 2- le travail échangé par le gaz avec le milieu extérieur
- 3- la variation d'énergie interne du gaz
- 4- déduire la variation de température du gaz sans calculer sa température initiale.

On donne : $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{5}{3}$, $R = 8.32 \text{ J/K.mole}$

Solution :

- 1- Il s'agit d'une transformation adiabatique :

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma$$

On écrit : $\left(\frac{V_2}{V_1} \right)^\gamma = \frac{p_1}{p_2} = 0,333$

Donc : $V_2 = 5,17 \text{ litres}$

- 2- Le travail élémentaire des forces de pression :

$$W_{1-2} = - \int_1^2 p dV = \frac{p_2 V_2 - p_1 V_1}{\gamma - 1}$$

$$W_{1-2} = \frac{3 \cdot 10^5 * 5,17 \cdot 10^{-3} - 10^5 * 10^{-2}}{1,66 - 1} = 2125 \text{ J}$$

- 3- D'après le premier principe de la thermodynamique, on a :

$$\Delta U = Q + W$$

Pour une transformation adiabatique : $Q = 0$

Il vient : $\Delta U = W$

$$\Delta U = 2125 \text{ J}$$

- 4- Par définition, la variation d'énergie interne est donnée par :

$$\Delta U = m C_v \Delta T$$

Ce qui donne :

$$\Delta T = \frac{\Delta U}{m \cdot C_v} = \frac{\Delta U}{n R C_v} = \frac{2125}{0,5 * 8,32} = 511 \text{ K.}$$

Exercice 03 :

Calculer la variation d'énergie interne de chacun des systèmes suivants :

- a) - un système absorbe $Q=2 \text{ kJ}$ tandis qu'il fournit à l'extérieur un travail $W=500 \text{ J}$.
- b) - un gaz maintenu à volume constant cède $Q=5 \text{ kJ}$.
- c) - la compression adiabatique d'un gaz s'accomplit par un travail $W=80 \text{ J}$.

Solution :

- a) La variation interne d'énergie est donnée par:

$$\Delta U = W + Q$$

Dans le cas où le système absorbe une quantité de chaleur $Q=+2000 \text{ J}$ et fournit un travail au milieu extérieur $W=-500 \text{ J}$.

Il en résulte :

$$\Delta U = +1500 \text{ J}.$$

- b) Un gaz maintenu à volume constant ($DV=0$) implique un travail nul, par contre il cède au milieu extérieur une quantité de chaleur $Q=5 \text{ kJ}$.

Alors :

$$\Delta U = W + Q = Q = -5 \text{ kJ}.$$

- c) pour une compression adiabatique ($Q=0$), le travail accompli est 80 J .

La variation en énergie interne est : $\Delta U = W + Q = W = 80 \text{ J}$.

Exercice 04 :

On effectue une compression de 1 bar à 10 bars d'un litre d'air assimilé à un gaz parfait pris initialement à la température ambiante 20°C . Cette compression est suffisamment rapide pour que le récipient renfermant l'air n'ait pas le temps d'évacuer la chaleur pendant

la compression ($dQ=0$). On donne pour l'air : $g = 1,4$; $r = 287,1 \left[\frac{\text{J}}{\text{K.kg}} \right]$; $c_v = 0,55 \left[\frac{\text{J}}{\text{K.kg}} \right]$.

Solution :

1°/ Etant donné que la compression effectuée est une compression adiabatique ($dQ=0$), on écrit :

$$p_1 V_1^g = p_2 V_2^g$$

Et

$$p.V = m.r.T$$

D'où, on tire :

$$T_1 \cdot p_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_2 \cdot p_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

$$T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 293 \cdot \left(\frac{10 \cdot 10^5}{1 \cdot 10^5} \right)^{\frac{0,4}{1,4}} = 283 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

2°/

$$p_1 \cdot V_1 = m \cdot r \cdot T_1$$

Et

$$p_2 \cdot V_2 = m \cdot r \cdot T_2$$

$$\text{On a : } \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$$

$$\text{Donc, } V_2 = \frac{p_1 \cdot V_1 \cdot T_2}{p_2 \cdot T_1} = 0,2 \text{ litres}$$

3°/

$$\Delta U = m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1)$$

$$\text{De : } p_1 \cdot V_1 = m \cdot r \cdot T_1$$

$$m = \frac{p_1 \cdot V_1}{r \cdot T_1} = \frac{1 \cdot 10^5 \cdot 1 \cdot 10^{-3}}{287 \cdot 293} = 1,2 \text{ g.}$$

D'où :

$$\Delta U = 1,2 \cdot 0,55 \cdot (556 - 293) = 0,2 \text{ Joules.}$$

Chapitre 2

Les gaz parfaits, Transformations Et 1^{er} principe de la Thermodynamique

En général, les fluides intervenants dans les machines thermiques sont assimilés à des gaz parfaits, d'où l'intérêt particulier de la thermodynamique à étudier ces gaz.

2.1. Gaz parfaits

Un gaz parfait est un gaz dont les molécules n'ont aucune action mutuelle. Lorsque l'on fait croître le volume occupé par le gaz, la pression du gaz décroît tandis que les interactions entre molécules diminuent. Sous certaines conditions, un gaz réel peut être considéré comme un gaz parfait, par exemple : sous une très faible pression ou sous haute température. Sous les hypothèses citées ci-dessus, nous abordons l'étude des fluides moteurs (constituants les systèmes thermiques) comme étant des gaz parfaits.

L'étude des gaz nécessite de rappeler les variables d'état suivantes :

Le volume massique du gaz :

$$v = \frac{V}{m} \text{ [m}^3\text{/kg]}$$

La masse volumique (masse spécifique) du gaz :

$$r = \frac{m}{V} = \frac{1}{v} \text{ [kg/m}^3\text{]}$$

La pression:

$$P = \frac{F}{A} \text{ [N/m}^2\text{]}$$

La température :

La température T est un paramètre qui caractérise l'état thermique du gaz, c.à.d. son degré d'agitation thermique.

2.2. Les équations d'état des gaz parfaits

Tous les gaz à des pressions suffisamment basses et des températures élevées (faible densité) sont considérés des gaz parfaits et obéissent à trois lois : **Boyle**, **Charles**, et **Gay-Lussac**.

1° La loi de Boyle-Mariotte : le volume occupé par une certaine masse de gaz, maintenue à température constante ($T=C^{te}$), varie inversement avec la pression qu'elle subit, ou bien :

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 = P_3 V_3 = C^{te} \quad (2.1)$$

La valeur de la constante dépend de la nature du gaz.

2° La loi de Charles : la pression d'un gaz varie directement avec la température lorsque le volume est maintenu constant ($V=C^{te}$).

Echauffement ou refroidissement à volume constant ($V=C^{te}$) :

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad (2.2)$$

3° La loi de Gay-Lussac :

Le volume d'un gaz varie directement avec la température lorsque la pression est maintenue constante ($P=C^{te}$), ou

Echauffement ou refroidissement à pression constante ($P=C^{te}$) :

$$V_1 = \frac{mrT_1}{P_1} = \frac{mrT_2}{P_2} = V_2 \quad (2.3)$$

Cela permet d'écrire :

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad (2.4)$$

2.3. Equation d'état des gaz parfaits

En combinant les lois de Boyle-Mariotte (2.1) et de Charles (2.4), la relation suivante est obtenue :

$$\frac{PV}{T} = C^{te} \quad (2.5)$$

La constante dans l'équation précédente est dite constante universelle des gaz parfait est désignée par R , c'est une propriété liée à la masse molaire (M) en $\left[\frac{kg}{kmole} \right]$ du gaz et la constante des gaz (r) suivant la formule :

$$R = \frac{r}{M} = 8.32 \left[\frac{J}{\text{Mole} \cdot ^\circ K} \right] \quad (2.7)$$

Avec : $r = C_p - C_v$ en $\left[\frac{J}{\text{kg} \cdot ^\circ K} \right]$ dite **relation de Mayer**.

Ainsi l'équation des gaz parfaits devient :

$$PV = RT \quad (2.7)$$

Cette équation est dite aussi **équation de Clapeyron**, elle est valide pour une mole du gaz, pour n moles, elle devient :

$$P.V = n.R.T \quad (2.8)$$

2.4. Représentations graphiques de l'équation de Clapeyron

L'équation d'état (2.8) comporte trois variables, c'est pourquoi elle ne peut être représentée dans l'espace que par une surface caractéristique du gaz parfait dans l'espace PVT dont chaque point figure un état du gaz. Les diagrammes les plus utilisées sont (P-V) donnant les courbes des isothermes, voir (figure 2.1.).

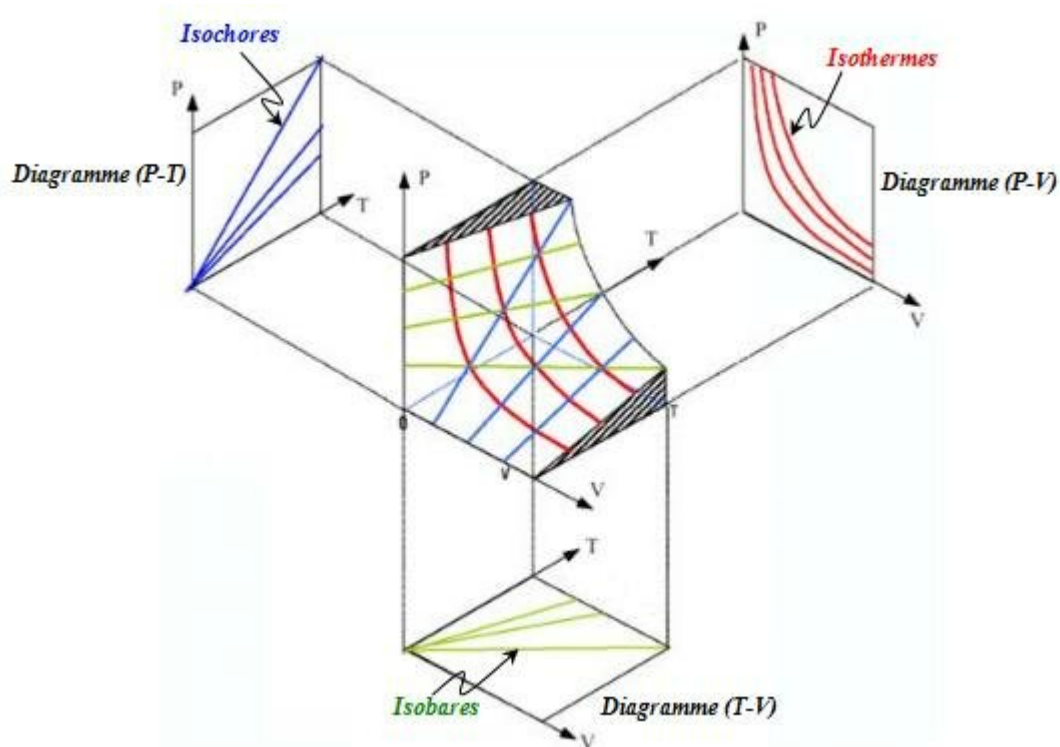


Figure 2.1. Les différents diagrammes de Clapeyron

2.5. Gaz semi-parfaits

On distingue alors entre **gaz parfait** et **semi-parfait**, satisfaisant à l'équation :

$$P.V = n.R.T,$$

- pour un **gaz parfait** les **chaleurs massiques** (C_p et C_v) **sont constantes**.
- pour un **gaz semi-parfait** les **chaleurs massiques** sont fonction de la **température**.

2.6. Gaz réels

Dans les gaz réels les forces d'interaction intermoléculaires et les volumes mêmes des molécules ne sont pas négligeables. Dans ce cas l'interdépendance des variables d'état assurée par l'équation d'état $f(P, V, T) = 0$ à une forme plus compliquée.

En introduisant dans l'équation des gaz parfaits (2.8) des corrections qui tiennent compte du volume des molécules du gaz par le terme (**B**) et des forces d'interaction par (a/V^2). Pour n mole du gaz, l'équation résultante est dite équation de **Van der Waals**.

$$\left(P + a \cdot \left(\frac{n}{V} \right)^2 \right) (V - n.B) = n.R.T \quad (2.9)$$

Les valeurs numériques de **a** et **b** sont caractéristiques d'un gaz donné peuvent être calculées par les relations suivantes:

$$a = \frac{27.R^2.T_{Cr}^2}{64.P_{Cr}} \quad \text{Et} \quad b = \frac{R.T_{Cr}}{8.P_{Cr}} \quad (2.10)$$

Avec, T_{Cr} , P_{Cr} sont la température et la pression critiques respectivement.

L'équation de van der Waals permet de gouverner le comportement de la plupart des gaz réels dans de larges gammes de température et de pression.

2.7. Le premier principe de la thermodynamique

Le premier principe de la thermodynamique ce n'est rien d'autre que l'application du principe de la conservation d'énergie. Le premier principe de la thermodynamique définit la variation de l'énergie interne (DU) d'un système comme étant égale à la différence de quantité de chaleur (Q) échangée par le système et le travail (W) fournit ou reçu par le système.

Considérons un système fermé où il n'y a pas transfert de masse entrant dans ou sortant du système, et la masse du fluide reste constante. Pour un tel système, le 1^{er} principe de la thermodynamique se résume comme suit:

$$\Delta U = Q - W \quad (2.11)$$

Ce principe repose sur l'usage des concepts de l'énergie interne ΔU , la chaleur (Q) et le travail du système (W).

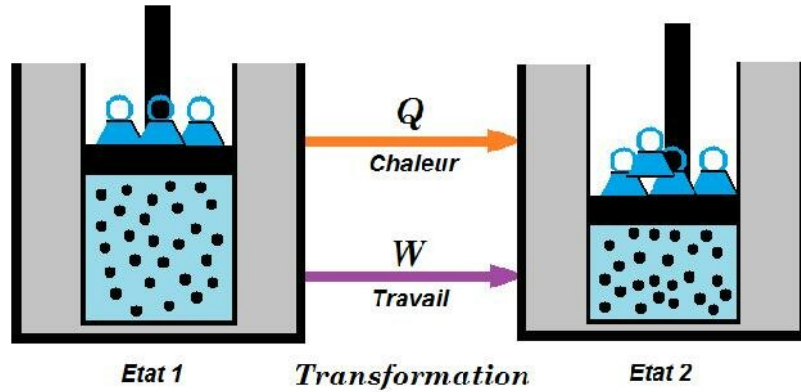


Figure 2.2. Variation de l'énergie interne d'un système thermodynamique.

Ce résultat exprime simplement la conservation de l'énergie d'un système fermé, constitue le premier principe de la thermodynamique. Il exprime le fait que l'énergie interne permet, outre un dégagement de chaleur, la production de travail. C'est le principe qui est à l'origine des moteurs thermiques.

2. 8. Le calcul d'une transformation thermodynamique

Le calcul d'une transformation thermodynamique consiste à :

- Déterminer les paramètres du système au début et à la fin de la transformation ;
- Déterminer les variations des variables et des fonctions d'état au cours de la transformation ;
- Déterminer les quantités de la chaleur et du travail mis en jeu entre le système et son milieu extérieur lors de la transformation.

Dans ce sens, l'étude des transformations se déroule de la manière suivante :

1° Selon les conditions et sur la base de l'équation de Clapeyron, on obtient **les équations de transformations**, sous la forme : $P=f(V)$; $T=F(V)$; $T=f(P)$; $V=f(T)$

2° Sur la base de l'équation de la transformation, on peut établir les valeurs **des variables d'état** au début (P_1, V_1, T_1) et à la fin (P_2, V_2, T_2) de la transformation.

3° Evaluation des quantités de **Chaleur Q** et du **travail W** par leurs relations respectives :

$$Q = \int_1^2 C.dT \quad (2.12)$$

$$W = \int_1^2 P.dV \quad (2.13)$$

4° Calcul des variations sur les fonctions d'état :

a) Energie interne :

$$\Delta U = U_2 - U_1 = C_v(T_2 - T_1) \quad (2.14)$$

b) Enthalpie :

$$\Delta H = H_2 - H_1 = C_p(T_2 - T_1) \quad (2.15)$$

c) Entropie

Lorsqu'elle ne dépend que des deux états : initial et final de la transformation, elle est donnée par :

$$\Delta S = S_2 - S_1 \quad (2.16)$$

Sinon, la variation de l'entropie est fonction de T et de V, du 1^{er} principe, on a :

$$dU = T.dS - P.dV \quad (2.17)$$

D'où,

$$dS = \frac{dU + PdV}{T} \quad (2.18)$$

Avec $dU = C_v dT$; il vient donc ;

$$dS = C_v \cdot \frac{dT}{T} + \frac{P}{T} \cdot dV \quad (2.19)$$

Selon l'équation d'état des gaz parfaits,

$$\frac{P}{T} = \frac{r}{V} \quad (2.20)$$

On obtient alors,

$$dS = C_v \cdot \frac{dT}{T} + r \cdot \frac{dV}{V} \quad (2.21)$$

$$\Delta S = \int_1^2 dS = C_v \int_1^2 \frac{dT}{T} + r \int_1^2 \frac{dV}{V} \quad (2.22)$$

Donc,

$$\Delta S = C_V \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} + r \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (2.23)$$

On peut réécrire l'expression de l'entropie en fonction de variables T et P comme suit :

De :

$$P.V = r.T \quad (2.24)$$

Et :

$$P.dV + V.dP = r.dT \quad (2.25)$$

On peut écrire :

$$\frac{dV}{V} + \frac{dP}{P} = \frac{dT}{T} \quad (2.26)$$

Et d'après la relation de l'entropie ci-dessus, on a :

$$dS = C_V \cdot \frac{dT}{T} + r \cdot \left(\frac{dT}{T} - \frac{dP}{P} \right) = (C_V + r) \cdot \frac{dT}{T} - r \cdot \frac{dP}{P} \quad (2.27)$$

Où :

$$\Delta S = C_P \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} - r \cdot \ln \frac{P_2}{P_1} \quad (2.28)$$

DS, peut aussi être exprimé en fonction de P et V. Des deux formules précédentes, il vient :

$$dS = C_V \cdot \left(\frac{dV}{V} + \frac{dP}{P} \right) + r \cdot \frac{dV}{V} \quad (2.29)$$

$$dS = C_V \cdot \frac{dP}{P} + (C_V + r) \cdot \frac{dV}{V} \quad (2.30)$$

$$dS = C_V \cdot \frac{dP}{P} + C_P \cdot \frac{dV}{V} \quad (2.31)$$

Après intégration,

$$\Delta S = C_P \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} + C_V \cdot \ln \frac{P_2}{P_1} \quad (2.32)$$

2.9. Les transformations thermodynamiques de base

Dans ce paragraphe, nous nous intéressons uniquement aux transformations de base à savoir :

- 1- *Transformation isochore* ($V=Cte$)
- 2- *Transformation isobare* ($P=Cte$)
- 3- *Transformation isotherme* ($T=Cte$)
- 4- *Transformation Adiabatique (Isentrope)* ($Q=0$ et $S=Cte$)

2.9.1. Transformation Isochore ($V=Cte$)

En vertu de l'équation des gaz parfaits :

$$P.V = r.T \quad (2.33)$$

a) L'équation relative à une transformation isochore ($V=Cte$) : peut être déduite de la sorte :

$$P = \frac{r}{V}.T = C.T \quad (2.34)$$

Avec, C : c'est une constante, où :

$$C = \frac{P}{T} \quad (2.35)$$

D'où entre deux états d'équilibre (1) et (2) d'une transformation isochore, on a:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad (\text{Loi de Charles}) \quad (2.36)$$

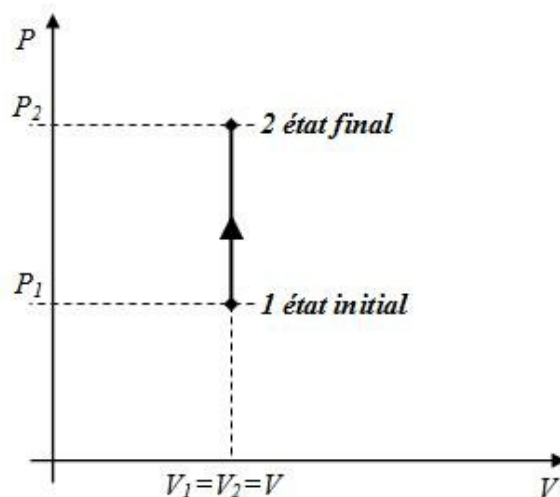


Figure 2. 3. Représentation graphique d'une transformation isochore.

b) Travail extérieur :

Puisque $V=Cte$, $dV=0$ et par conséquent :

$$W_{1-2} = \int_1^2 P.dV = 0 \quad (2.37)$$

c) Quantité de chaleur :

$$Q_{1-2} = C_V.(T_2 - T_1) \quad (2.38)$$

d) Energie interne :

D'après le 1^{er} principe, on a : $\Delta U_{1-2} = Q_{1-2} + W_{1-2}$

Avec, $W_{1-2} = 0$

$$\text{Donc : } \Delta U_{1-2} = Q_{1-2} = C_V.(T_2 - T_1) \quad (2.39)$$

Il est clair que pour une transformation isochore, la quantité de chaleur accompagnant la transformation représente la variation en énergie interne du système.

e) Enthalpie :

$$\Delta H_{1-2} = H_2 - H_1 = C_P.(T_2 - T_1) \quad (2.40)$$

f) Entropie :

$$\Delta S_{1-2} = C_V.\ln \frac{T_2}{T_1} \quad (2.41)$$

2.9.2. Transformation Isobare ($P=Cte$)

En vertu de l'équation des gaz parfaits :

$$P.V = r.T \quad (2.42)$$

a) L'équation relative à une transformation isobare ($P=Cte$) : peut être déduite de la sorte :

$$V = \frac{r}{P}.T = C.T \quad (2.43)$$

Avec, C : c'est une constante, où :

$$C = \frac{V}{T}$$

D'où entre deux états d'équilibre (1 et 2) d'une transformation isobare, on a:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad \text{Où} \quad \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \quad (\text{Loi de Gay-Lussac}) \quad (2.44)$$

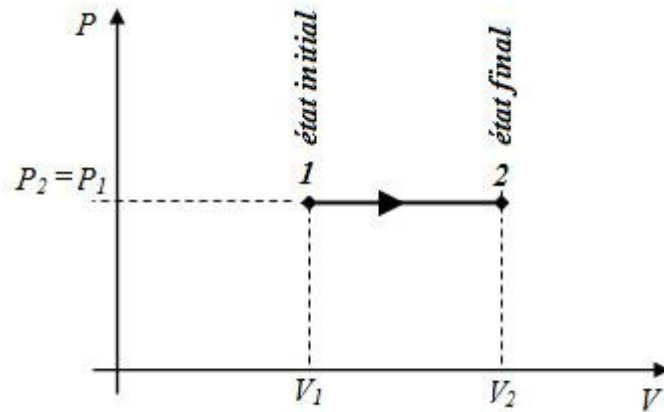


Figure 2. 4. Représentation graphique d'une transformation isobare.

b) Travail extérieur :

Puisque $P = Cte$, on a :

$$W_{1-2} = \int_1^2 P.dV = P(V_2 - V_1) \quad (2.45)$$

W peut être exprimé en fonction de température, de l'équation d'état des gaz parfaits,

$$V_1 = \frac{r.T_1}{P_1} \text{ Et } V_2 = \frac{r.T_2}{P_2}$$

$$\text{D'où : } W_{1-2} = r(T_2 - T_1) \quad (2.46)$$

c) Quantité de chaleur :

$$Q_{1-2} = C_p.(T_2 - T_1) \quad (2.47)$$

d) Energie interne :

La variation de l'énergie interne est donnée par :

$$\Delta U_{1-2} = C_v.(T_2 - T_1) \quad (2.48)$$

e) Enthalpie :

$$\Delta H_{1-2} = H_2 - H_1 = C_p.(T_2 - T_1) \quad (2.49)$$

Dans ce cas : $\Delta H = Q$ (voir quantité de chaleur).

f) Entropie :

$$\Delta S_{1-2} = C_p \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} \quad (2.50)$$

2.9.3. Transformation Isotherme ($T=Cte$)

a) L'équation relative à la transformation isotherme est tirée à partir de l'équation d'état :

$$P.V = r.T \quad (2.51)$$

Pour $T=Cte$, l'équation d'état devient :

$$P.V = Cte \quad (2.52)$$

En réécrivant cette équation pour les deux points de la transformation, on a :

$$P_1.V_1 = Cte$$

$$P_2.V_2 = Cte$$

D'où :

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{V_2}{V_1} \quad (2.53)$$

On voit que, les pressions dans ce cas sont inversement proportionnelles aux volumes.

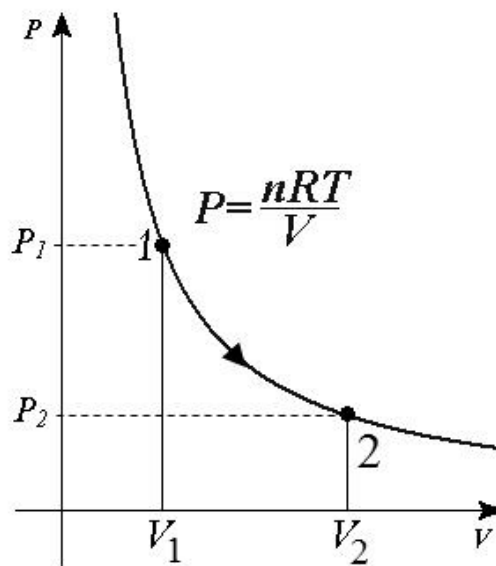


Figure 2. 5. Représentation graphique d'une transformation isotherme.

b) Travail extérieur :

On a :

$$W_{1-2} = \int_1^2 P.dV \quad (2.54)$$

De l'équation d'état, on a :

$$P = \frac{r.T}{V} \quad (2.55)$$

D'où :

$$W_{1-2} = \int_1^2 P.dV = \int_1^2 P_1.V_1.\frac{dV}{V} = P_1.V_1 \int_1^2 \frac{dV}{V} = P_1.V_1.\ln \frac{V_2}{V_1} \quad (2.56)$$

$$W_{1-2} = r.T.\ln \frac{V_2}{V_1} \quad (2.57)$$

Et encore : $W_{1-2} = r.T.\ln \frac{P_1}{P_2}$ (2.58)

c) Quantité de chaleur :

D'après le 1^{er} principe, on a :

$$\Delta U = Q - W \quad (2.59)$$

Pour cette transformation ($\Delta U=0$), il vient donc :

$$Q_{1-2} = W_{1-2} = r.T.\ln \frac{V_2}{V_1} \quad (2.60)$$

Aussi, $Q_{1-2} = T.(S_2 - S_1)$ (2.61)

d) Energie interne :

La variation de l'énergie interne pour ce cas ($dT=0$) est :

$$\Delta U_{1-2} = C_V.(T_2 - T_1) = 0 \quad (2.62)$$

e) Enthalpie :

Puisque pour cette transformation $dT=0$, on a :

$$\Delta H_{1-2} = H_2 - H_1 = C_P.(T_2 - T_1) = 0 \quad (2.63)$$

f) Entropie :

$$\Delta S_{1-2} = \frac{Q_{1-2}}{T} = r.\ln \frac{V_2}{V_1} \quad (2.64)$$

2.9.4. Transformation adiabatique (Isentropique, $S=Cte$)

a) Equation de la transformation adiabatique :

Au cours d'une transformation adiabatique, le système n'échange pas de chaleur avec le milieu extérieur, où :

$$Q = 0$$

Donc, $dQ = 0$

Dans cette transformation, toutes les variables d'état P , V et T changent au même temps.

Du **1^{er} principe**, on a :

$$dQ = dU + p dV \quad (2.65)$$

Aussi,

$$dQ = dH - V.dP \quad (2.66)$$

$$\text{De : } dU = C_V.dT \quad \text{et} \quad dH = C_P.dT \quad (2.67)$$

On obtient :

$$dQ = C_V.dT + p dV = 0 \Rightarrow C_V.dT = -P.dV \quad (2.68)$$

$$dQ = C_P.dT - V.dp = 0 \Rightarrow C_P.dT = V.dP \quad (2.69)$$

Où :

$$g = \frac{C_P}{C_V} = -\frac{V.dP}{P.dV} \Rightarrow g.P dV + V.dP = 0 \quad (2.70)$$

Par intégration de cette relation, on obtient :

$$\int \frac{dP}{P} + g \cdot \int \frac{dV}{V} = C \Rightarrow \ln P + g \cdot \ln V = \ln C \quad (2.71)$$

Alors, **l'équation de la transformation adiabatique** est la suivante :

$$P.V^g = Cte$$

Où, P est la pression, V est le volume.

On a :

$$g = \frac{C_P}{C_V} \quad (2.72)$$

Et,

$$C_P - C_V = R \quad (2.73)$$

C_P c'est la chaleur spécifique à pression constante, C_V est la chaleur spécifique à volume constant, γ est l'index adiabatique et R est la constante universelle des gaz parfaits.

Il vient donc,

$$\frac{R}{C_V} = \frac{C_P - C_V}{C_V} = \frac{C_P}{C_V} - 1 = \gamma - 1 \quad (2.74)$$

Alors, pour une transformation adiabatique entre deux points d'équilibre, on peut écrire :

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \Rightarrow T.V^{\gamma-1} = Cte \Leftrightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \quad (2.75)$$

De :

$$P.V = nRT \Rightarrow T = \frac{PV}{nR} \Rightarrow \left(\frac{P.V}{nR} \right).V^{\gamma-1} = Cte \Rightarrow P.V^{\gamma} = Cte \quad (2.76)$$

On aura :

$$P_2 = P_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma} \quad (2.77)$$

De :

$$P.V = n.R.T \Rightarrow V = \frac{n.R.T}{P} \Rightarrow P \left(\frac{R.T}{P} \right)^{\gamma} = Cte \Rightarrow P^{1-\gamma}.T^{\gamma} = Cte \quad (2.78)$$

$$T.P^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = Cte \quad (2.79)$$

Il vient :

$$T_2 = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (2.80)$$

Pour une telle transformation, il est également vrai que :

$$P^{1-\gamma}.T^{\gamma} = Cte \quad (2.81)$$

Où T est la température absolue.

Qui peut être réécrite aussi comme suit :

$$T.V^{\gamma-1} = Cte \quad (2.82)$$

b) Travail extérieur :

On a :

$$W_{1-2} = \int_1^2 P.dV \quad (2.83)$$

Multipliant par V^g et divisant par V^g , P et V varient mais $P.V^g = Cte$ et on peut donc le ressortir de l'intégrale :

$$W_{1-2} = P.V^g \int_1^2 \frac{dV}{V} = \left[P.V^g \frac{V^{-g+1}}{-g+1} \right]_1^2 \quad (2.84)$$

$$W_{1-2} = \left[\frac{P.V}{1-g} \right]_1^2 \quad (2.85)$$

Donc :

$$W_{1-2} = \frac{P_1.V_1 - P_2.V_2}{g-1} \quad (2.86)$$

De même, et à partir de l'équation d'état des gaz parfaits, le travail peut réécrit en fonction de T comme suit :

$$W_{1-2} = \frac{r.(T_1 - T_2)}{g-1} \quad (2.87)$$

Aussi, en se servant de l'équation (2.80), il vient donc :

$$W_{1-2} = \frac{r.T_1}{g-1} \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{g-1}{g}} \right] \quad (2.88)$$

c) Energie interne :

La variation de l'énergie interne est :

$$\Delta U_{1-2} = C_V.(T_2 - T_1) \quad (2.89)$$

d) Enthalpie :

La variation en enthalpie pour cette transformation est :

$$\Delta H_{1-2} = H_2 - H_1 = C_P.(T_2 - T_1) \quad (2.90)$$

e) Entropie :

On a $S = Cte$ (*transformation isentropique*)

D'où :

$$\Delta S_{1-2} = 0$$

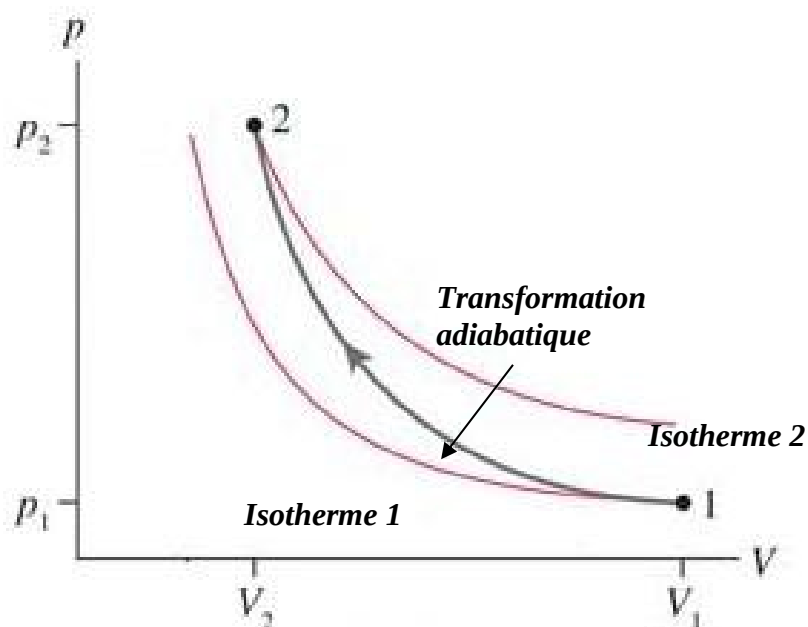


Figure 2. 6. Représentation graphique d'une transformation adiabatique.

2.9.5. Tableau récapitulatif des équations de transformations

Transformation	Isobare ($p = Cte$)	Isochore ($V = Cte$)	Isotherme ($T = Cte$)	Adiabatique ($Q = 0$)
Equation de transformation	$\frac{T}{V} = Cte$	$\frac{p}{T} = Cte$	$p \cdot V = Cte$	$p \cdot V^g = Cte$
1 ^{er} principe	$\Delta U = W + Q$	$W = 0 ; \Delta U = Q$	$Q = W ; \Delta U = 0$	$Q = 0 ; \Delta U = W$
Travail	$W = -p \cdot (V_2 - V_1)$ $W = -m \cdot r \cdot (T_2 - T_1)$	$W = 0$	$W = p_1 \cdot V_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$ $W = m \cdot r \cdot T_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$	$W = \frac{p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1}{g - 1}$ $W = \frac{m \cdot r \cdot (T_1 - T_2)}{g - 1}$
Chaleur	$Q = m \cdot c_p \cdot (T_2 - T_1)$	$Q = m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1)$	$Q = p_1 \cdot V_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$ $Q = m \cdot r \cdot T_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$	$Q = 0$

Transformation	Isobare ($p=C^{te}$)	Isochore ($V=C^{te}$)	Isotherme ($T=C^{te}$)	Adiabatique ($Q=0$)
Energie interne	$\Delta U = m.c_v(T_2 - T_1)$	$\Delta U = m.c_v(T_2 - T_1)$	$\Delta U = 0$	$\Delta U = m.c_v(T_2 - T_1)$
Enthalpie	$\Delta H = m.c_p(T_2 - T_1)$	$\Delta H = m.c_p(T_2 - T_1)$	$\Delta H = 0$	$\Delta H = m.c_p(T_2 - T_1)$
Entropie	$\Delta S = m.c_p \cdot \ln \frac{T_2}{T_1}$	$\Delta S = m.c_v \cdot \ln \frac{T_2}{T_1}$	$\Delta S = m.r \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$	$\Delta S = 0$
Gaz parfaits $p.V = m.r.T = Cte$	$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$	$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$	$\frac{V_1}{V_2} = \frac{p_2}{p_1}$	$p_1.V_1^g = p_2.V_2^g$ $\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{g-1}$ $\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^g$ $\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{g}{g-1}}$

Exercices corrigés

Exercice 01 :

En utilisant l'équation d'état du gaz parfait, démontrer que la masse volumique relative de tous les gaz par rapport à l'hydrogène n'est égale qu'à la moitié de sa masse molaire.

Solution :

La masse volumique :

$$r = \frac{m}{V} = \frac{p.M}{R.T}$$

Pour l'hydrogène : $M_{H_2} = 2$

Le rapport de la masse volumique d'un gaz à la masse volumique de l'hydrogène est toujours :

$$\frac{r}{r_{H_2}} = \frac{M}{M_{H_2}} = \frac{M}{2}$$

Exercice 02 :

Un gaz parfait à la température $T_0 = 0^\circ \text{C}$. A quelle température faut-il l'échauffer pour que sous la même pression son volume sera doublé ?

Solution :

Un gaz subissant un échauffement à pression constante (transformation isobare), on écrit :

$$p_1 = \frac{m.r.T_1}{V_1} = p_2 = \frac{m.r.T_2}{V_2} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{V_1}{V_2}$$

La température à la fin de l'échauffement est :

$$T_2 = \frac{T_1}{\frac{V_1}{V_2}}$$

Si, $V_2 = 2.V_1$

$$\text{Alors : } T_2 = 2.T_1 = \frac{273,16}{\frac{1}{2}} = 2.273,16 = 546,32 \text{ K.}$$

Exercice 03:

Quel volume occupe 01 kg d'air à 15 °c sous la pression de 100 bars absolus?

A quelle température faut-il porter cet air pour que sous la même pression, son volume sera doublé? On donne : $r_{air}=287,1 \text{ J/kg.deg}$

Solution :

Un gaz subissant un échauffement à pression constante (transformation isobare), on écrit :

$$p_1 = \frac{m.r.T_1}{V_1} = p_2 = \frac{m.r.T_2}{V_2} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{V_1}{V_2}$$

La température à la fin de l'échauffement est :

$$T_2 = \frac{T_1}{\frac{V_1}{V_2}}$$

Si, $V_2 = 2.V_1$

$$\text{Alors : } T_2 = 2.T_1 = \frac{288,16}{\frac{1}{2}} = 2.288,16 = 576,32 \text{ K.}$$

Exercice 04:

Pour un gaz parfait, on donne $T_1=10 \text{ °c}$ et $T_2=20 \text{ °c}$. Déterminer la variation relative de pression.

Solution :

En appliquant la loi de Gay-Lussac, on écrit :

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2}{p_1} \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{293}{283} = 1,04, \text{ c'est la variation relative de pression.}$$

Exercice 05:

Une salle de classe a pour dimensions $3 \times 6 \times 8 \text{ m}^3$. Déterminer la masse de l'air dans la salle, si $T=17 \text{ °c}$, $p=780 \text{ mmHg}$. On donne pour l'air : $r=287,1 \text{ J/kg.K}$.

Solution :

$$p.V = m.r.T$$

$$V = 3.6.8 = 144 \text{ m}^3$$

$$p = \frac{780 \text{ mmHg}}{760 \text{ mmHg} (P_{\text{atm}})} = 1,026 \cdot 10^5 \text{ Pa}.$$

$$\text{Alors : } m = \frac{p.V}{r.T} = \frac{1,026 \cdot 10^5 \cdot 144}{287 \cdot 1,290} = 177,45 \text{ kg}.$$

Exercice 06:

Quel est le volume massique du gaz propane C_3H_8 dans les conditions normales?

$P=760 \text{ mmHg}$, $m=1 \text{ kg}$, $R=8,314 \cdot 10^3 \text{ J/Kmole deg}$

Solution :

$$p = 760 \text{ mmHg} = 101325 \text{ N/m}^2$$

La masse molaire du C_3H_8 est:

$$M_{\text{C}_3\text{H}_8} = 12 \cdot 3 + 1 \cdot 8 = 44 \text{ g/mole}.$$

$$\text{Où: } M_{\text{C}_3\text{H}_8} = 44 \text{ kg/kmole}.$$

D'après la loi des gaz parfaits, on écrit:

$$p.V = m.r.T = m \cdot \frac{R}{M} \cdot T$$

Le volume massique du C_3H_8 :

$$V = \frac{m.R.T}{M.p} = \frac{1 \cdot 8,314 \cdot 10^3 \cdot 273}{44 \cdot 101325} = 0,509 \text{ m}^3/\text{kg}.$$

La masse volumique a pour valeur:

$$r = \frac{m}{V} = \frac{1}{0,509} = 1,964 \text{ kg/m}^3.$$

Exercice 07:

Un réservoir fermé renferme de l'air à 35°C et sous une pression de 7 bars . Que devient la pression quand la température s'abaisse à 10°C ?

Solution :

L'air du réservoir subit un refroidissement (transformation à volume constant). On écrit :

$$V_1 = \frac{m.r.T_1}{p_1} = V_2 = \frac{m.r.T_2}{p_2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1.T_2}{T_1} = \frac{7 \cdot 10^5 \cdot 283}{308} = 6,43 \text{ Bars}.$$

$$p_2 = 6,43 \text{ Bars}.$$

Exercice 08:

La masse volumique d'un gaz de ville est $\rho = 0.56 \text{ kg/m}^3$ à 17°C et sous une pression de 980 mbars .

1°/ Quelle est la valeur de sa constante r ?

2°/ Quelle est sa densité par rapport à l'air?

Solution :

1°/ La constante r :

On a: $\frac{p}{\rho} = rT$

D'où : $r = \frac{p}{\rho \cdot T} = \frac{98 \cdot 10^3}{0.56 \cdot 290} = 603 \text{ J/kg.K}$.

2°/ La densité du gaz

$$d = \frac{r_{\text{Gaz}}}{r_{\text{Air}}} = \frac{603}{287,1} = 2.1$$

Exercice 05 :

Un volume d'air (gaz parfait) occupe un volume de 20 litres à la pression $p_1 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pascal}$ et sous une température $T_1 = 273 \text{ K}$ subit deux transformations définies comme suit :

1- une compression isochore : l'air est chauffé jusqu'à ce que sa pression soit 3 fois sa pression initiale.

2- Dilatation isobare : l'air est chauffé jusqu'à ce que sa température soit égale à $876,1 \text{ K}$.

1°/ Représenter sur un diagramme de Clapeyron les deux transformations qu'à subi l'air.

2°/ Quelle est la température atteinte par l'air à la fin de la première transformation ?

3°/ Calculer la masse m d'air et déduire la variation d'énergie interne de l'air lors de la première transformation.

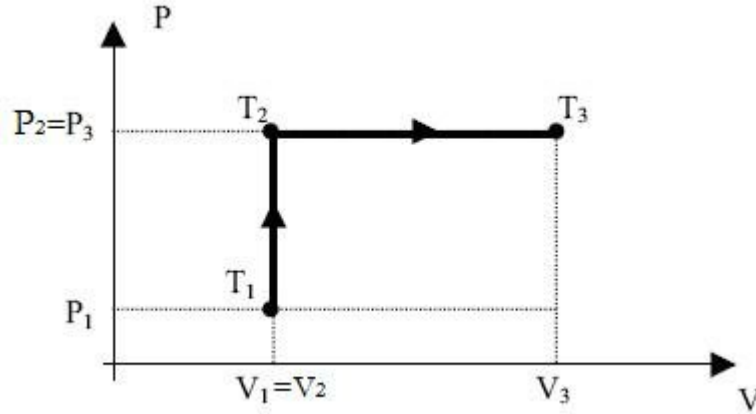
4°/ Quel est le volume occupé par l'air à la fin de la deuxième transformation ?

5° Calculer la variation d'énergie interne de l'air dans la deuxième transformation.

On donne : $R = 8,32 \text{ J/K.mol}$, $\gamma = 1,4$, $C_V = 708 \text{ J/K.mol}$, $M = 29 \text{ g/mole}$.

Solution :

1°/ Représentation des transformations subies par l'air.



2°/ La température à la fin de la 1^{ère} transformation « isochore »

$$p_1 \cdot V_1 = mRT_1$$

$$p_2 \cdot V_1 = mRT_2$$

$$p_2 = 3 \cdot p_1$$

$$m \cdot R = \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1}$$

$$\text{Donc : } T_2 = \frac{p_2 \cdot V_1}{mR} = \frac{3 \cdot p_1 \cdot V_1}{\frac{p_1 V_1}{T_1}} = 3 \cdot T_1 = 3 \cdot 273,1 = 819,3 \text{ K.}$$

3°/ La masse m d'air

$$m = \frac{p_1 \cdot V_1}{R \cdot T_1} \cdot M = \frac{101300 \cdot 0,02}{8,32 \cdot 273,1} \cdot 29 \cdot 10^{-3} = 26 \text{ g.}$$

La variation en énergie interne lors de la 1^{ère} transformation

$$\Delta U_{1-2} = m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1) = 26 \cdot 10^{-3} \cdot 708 \cdot (2 \cdot 273,1) = 10 \text{ kJ}$$

4°/ Le volume de l'air à la fin de la 2^{ème} transformation (Isobare)

$$p_3 \cdot V_3 = mRT_3$$

$$V_3 = \frac{mRT_3}{p_3} = \frac{\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} \cdot T_3}{3 \cdot p_1} = \frac{V_1 \cdot T_3}{3 \cdot T_1} = 21,3 \text{ Litres.}$$

La variation en énergie interne lors de la 2^{ème} transformation

$$\Delta U_{2-3} = m.c_v.(T_3 - T_2) = 26.10^{-3}.708.(873 - 819,3) = 985 \text{ J.}$$

Exercice 06 :

Dans un cylindre de 200 mm de diamètre est emprisonnée une certaine masse d'azote sous une pression de 30 bars absolus et à la température de 17 °C. Le piston, qui se trouvait initialement à 100 mm du fond du cylindre, est brusquement libéré et son déplacement stoppé après une course de 100 mm.

On demande de déterminer :

1° la température finale du gaz ;

2° la variation d'énergie interne ;

3° la variation d'enthalpie ;

4° le travail utile recueilli sur la tige du piston, la pression atmosphérique du moment étant de 1 bar. On néglige les frottements ainsi que la masse du piston.

On donne : $R=8,32 \text{ J/K.mol}$, $\gamma=1,4$, $C_p=6,94 \text{ cal/K.mole}$.

Solution :

1°/ La détente du gaz s'effectue très rapidement, elle peut donc considérée comme adiabatique.

La température finale T_2 est donnée par : $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$

$$\text{D'où : } T_2 = 290.\left(\frac{1}{2}\right)^{1,4-1} = 220 \text{ K.}$$

2°/ La variation de l'énergie interne :

$$\Delta U = n.c_v.\Delta T$$

$$n = \frac{m}{M} = \frac{p.V}{R.T} = \frac{30.10^5.3,14.10^{-3}}{8,32.290} = 3,90 \text{ moles.}$$

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = 1,4 \Rightarrow c_v = \frac{c_p}{\gamma} = \frac{6,94}{1,4} = 4,95 \text{ cal/K.mole}$$

Alors,

$$\Delta U = 3,90.4,95.(-70) = -1351 \text{ Calories.}$$

$$\Delta U = -1351.4,185 = -5654 \text{ Joules.}$$

3°/ La variation d'enthalpie :

$$\Delta H = n.c_p.\Delta T = 3,90.6,94.(-70) = -7930 \text{ Joules.}$$

4°/ Le travail utile :

Le travail utile c'est la différence entre le travail de détente du gaz W_{1-2} et le travail résistif W_R que le piston a effectué contre les frottements.

$$W_{\text{utile}} = W_{1-2} - W_R$$

$$W_{1-2} = \Delta U_{1-2} + Q_{1-2} = -5654 \text{ Joules} \quad (Q_{1-2}=0 : \text{détente adiabatique})$$

$$W_R = p_1.(V_1 - V_2) = 10^5.(-3,14.10^{-3}) = -3,14.10^{+2} = 314 \text{ Joules.}$$

$$\text{Donc : } W_{\text{utile}} = -5654 - (-314) = -5340 \text{ Joules.}$$

Exercice 07 :

Un réchauffeur est traversé par un débit horaire de 1000 kg d'air qui, entrant à $+15^\circ\text{C}$, sort chauffé à 75°C , sous une pression constante de 10 bars absolus.

Calculer :

1°/ la variation d'énergie interne du gaz ;

2°/ la chaleur absorbée par son échauffement ;

3°/ le travail fourni par sa dilatation.

L'air sera supposé sec et l'on prendra $g = 1,4$ et $r = 287,1 \text{ J/kg.deg.}$

Solution :

1°/ La variation de l'énergie interne du gaz :

$$\Delta U_{1-2} = m.c_v.(T_2 - T_1) = m \frac{r}{g-1} (T_2 - T_1) = 1000 \frac{287,1.(348-288)}{1,4-1} = 43065 \text{ kJ/h.}$$

2°/ La chaleur absorbée par l'échauffement du gaz :

$$Q_{1-2} = m.c_p.(T_2 - T_1) = m \frac{r.g}{g-1} (T_2 - T_1)$$

$$Q_{1-2} = 1000. \frac{287,1.1,4}{0,4} (348-288) = 60291 \text{ kJ/h.}$$

3°/ Le travail fourni par la dilatation du gaz :

Le volume d'air entré dans le réchauffeur,

$$V_1 = \frac{m.r.T_1}{p_1} = \frac{1000.287,1.288}{10.10^5} = 82,685 \text{ m}^3/\text{h}$$

Le volume d'air sortant du réchauffeur,

$$V_2 = V_1 \frac{T_2}{T_1} = 82,685 \cdot \frac{348}{288} = 99,911 \text{ m}^3/\text{h}$$

$$W_{1-2} = p(V_2 - V_1) = m \cdot r(T_2 - T_1) = 1000 \cdot 287,1 \cdot (348 - 288) = 17226 \text{ kJ/h.}$$

Exercice 08 :

Au cours d'une transformation isobarique à 7 bars absolus, le volume d'une certaine masse de gaz passe de 70 à 100 dm³. Au cours de cette évolution, l'énergie interne du gaz augmente de 20 kcal. On demande la grandeur et le sens de la quantité de chaleur qui accompagne l'évolution.

Solution :

Le travail accompagnant la transformation qu'a subi la masse de gaz :

$$W_{1-2} = - \int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV = -p(V_2 - V_1) = -7 \cdot 10^5 (100 - 70) \cdot 10^{-3} = -21000 \text{ Joules.}$$

$$W_{1-2} = -5,01 \text{ kcal.}$$

On voit que le travail est négatif c'est-à-dire que le système (gaz) a reçu du travail.

En se basant sur le premier principe de la thermodynamique, on a :

$$\Delta U_{1-2} = W_{1-2} + Q_{1-2}$$

$$\text{Alors : } Q_{1-2} = \Delta U_{1-2} - W_{1-2} = 20 - (-5,01) = 25,01 \text{ kcal.}$$

Le système (gaz) a reçu de la chaleur au cours de sa transformation.

Exercice 09 :

Une masse d'air de 1 kg prise dans l'état initial 1 (1bar, 17°C) subit les transformations suivantes :

- a) compression adiabatique réversible 1-2 jusqu'à la pression $P_2 = 10 \text{ bars}$;
- b) détente isobare 2-3 au cours de laquelle le gaz reçoit une quantité de chaleur $Q = 100 \text{ kcal/kg}$;
- c) détente isotherme 3-4 jusqu'à la pression initiale ;
- d) compression isobare 4-1 jusqu'à l'état initial.

1°/ Déterminer les paramètres (p , V , T) de l'air à chaque point du cycle.

2°/ Représenter le cycle 1-2-3-4 sur le diagramme de Clapeyron (p , V).

3°/ Calculer le travail échangé le long de chacune des transformations partielles.

4°/ Déduire le travail total échangé avec le milieu extérieur

5°/ Déterminer la quantité de chaleur échangée le long du cycle.

On donne : $C_p=0,244 \text{ kcal/kg.deg}$; $C_v=0,175 \text{ kcal/kg.deg}$; $\gamma=1,4$; $r=287,1 \text{ J/kg.deg}$

Solution :

1°/ Détermination des variables (p , V , T) aux différents point du cycle :

Transformation 1-2 : (compression adiabatique) :

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma$$

$$\text{Et } p_1 V_1 = m r T_1$$

On a les données suivantes :

$$p_1 = 1 \text{ bar} ; T_1 = 17^\circ \text{C}$$

$$V_1 = \frac{m r T_1}{p_1} = \frac{1.287 \cdot 1.290,16}{1.10^5} = 0,833 \text{ m}^3.$$

Transformation 2-3 : (détente isobare) :

On a $p_2 = p_3 = 10 \text{ bars}$ et $Q_{2-3} = 100 \text{ kcal/kg}$ (quantité de chaleur reçue)

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 290,16 (10)^{\frac{0,4}{1,4}} = 553 \text{ K}.$$

$$V_2 = V_1 \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = 0,833 \left(\frac{1}{10} \right)^{\frac{1}{1,4}} = 0,16 \text{ m}^3.$$

$$Q_{2-3} = m c_p (T_3 - T_2) = 418000 \text{ J/kg}$$

$$T_3 = \frac{100}{1.0,244} + 553 = 962,82 \text{ K}.$$

$$p_3 V_3 = m r T_3$$

$$V_3 = \frac{m r T_3}{p_3} = \frac{1.287 \cdot 1.962,82}{10.10^5} = 0,28 \text{ m}^3$$

Transformation 3-4 : (détente isotherme) :

On a : $T_3 = T_4$

Il vient donc :

$$T_4 = 962,82 \text{ K.}$$

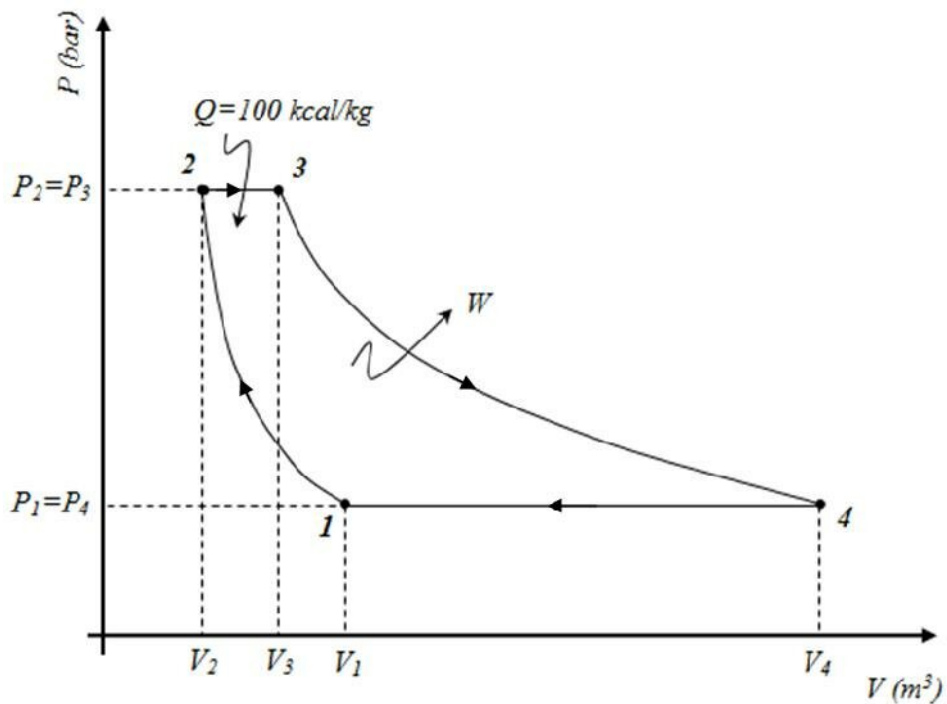
$$p_3 \cdot V_3 = m r T_3 = m r T_4 = p_4 \cdot V_4$$

$$V_4 = \frac{10 \cdot 10^5 \cdot 0,28}{10^5} = 2,8 \text{ m}^3$$

Transformation 4-1 : (compression isobare) :

$$p_4 = p_1 = 1 \text{ bar.}$$

2°/ Représentation du cycle de transformations :



Représentation du cycle de transformations.

3°/ Calcul du travail lors de chaque évolution :

$$W_{1-2} = \frac{p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1}{\gamma - 1} = \frac{10,0,159 - 1,0,832}{0,4} \cdot 10^5 = 194360 \text{ J/kg.}$$

$$W_{2-3} = -p_2 (V_3 - V_2) = -10 \cdot 10^5 (0,323 - 0,159) = -164000 \text{ J/kg.}$$

$$W_{3-4} = p_3 \cdot V_3 \cdot \ln\left(\frac{p_4}{p_3}\right) = -743740 \text{ J/kg.}$$

$$W_{4-1} = -p_1 (V_1 - V_4) = -10^5 (0,833 - 3,224) = 239200 \text{ J/kg.}$$

4°/ Le travail total échangé avec le milieu extérieur:

$$W_{Total} = W_{1-2} + W_{2-3} + W_{3-4} + W_{4-1}$$

$$W_{Total} = 194360 - 164000 - 743740 + 239200 = -474180 \text{ J/kg.}$$

5°/ La quantité de chaleur échangée le long du cycle:

Le gaz étant revenu à son état initial, on a donc :

$$\Delta U_{cycle} = Q_{Cycle} + W_{Total} = 0$$

$$\text{Alors : } Q_{Cycle} = -W_{Total} = 474180 \text{ J/kg.}$$

$$Q_{Cycle} = 113,291 \text{ kcal/kg.}$$

Chapitre 3

Transformations Quasi statiques, Entropie et 2^{ème} principe de thermodynamique

3. 1. Transformation quasi statique

3.1.1. Définition

Une transformation thermodynamique pour un système est le passage d'un état d'équilibre initial à un autre final. On sait que les variables d'état du système sont bien définies dans l'état initial et dans l'état final du système. Elles ne le sont pas en général au cours de la transformation, sauf si on suppose que les états intermédiaires du système constituent une **succession d'états infiniment voisins d'un état d'équilibre** : on dit alors que les états intermédiaires sont en **quasi-équilibre** et que la **transformation est quasi-statique**.

Remarque :

Une transformation quasi statique est une notion idéale. Elle exclut tout frottement, elle est infiniment lente. Une représentation commode d'une telle transformation est le **diagramme de Clapeyron**, soit la trajectoire décrite dans le système de coordonnées (P , V) le long de laquelle tous les points sont définis.

3.1.2. Exemple de transformation quasi statique :

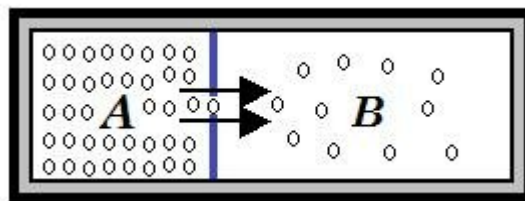


Figure 3. 1. Transformation quasi statique

On a $P_A > P_B$, il existe une micro fuite de **A** vers **B** qui sont des réservoirs à parois rigides. Donc **A** subit une transformation quasi statique (**B** extérieur pour **A**) et **B** subit une transformation quasi statique (**A** extérieur pour **B**). Par contre, le système (**A+B**) n'est pas en état d'équilibre interne à tout instant. Il ne l'est qu'au bout d'un temps infiniment long. Le système (**A+B**) ne subit donc pas **une transformation quasi statique**.

3.2. Transformation réversible

3.2.1. Définition :

De plus une transformation quasi statique, Si, l'équilibre est réalisé à tout instant entre le système et le milieu extérieur, de telle façon qu'une très faible variation des paramètres extérieurs suffit pour inverser le sens de la transformation, cette transformation est dite **réversible**.

Remarque :

Une transformation quasi statique n'est pas nécessairement une transformation réversible, car elle peut se réaliser sans référence au milieu extérieur. Par contre, **une transformation réversible** est nécessairement **quasi statique**.

3.2.2. Exemple de transformation réversible :

Dans le système ci-dessous, on suppose qu'il n'y a pas de frottement entre le piston et les parois. Supposons que le poids p est obtenu par l'addition de poids infinitésimaux dp , soit : $p = \int dp$.

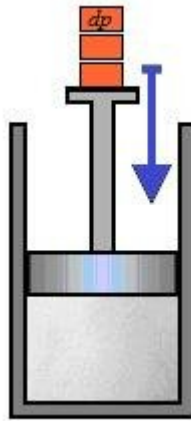


Figure 3. 2. Exemple de transformation réversible

A tout instant, la pression dans le récipient est en équilibre avec la pression exercée par le piston. On peut faire remonter ou abaisser le piston par retrait ou addition de dp .

3.3. Transformation irréversible

3.3.1 Définition :

Par définition, une transformation qui n'est pas réversible est dite **irréversible**. En référence à la transformation réversible, on peut dire qu'une transformation est irréversible si le processus obtenu en changeant le signe du temps est très improbable. Ce sont les frottements qui sont la cause mécanique de l'irréversibilité.

Supposons un échange entre un corps à une température T_1 et un autre à température T_2 . Le corps chaud va se refroidir en transférant de l'énergie vers le corps froid jusqu'à ce que l'équilibre thermique soit rétabli. Cet échange ne pourra se faire qu'avec création d'une entropie. Si on veut faire revenir les deux corps à leur état antérieur, il faudra mettre en jeu plus d'énergie qu'il en a été échangé. Il n'est pas possible de revenir à un état antérieur sans apport d'énergie, les transformations réelles sont toujours irréversibles.

3.3.2. Exemples de transformations irréversibles :

Exemple 02 :

Une roue de voiture en mouvement est freinée progressivement jusqu'à son arrêt, par conséquent un échauffement des plaquettes, disque de frein et du pneu de la roue. En aucun cas, on ne voit cette roue se mettre seule en mouvement en absorbant la chaleur dégagée par le freinage et remonter la pente.

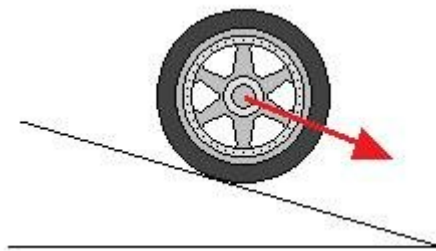


Figure 3. 3. Freinage d'une roue

Exemple 02:

Dans le schéma ci-dessous, à l'état initial (cloison en place), les molécules les plus agitées sous température (T_2) dans le compartiment (A) et les molécules les moins agitées (T_1) dans le compartiment (B): ceci correspond à un certain ordre où les molécules (T_2) sont séparées des molécules (T_1): c'est un état hors équilibre.

Dans l'état final (cloison enlevée), les molécules plus chaudes (T_2) diffusent vers la droite et communiquent par chocs une partie de leur énergie aux molécules plus froides (T_1), pour atteindre finalement un état d'équilibre où les deux compartiments sont à la même température. Dans cet état final d'équilibre, les molécules ont en moyenne même énergie cinétique et le système est caractérisé par un **plus grand désordre**.

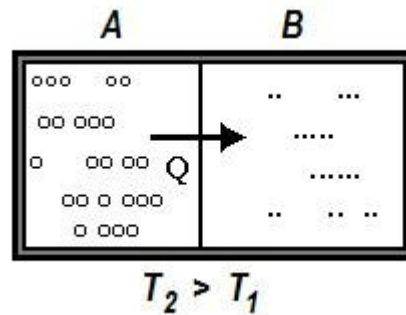


Figure 3. 4. Transfert de chaleur

Le transfert spontané de la chaleur, caractérisé par:

- L'écoulement de la chaleur des Hautes Températures → Basses Températures
- Ce transfert de chaleur est spontané et **irréversible**.

3.3.3. Enoncé de Clausius

Une quantité de chaleur ne peut jamais être transférée spontanément d'une source froide (**BT**) vers une source chaude (**HT**).

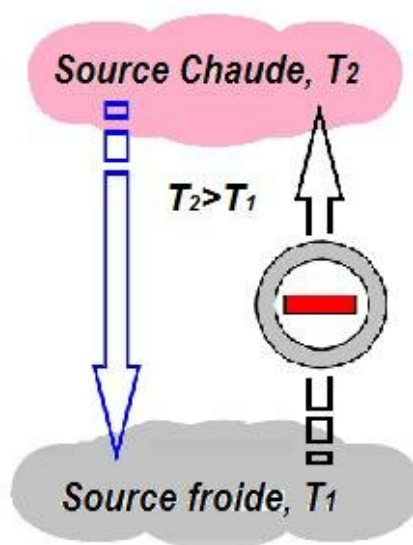


Figure 3.5. Processus de transfert de chaleur impossible

Les travaux de Clausius sur les cycles de Carnot l'ont amené à définir une fonction d'état, S dite entropie, telle que pour toute transformation passant d'un état 1 à un état 2, elle peut être définie comme suit :

$$\int_1^2 \frac{dQ}{T_e} \leq S_2 - S_1 \quad (3.1)$$

Où dQ est la quantité de chaleur échangée à chaque instant avec un milieu extérieur à la température T_e .

Pour toutes transformations réversibles, l'inéquation précédente devienne une égalité.

3.3.4. Enoncé de Kelvin-Plank

Il est impossible de prélever une quantité de chaleur Q d'une source d'énergie et de la transformer intégralement en travail W .

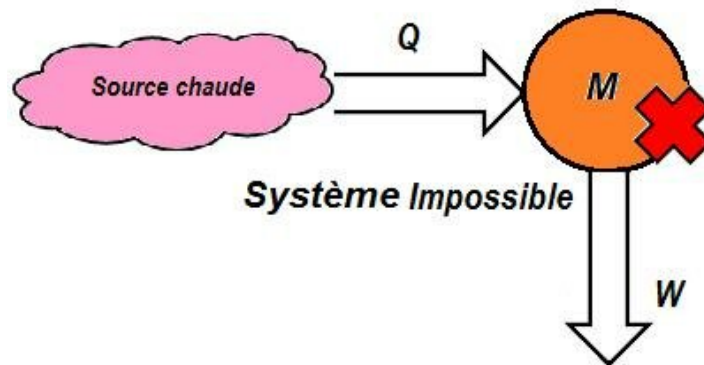


Figure 3.6. La conversion intégrale d'une quantité de chaleur en un travail est impossible

3.4. Postulats d'irréversibilité

Les facteurs qui causent une transformation irréversible sont appelés irréversibilités. Ils comprennent les frottements, la détente sans contrainte, le mélange de deux fluides, transfert de chaleur sous gradient de température fini, la résistance électrique, et les réactions chimiques. La présence de l'un de ces effets rend une transformation irréversible. Une transformation réversible implique qu'aucun des ceux-ci n'a lieu.

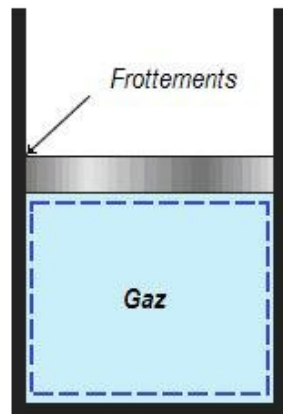


Figure 4. 7. Les frottements rendent une transformation irréversible

L'irréversibilité est considérée comme étant le potentiel de travail perdu ou la possibilité ratée de produire du travail. Elle représente l'énergie qui aurait pu être converti en un travail, mais elle n'était pas. Toute différence entre le travail réversible $W_{\text{rév}}$ et le travail utile W_u est due à des irréversibilités présentes au cours de la transformation, et cette différence est appelée **irréversibilité** I . Elle est illustrée sur la (Figure 3.8.). Elle est évaluée par la relation suivante :

$$I = W_{\text{réversible}} - W_{\text{utile}} \quad (3.2)$$

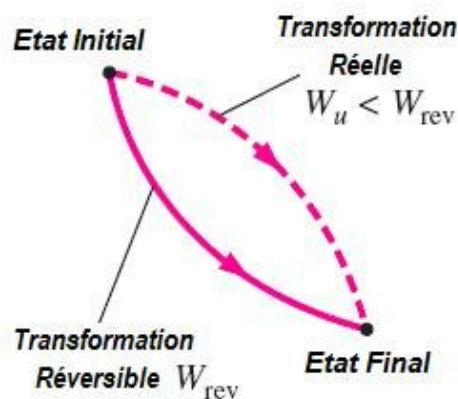


Figure 3. 8. Travail et irréversibilité

L'irréversibilité est équivalente à l'énergie perdue. Pour une transformation réversible, le travail réel et le travail réversible sont identiques, et ainsi l'irréversibilité est nulle. Plus l'irréversibilité est associée à un procédé, plus le travail produit est inférieur au travail consommé.

La performance d'un système peut être améliorée en réduisant l'irréversibilité associée. En conclusion, l'irréversibilité est le synonyme des pertes de travail d'un système.

Les transformations **naturels** sont **irréversibles** et respectent le premier principe (conservation de l'énergie), Le premier principe n'exclut donc pas ces transformations inverses, mais, il n'explique pas leur sens privilégié et donc leur **irréversibilité**.

On a vu dans les deux exemples précédents que les systèmes évoluent vers un **plus grand désordre** pour atteindre un état final d'équilibre. Les **transformations irréversibles** sont **spontanées** et **elles satisfont à la règle d'augmentation de l'entropie** des systèmes, qui prend sa valeur maximale à l'équilibre.

Le **deuxième principe** va répondre aux insuffisances du 1^{er} principe par la définition du **sens privilégié** suivant lequel les transformations peuvent se dérouler et préciser les conditions d'équilibre du système. C'est un principe basé sur des observations expérimentales.

3.5. Notion d'entropie

L'entropie est une fonction d'état qui sert à mesurer le degré de désordre d'un système. Elle nous permet de pouvoir définir le sens d'une transformation. Plus on a de variation d'Entropie, plus il faut d'énergie pour avoir un échange entre deux systèmes, c'est à dire avoir une différence de température.

Exemple : Fusion de la glace

Voir la [figure \(3.9.\)](#), lorsque le flocon de neige (glace) fond, il devient plus désordonné et moins structuré. L'agencement systématique de molécules dans la structure cristalline est remplacé par un mouvement plus aléatoire et non ordonné des molécules sans sens fixes. Son entropie augmente car il reçoit de la chaleur. L'entropie est une mesure du désordre. Ainsi, il n'est pas surprenant que l'entropie d'une substance est plus basse en sa phase solide et la plus élevée en sa phase gazeuse.

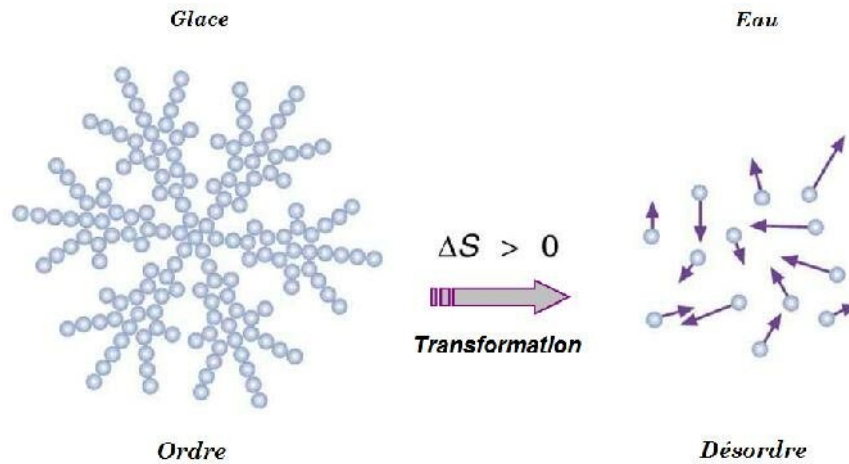


Figure 3. 9. L'accroissement de l'entropie d'un système lors d'une transformation

3.5.1. Transformations réversibles

L'entropie est désignée par S , son unité est [kJ/K], la variation élémentaire d'entropie d'un système thermodynamique est définie par :

$$dS = \frac{dQ_{rev}}{T} \quad (3.3)$$

Avec,

$$dQ_{rev} = C_V \cdot dT + L_V \cdot dV \quad (3.4)$$

$$dQ_{rev} = C_p \cdot dT + L_p \cdot dP \quad (3.5)$$

L'entropie d'un système peut être exprimée selon le choix des variables de la manière suivante :

$$dS = \frac{C_V}{T} dT + \frac{L_V}{T} dV \quad (3.6)$$

Où,

$$dS = \frac{C_p}{T} dT + \frac{L_p}{T} dP \quad (3.7)$$

La variation d'entropie d'un système lors d'une transformation réversible peut être déterminée par l'intégration de l'équation (3.3) entre les deux états initial et final d'équilibre, elle est donnée par:

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ_{rev}}{T} \quad (3.8)$$

Notez que nous avons effectivement défini la variation d'entropie à la place de l'entropie, tout comme nous avons défini la variation d'énergie interne à la place de l'énergie elle-même lorsque nous avons développé le 1^{er} principe. Donc, l'entropie ne dépend que des états initial et final de la transformation c.à.d. qu'elle ne dépend pas du chemin suivi.

3.5.2. Transformations irréversibles

Considérons le **cycle irréversible** formé d'une transformation réversible 1-2 et d'une transformation irréversible 2-1, (figure 3.10).

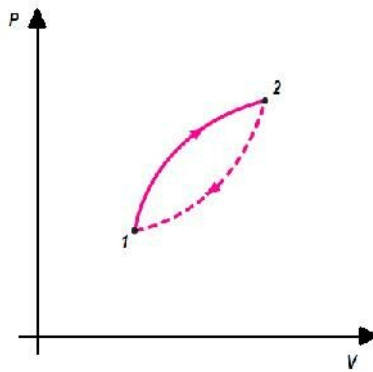


Figure 3.10. Cycle irréversible

D'après la relation (3.1), on a alors:

$$\sum \frac{dQ}{T} \leq 0 \quad (3.9)$$

$$\text{soit, } \int_1^2 \frac{dQ_{\text{rév}}}{T} - \sum_{2-1} \frac{dQ}{T} \leq 0 \quad (3.10)$$

Finalement, pour une transformation **irréversible**, on a:

$$\sum_{2-1} \frac{dQ}{T} \geq \Delta S = S_2 - S_1 \quad (3.11)$$

$$\text{c.à.d. } \Delta S \geq \sum_{1-2} \frac{dQ}{T}$$

$$\text{Où : } dS \geq \frac{dQ_{\text{irr}}}{T} \quad (3.12)$$

Cette inégalité est l'énoncé général du 2^{ème} principe. C'est-à-dire, au cours d'une transformation irréversible, une partie du travail se transforme en chaleur à cause des frottements ce qui augmente l'entropie du système thermodynamique en conséquence.

Pour une transformation **irréversible** élémentaire, on a donc:

$$dS = \frac{dQ_{irr\acute{e}v}}{T} + s \quad (3.13)$$

Où s est une **source d'entropie** caractérisant l'irréversibilité de la transformation: il y a création d'entropie.

3.6. Deuxième principe de la thermodynamique

Reprenons l'exemple du freinage d'une roue. L'application du premier principe, basé sur la conservation de l'énergie totale, nous a permis de montrer que le freinage provoquait une diminution de l'énergie mécanique du système, compensée par une augmentation de son énergie interne, laquelle se traduisait par une élévation de sa température. La question qui se pose est : une fois la roue freinée, peut-elle spontanément remonter à sa position initiale en absorbant la chaleur dégagée par le freinage?

La transformation envisagée (remontée spontanée de la roue) n'est donc pas interdite par le premier principe : l'augmentation d'énergie mécanique provoquée par la montée de la roue serait alors compensée par une diminution équivalente de l'énergie interne, se traduisant ici par une baisse de la température du système. Or, une telle transformation est quasi-impossible, ce que le premier principe ne se prononce pas sur. Il est donc nécessaire de lui ajouter un principe d'évolution, qui nous permette de déterminer dans quel sens une transformation va se faire. C'est précisément l'objet du **deuxième principe de la thermodynamique**.

3.6.1. Énoncé du deuxième principe

Pour tout système fermé, il existe une fonction d'état, extensive, non conservative, telle que sa variation au cours d'une transformation élémentaire s'écrit :

$$dS = dS_{Tr} + dS_{Pr} \quad (3.14)$$

Avec,

$$dS_{Tr} = \frac{dQ}{T_e} \quad (4.15)$$

Où : S est l'entropie du système,

$dS_{Pr} > 0$ Pour une transformation irréversible,

$dS_{Pr} = 0$ Pour une transformation réversible,

dS_{Tr} : Entropie reçue par le système,

dS_{Pr} : Entropie produite (créée) dans le système lors de la transformation,

dQ : Quantité de chaleur reçue par le système,

T_e : Température du milieu extérieur.

Si **la transformation est irréversible**, elle conduit nécessairement à produire de l'entropie ($dS_{Pr} > 0$). Dans le cas d'une **transformation réversible**, la production d'entropie s'annule ($dS_{Pr} = 0$).

Enfin, une transformation qui aboutirait à une production d'entropie négative est impossible. C'est en cela que le deuxième principe est **un principe d'évolution** : son application nous dira si une transformation est possible ou pas, et dans quel sens elle se fera.

En résumé, **l'entropie est créable** (donc non conservative), mais **indestructible**. En pratique, toutes les transformations réelles sont irréversibles, et conduisent donc **à créer de l'entropie**.

L'entropie étant une fonction d'état, sa variation dS lors d'une transformation quelconque entre deux états d'équilibre ne dépend que de **l'état initial** et de **l'état final** du système, et non du chemin suivi. Le calcul de la variation d'entropie du système est basé sur cette propriété ; en effet, si l'on imagine une transformation réversible entre le même état initial et le même état final que la transformation réelle, on obtient :

$$dS = \frac{dQ_{rév}}{T} \quad (3.16)$$

Où, dQ_{rev} est la quantité de chaleur reçue dans le cas de la transformation réversible.

3.6.2. Application du deuxième principe aux cycles thermodynamiques

L'énoncé général du **deuxième principe** contient implicitement tous les énoncés classiques basés sur les cycles **monothermes** (énoncés de *Clausius et Kelvin*) ou basée sur les cycles **dithermes** (cycle de Carnot).

3.6.2.1. Cycles monothermes

Un cycle monotherme ne fait intervenir des échanges d'énergie (Q , W) qu'avec une seule source de chaleur. L'entropie étant une fonction d'état, sa variation au cours d'un cycle est nulle, de même que celle de l'énergie interne. Pour un système échangeant une quantité de chaleur Q au cours d'un cycle non nulle, avec une seule source thermique à la température T , le 1^{er} et le 2^{ème} principe donnent respectivement :

$$\Delta U = 0 \Rightarrow W + Q = 0 \quad (3.17)$$

Et

$$\Delta S = 0 \Rightarrow \frac{Q}{T} \leq 0 \quad (3.18)$$

D'après l'équation (3.18), $Q \leq 0$ car $T > 0$

Avec, W est le travail échangé au cours du cycle. On en déduit que $Q \leq 0$ et par conséquent :

$W \geq 0$, voir figure (3.11).

On en déduit qu'un système thermodynamique subissant une transformation cyclique, et n'échangeant de la chaleur qu'avec une seule source thermique, **ne peut pas produire de travail** : il ne peut qu'en recevoir du milieu extérieur. En d'autres termes, un tel système ne peut pas se comporter comme un moteur (il n'existe pas).

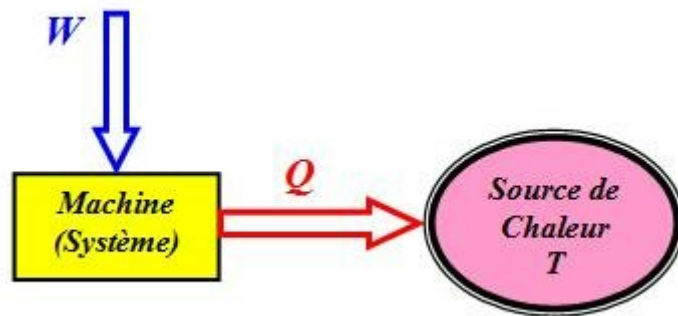


Figure 3.11. Système monotherme

3.6.2.2. Cycles dithermes

Un cycle dithermes (machine dithermes) fait intervenir des échanges d'énergie (Q , W) entre deux sources de chaleur.

Pour qu'un système dithermes fournisse du travail, il faut qu'elle encaisse de la chaleur de la source chaude et qu'elle en remet une partie à la source froide.

Une machine thermodynamique doit donc **nécessairement fonctionner** entre au moins **deux (02) sources de chaleur** :

- la transformation de chaleur en travail ($Q \rightarrow W$) à partir d'une **source chaude** n'est donc possible qu'à la condition **de rejeter** une partie de la chaleur à une autre **source froide** (cycle dithermes).

- cette chaleur rejetée est donc perdue et influera sur les performances de la machine thermique: d'où la notion de **rendement thermique**. Ce que ce précède est considéré comme une conséquence du deuxième principe.

A partir de ce schéma à deux sources (source chaude et source froide), on définit **deux types de machines thermiques**:

1. Les machines **thermo-dynamiques**,
2. Les machines **dynamo-thermiques**.

Leurs principes de fonctionnement sont illustrés comme suit :

a) Machines thermo-dynamiques

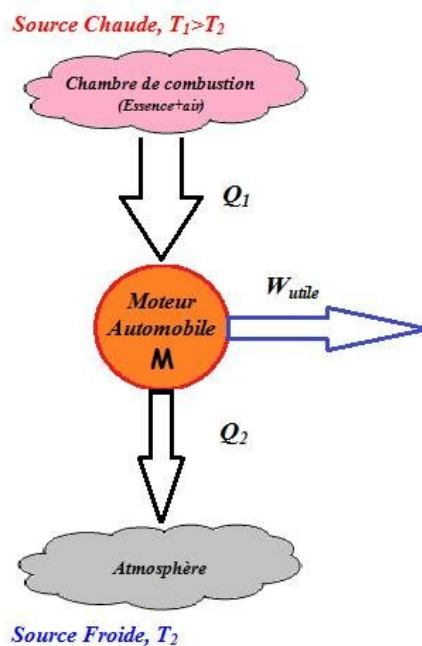


Figure 3.13. Machines thermodynamiques (Moteur thermique).

Les **machines thermo-dynamiques** transformant de la chaleur en un travail mécanique ($Q \rightarrow W$), elles sont productrices du travail (**machines motrices**), c'est le cas :

- Des moteurs thermiques à combustion interne
- Des machines à vapeur (moteur à vapeur, turbine à vapeur...)

D'après le **1^{er} principe** :

$$Q_1 + Q_2 + W = DU = 0 \quad (3.19)$$

D'après le **2^e principe** :

Pour un cycle réversible, on a :

$$\Delta S = \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0 \quad (3.20)$$

Notion de rendement

$$h = \frac{W_{Fourni}}{Q_{Prélevée}} = \frac{|W|}{|Q_1|} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} < 1 \quad (\text{Rendement de Carnot}) \quad (3.21)$$

b) Machines dynamo-thermiques

Les **machines dynamo-thermiques** transformant du travail mécanique reçu en une chaleur ($W \nrightarrow Q$), elles sont par contre des machines de transfert de chaleur, c'est le cas des *machines frigorifiques* ou les *pompes à chaleur*.

b.1.) Cas d'une machine frigorifique (le réfrigérateur)

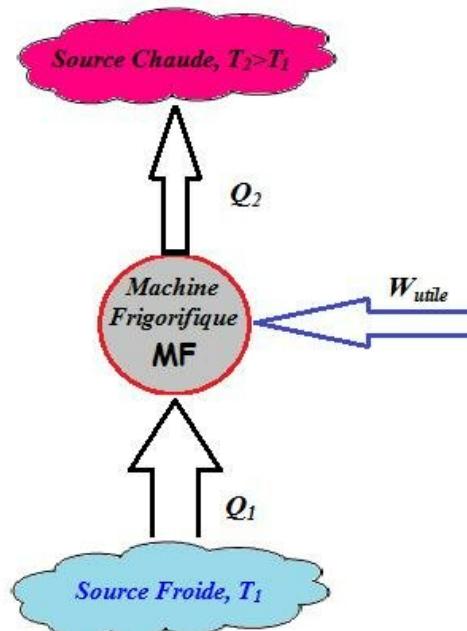


Figure 3.12. Machines dynamo-thermiques (Réfrigérateur)

D'après le **1^{er} principe**, on a:

$$Q_1 + Q_2 + W = DU = 0 \quad (3.22)$$

D'après le **2^{ème} principe**:

Pour un cycle réversible, on a :

$$\Delta S = \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0 \quad (3.23)$$

Le coefficient de performance (*COP*) d'une machine dynamothermique, *h* est donné par:

$$h = \frac{Q_1}{W} = \frac{Q_1}{Q_2 - Q_1} > 1 \quad (3.24)$$

b.2.) Cas d'une pompe à chaleur

Elle est basée sur le même principe qu'un réfrigérateur mais avec un objectif différent, c'est pomper de la chaleur d'une source froide et la restituer à une source chaude (c'est pour chauffer).

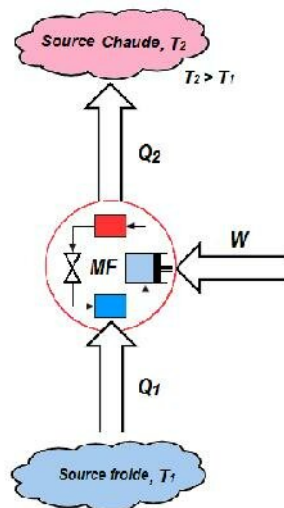


Figure 3.13. Machines dynamo-thermiques (Pompe à chaleur)

D'après le **1^{er} principe**, on a:

$$Q_1 + Q_2 + W = DU = 0 \quad (3.25)$$

D'après le 2^{ème} **principe**:

Pour un cycle réversible, on a :

$$\Delta S = \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0 \quad (3.26)$$

Le coefficient de performance (*COP*) d'une machine dynamothermique, h est donné par:

$$h = \frac{Q_2}{W} = \frac{Q_2}{Q_2 - Q_1} = \frac{T_2}{T_2 - T_1} > 1 \quad (3.27)$$

Exercices corrigés

Exercice 01 :

On chauffe 10 g de dioxygène de 20 à 100 °C sous pression constante. Calculer la variation d'entropie correspondante. On donne : $c_p[O_2(g)] = 29,26 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$.

Solution :

Pour une transformation isobare, la variation d'entropie est donnée par :

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int \frac{dQ}{T} = \int m.c_p \frac{dT}{T} = m.c_p \ln \frac{T_2}{T_1}$$

$$\Delta S = S_2 - S_1 = 10.10^{-3}.29,26.\ln \frac{100}{20} = 0,47 \text{ J/K}.$$

Exercice 02 :

On chauffe 10 g de dioxygène de 20 à 100 °C sous volume constant. Calculer la variation d'entropie correspondante. On donne pour les gaz parfaits: $c_v = c_p - R$.

Solution :

Pour une transformation isobare, la variation d'entropie est donnée par :

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int \frac{dQ}{T} = \int m.c_v \frac{dT}{T} = m.c_v \ln \frac{T_2}{T_1}$$

$$\Delta S = S_2 - S_1 = m.(c_p - R) \ln \frac{T_2}{T_1}$$

$$\Delta S = S_2 - S_1 = 10.10^{-3}.(29,26 - 8,32) \ln \frac{100}{20} = 0,337 \text{ J/K}.$$

Exercice 03 :

Une masse de 1 kg de dioxyde de carbone CO₂ décrit un cycle de Carnot entre les pressions limites 2 et 16 bars.

1°/ Les valeurs de p , V , T et S aux quatre points du cycle, on prendra $S = 0$ pour $T=0$ et $p=1$ bar.

2°/ Les quantités de chaleur et de travail échangés avec le milieu extérieur.

3°/ Le travail fourni par le gaz le long du cycle.

4°/ Le rendement thermique du cycle.

5°/ Représenter le cycle des transformations sur les diagrammes (p, V) et (T, S) .

On donne : $g = 1,3$, $r_{CO_2} = 189 \text{ J/kg.K}$, $c_p = 0,196 \text{ kcal/kg.K}$.

Solution :

1°/ Calcul de p, V, T et S aux quatre points du cycle de Carnot:

Au point 1 :

$$p_1.V_1 = m.r.T_1$$

$$V_1 = \frac{m.r.T}{p_1}$$

$$V_1 = \frac{1.289.290}{2.10^5} = 0,274 \text{ m}^3$$

$$S_1 = c_p \cdot \ln T_1 p_1^{\frac{1-g}{g}} - c_p \cdot \ln T_0 = 0,883 \text{ kcal/kg.}$$

Au point 2 :

$$p_1.V_1 = p_2.V_2 = m.r.T_2$$

$$V_2 = V_1 \frac{p_1}{p_2} = 0,274 \frac{2}{4} = 0,137 \text{ m}^3.$$

$$S_2 = 0,196 \left(\ln 290 - \ln 4 \cdot \frac{3}{13} \right) - 0,196 = 0,852 \text{ kcal/kg.}$$

Au point 3 :

$$p_3 = 16 \text{ bars.}$$

$$T_3 = T_2 \left(\frac{p_3}{p_2} \right)^{\frac{g-1}{g}} = 399,3 \text{ K.}$$

$$V_3 = V_1 \frac{p_1}{p_3} \frac{T_3}{T_1} = 0,047 \text{ m}^3.$$

$$S_3 = 0,196.2,3 \left(\ln 399,3 - \frac{3}{13} \ln 16 \right) - 0,1968 = 0,852 \text{ kcal/kg.}$$

$$S_3 = S_2 \text{ (Vérification)}$$

Au point 4 :

$$\frac{p_4}{p_1} = \frac{p_3}{p_2} = 4$$

D'où : $p_4 = 4.p_1 = 8 \text{ bars}$.

$$\frac{V_4}{V_3} = \frac{V_1}{V_2} = 4$$

D'où : $V_4 = V_3 \cdot \frac{V_1}{V_2} = 2.V_3 = 0,094 \text{ m}^3$.

$$S_4 = 0,883 = S_1 \text{ (Vérification)}$$

2°/ Calcul des quantités de chaleurs et des travaux échangés :

Pour la transformation isotherme **1-2**, on :

$$Q_{1-2} = W_{1-2} = p_1 V_1 \ln \frac{p_2}{p_1} \cong 38 \text{ kJ}.$$

Pour la transformation isentropique **2-3**, on :

$$Q_{2-3} = 0 \text{ (Compression adiabatique)}$$

$$W_{2-3} = m.c_v.(T_3 - T_2) = \frac{m.r}{g-1}(T_3 - T_2) = 68,86 \text{ kJ}.$$

Pour la transformation isotherme **3-4**, on :

$$Q_{3-4} = W_{3-4} = p_3 V_3 \ln \frac{p_4}{p_3} = -52,298 \text{ kJ}.$$

Pour la transformation isentropique **4-1**, on :

$$W_{4-1} = m.c_v.(T_1 - T_4) = \frac{m.r}{g-1}(T_1 - T_4) = -68,86 \text{ kJ}.$$

$$Q_{4-1} = 0 \text{ (Compression adiabatique)}$$

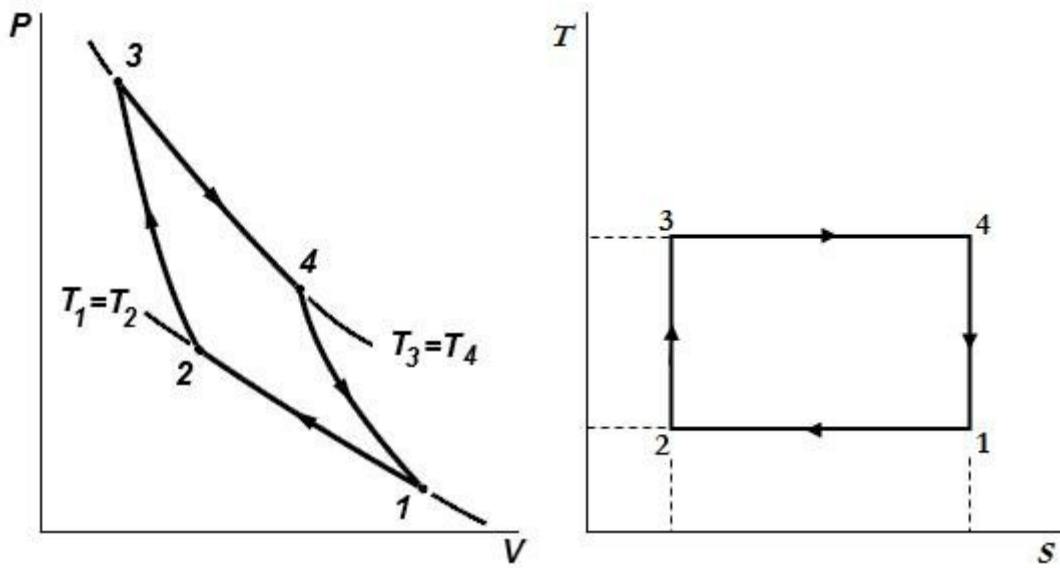
3°/ Le travail fourni par le gaz le long du cycle :

$$W_{\text{Cycle}} = W_{1-2} + W_{2-3} + W_{3-4} + W_{4-1} = -14,3 \text{ kJ}.$$

4°/ Le rendement thermique du cycle :

$$h = \frac{W_{\text{Cycle}}}{Q_{\text{Consommée}}} = \frac{W_{\text{Cycle}}}{Q_{3-4}} = \frac{-14,3}{-52,29} = 0,274$$

5°/ Représentation du cycle thermodynamique en diagrammes (p, V) et (T, S) :



Exercice 04 :

Un métal de masse $m=1 \text{ kg}$, de capacité massique $c=880 \text{ J/kg.K}$ et de température initiale $T_0=27^\circ\text{C}$, est mis en contact brutalement, à pression constante, avec un thermostat de température $T_1=100^\circ\text{C}$; on attend que le métal soit en équilibre thermique avec la source de chaleur.

- 1°/ La transformation est-elle réversible ?
- 2°/ Calculer la variation d'entropie du métal.
- 3°/ Calculer la création d'entropie $S_{\text{Créee}}$.

Solution :

1°/ Non, le fait d'avoir un gradient thermique important est une cause fondamentale d'irréversibilité (pas de retour possible à l'état initial).

2°/ La transformation réelle est donc irréversible, mais l'état initial et l'état final du système (métal) sont parfaitement déterminés : l'entropie étant une fonction d'état, on peut alors imaginer une transformation réversible fictive, partant du même état initial et arrivant au même état final, qui conduira à la même variation d'entropie pour le métal choisi comme système. On peut alors écrire pour une transformation isobare:

$$dS = \frac{dQ}{T} = m.c_p \frac{dT}{T}$$

$$\Rightarrow \Delta S = m.c_p \ln \frac{T_0}{T_1} = 191,5 \text{ J/K}.$$

3°/ Par ailleurs, le métal a reçu de la part du thermostat la quantité de chaleur :

$$Q = m.c_p(T_1 - T_0)$$

$$S_{\text{échangée}} = \frac{Q}{T_{\text{source}}} = \frac{m.c_p(T_1 - T_0)}{T_1}$$

D'après le second principe, on écrit :

$$\Delta S = S_1 - S_0 = m.c_p \ln \frac{T_1}{T_0} = S_{\text{échangée}} + S_{\text{Créée}} = \frac{m.c_p(T_1 - T_0)}{T_1} + S_{\text{Créée}}$$

$$S_{\text{Créée}} = m.c_p \left(\ln \frac{T_1}{T_0} - \frac{(T_1 - T_0)}{T_1} \right) = +19,3 \text{ J/K.}$$

L'entropie créée est positive, puisque la transformation est irréversible.

Exercice 05 :

Un réservoir d'air comprimé servant au démarrage d'un moteur Diesel à une capacité de $0,5 \text{ m}^3$. Il est entièrement vide à l'arrêt, $p_1=0 \text{ bar}$, on le remplit à l'aide d'une batterie de trois bouteilles d'air comprimé de 30 litres chacune et sous pression de 100 bars. Le remplissage s'effectue lentement et la température de l'ensemble (réservoir, batterie de bouteilles) reste inchangée à 20°C .

Calculer l'augmentation d'entropie au cours du remplissage.

On donne : $p_1 = 0 \text{ bar}$, $V_1 = 0,5 \text{ m}^3$, $T_1 = 293 \text{ K}$.

$p_2 = 100 \text{ bars}$, $V_2 = 0,09 \text{ m}^3$, $T_2 = 293 \text{ K}$.

Solution :

La pression finale dans l'ensemble (réservoir-bouteilles) est donnée par la loi de Dalton :

$$p_1.V_1 + p_2.V_2 = p_{\text{finale}}(V_1 + V_2)$$

$$D'où : p_{\text{finale}} = \frac{p_1.V_1 + p_2.V_2}{V_1 + V_2} = \frac{0 + 100.0,09}{0,5 + 0,09} = 15,25 \text{ bars.}$$

La masse de l'air comprimé est :

$$m = \frac{p_2.V_2}{r.T_2} = \frac{100.10^5.0,09}{287,1.293} = 10,7 \text{ kg.}$$

L'augmentation d'entropie de l'air au cours du remplissage :

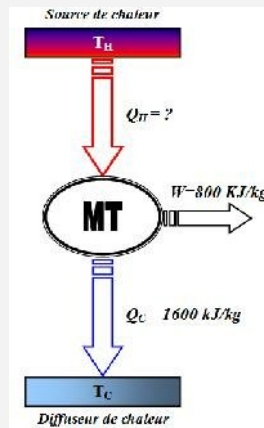
$$\Delta S = S_f - S_2 = m.r \ln \frac{p_2}{p_{\text{finale}}} = 10,7.287,1 \ln \frac{100}{15,25} = 5777,11 \text{ J/K.}$$

Exercice 06 :

Une machine thermique dégage une quantité de chaleur de 1600 kJ/kg et produit un travail de 800 kJ/kg (Voir Figure ci-dessous).

1°/ Calculer la quantité de chaleur reçue par la machine.

2°/ Calculer son rendement thermique.

**Solution :**

1°/ D'après le 1^{er} principe, on écrit :

$$W = Q_H - Q_C$$

$$Q_H = 1600 + 800 = 2400 \text{ kJ/kg.}$$

2°/ Le rendement de la machine :

$$h_{th} = \frac{W}{Q_H} = \frac{800}{2400} = 0,3333 = 33\%$$

Exercice 07 :

Un compresseur rotatif à air aspire de l'air (gaz parfait) à une pression de 1 bar et une température de 20 °C et le comprime de manière adiabatique à une pression de 6 bars. Le rendement isentropique de la compression est de 0,85 et les variations de l'énergie cinétique et potentielle peuvent être négligées.

Calculer la variation de l'entropie déterminée de l'air.

On prend : $R = 0,287 \text{ kJ/kg.K}$ et $c_p = 1,006 \text{ kJ/K}$.

Solution :

Pour un système fermé, le premier principe permet d'écrire :

$$\Delta U = Q + W$$

$$dQ = T.dS$$

$$dW = -p.dV$$

$$c_v = \frac{dU}{dT}$$

Alors :

$$c_v.dT = T.dS - p.dV$$

$$dS = \frac{p}{T}dV + c_v \cdot \frac{dT}{T}$$

Par intégration, on obtient :

$$\Delta S = S_2 - S_1 = R \ln \frac{V_2}{V_1} + c_v \ln \frac{T_2}{T_1}$$

Pour une transformation adiabatique (isentropique), on a :

$$\frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

Et

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

Alors :

$$S_2 - S_1 = R \ln \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{\gamma}} + c_v \ln \frac{T_2}{T_1}$$

$$T_{2s} = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 293,1 \left(\frac{6}{1} \right)^{0,285} = 488,5 \text{ K.}$$

$$T_{2s} = 488,5 \text{ K.}$$

$$T_2 = T_1 + \frac{T_{2s} - T_1}{h} = 293,1 + \frac{488,5 - 293,1}{0,85} = 523 \text{ K.}$$

$$\Delta S = S_2 - S_1 = R \ln \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{\gamma}} + c_v \ln \frac{T_2}{T_1}$$

$$\Delta S = S_2 - S_1 = 0,287 \cdot \ln \left(\frac{1}{6} \right)^{\frac{1}{1,4}} + (1,006 - 0,287) \ln \frac{523}{293}$$

$$\Delta S = -0,3673 + 0,4166$$

$$\Delta S = 0,05 \text{ kJ/kg.K.}$$

Exercice 08 :

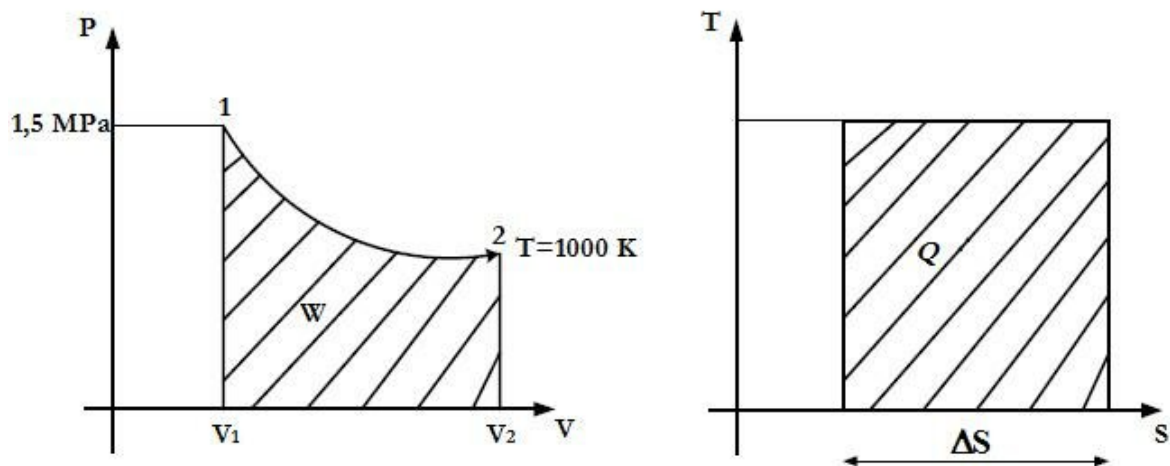
Une masse de 01 kg d'air contenue dans un cylindre sous la pression de 1,5 MPa et la température de 1000 K, se détend d'une manière isotherme réversible à un volume dix fois plus grand.

1°/ Calculer le transfert de chaleur au cours de la transformation et la variation d'entropie de l'air.

2°/ Tracer l'évolution de l'air dans les diagrammes (p, V) et (T, S) respectivement.

On donne pour l'air, $r=287,1 \text{ J/kg.K.}$

Solution :



Représentation de la transformation dans les diagrammes (p, V) et (T, S).

Pour une transformation isotherme, on a :

$$Q = W = p_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} \quad \text{Avec, } V_2 = 10 \cdot V_1$$

$$Q = W = m \cdot r \cdot T_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} = 1 \cdot 287,1 \cdot 1000 \cdot \ln 10 = 661,07 \text{ kJ.}$$

D'après le 2^{ème} principe, on a :

$$\Delta S = \frac{Q}{T}$$

Il vient :

$$1000.\Delta S = 661070$$

Donc :

$$\Delta S = \frac{661070}{1000} = 661,07 \text{ J/K.}$$

Chapitre 4

Les Changements d'état des Corps Purs

4.1. Définitions

Dans ce chapitre, on se limite à l'étude des corps purs (substance composée d'une seule espèce). Les corps purs existent sous trois états : liquide, solide ou gazeux.

Un système constitué d'une seule phase est homogène et dit **système monophasique**. Par contre, un système constitué de plusieurs phases est hétérogène et dit **polyphasique**.

L'ensemble formé par de l'eau liquide et des glaçons constitue un exemple de système diphasique : une phase est constituée par l'eau liquide, et l'autre par la glace. Lors d'une transition de phase, la masse volumique de l'eau change le long du changement de phase.

On dit qu'il y a changement de phase (changement d'état) voir (figure 4.1) lorsque, un système évoluant d'un état d'équilibre à un autre, certaines des grandeurs intensives (pression, température et densité) qui le définissent subissent une variation subite au cours de la transformation.

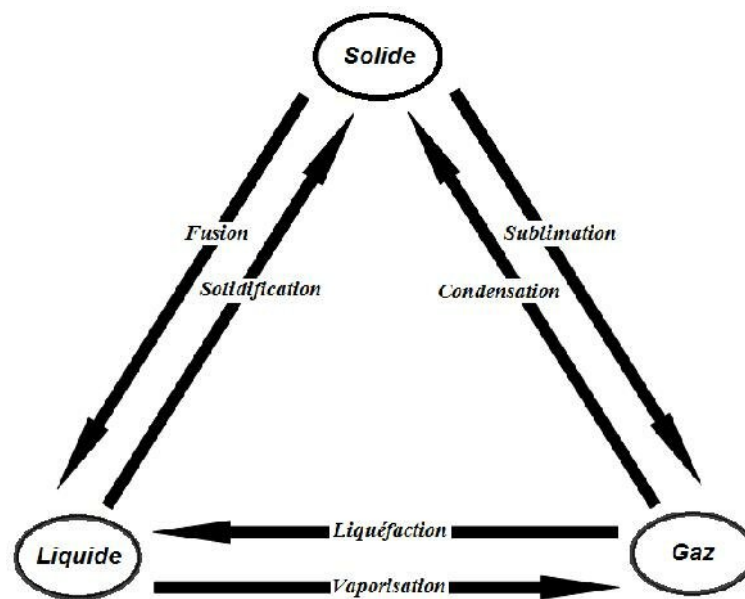


Figure 4.1. Les différents changements de phases

4.2. Équilibre liquide-vapeur.

Si un gaz est enfermé dans un cylindre et que l'on réduit graduellement son volume par compression à l'aide d'un piston de manière isotherme, on constate à un moment donné l'apparition d'une gouttelette de liquide dans le cylindre : c'est le **point de rosée**.

Ce phénomène ne se produit que lorsqu'on se place à une température suffisamment basse, inférieure à une **température critique**, T_c .

Si on continue à diminuer le volume, la quantité de gaz dans le cylindre va diminuer tandis que la quantité de liquide augmente. Ce processus se produit à pression constante, jusqu'au moment où il ne reste plus de gaz dans le cylindre : on est alors au **point de bulle**.

Il faudra ensuite appliquer une très forte pression pour diminuer le volume du liquide. Si, à partir de cette phase totalement liquide, on relâche progressivement le piston, on observe le phénomène inverse : diminution rapide de la pression lorsque le cylindre n'est occupé que par du liquide, apparition de la première bulle de vapeur au point de bulle, stabilisation de la pression jusqu'à la disparition complète du liquide, diminution de la pression en phase gazeuse.

4.3. Saturation et point critique

Nous représentons dans le diagramme de Clapeyron (p, V) les faits expérimentaux décrits précédemment, pour différentes températures, sur lequel nous reportons les 5 points.

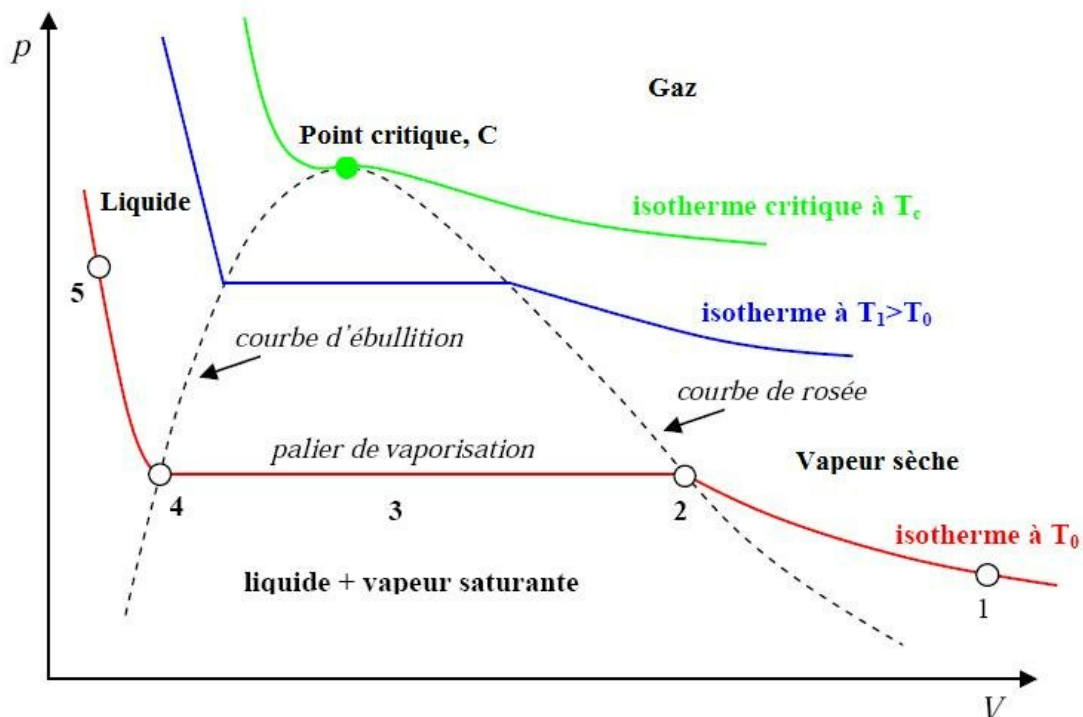


Figure 4.2. Diagramme de vapeur saturante

L'ensemble des **points de rosée**, côté gaz, forme une courbe appelée **courbe de rosée**. L'ensemble des **points de bulle**, côté liquide, forme une courbe appelée **courbe d'ébullition**.

Ces deux courbes se rejoignent au **point critique**, où les deux phases solide et liquide sont identiques. L'isotherme passant par ce point d'inflexion, appelée **isotherme critique**, admet en ce point une tangente horizontale. Les courbes de rosée et d'ébullition forment la **courbe de saturation**. Ainsi, pour des températures inférieures à la température critique, on distingue 3 domaines dans le diagramme de Clapeyron :

- 1- **Région monophasique gazeuse** dans laquelle nous sommes en présence de **vapeur sèche**. Pour une vapeur sèche, la pression est fonction de la température et du volume, (par l'équation des gaz parfaits).
- 2- **Région diphasique** où coexistent les phases liquide et vapeur (vapeur saturante) et caractérisée par des paliers de pression (paliers de vaporisation). Sur un palier, la pression, p_v , ne dépend que de la température (elle est indépendante du volume) : on parle alors de **pression de vapeur saturante** $p_v = p_v(T)$. Ainsi, le processus de changement de phase liquide-vapeur d'un corps pur se produira pour des valeurs de température et de pression bien déterminées (à T donnée, p_v est constante). Par exemple, l'eau liquide se transforme en vapeur à 100°C à la pression atmosphérique, mais lorsque l'on se trouve en altitude, la pression est plus faible et l'eau bout à une température moins élevée, et les aliments cuisent moins vite. Inversement, dans une cocotte minute, la pression est plus élevée que la pression atmosphérique et la température d'équilibre liquide-vapeur de l'eau est ainsi plus élevée que 100°C : les aliments cuisent plus vite.
- 3- **Région monophasique liquide** : la pression est fonction de la température et du volume, via l'équation d'état du liquide.

Si on se place à des températures supérieures à la température critique, on n'observera pas de changement de phase au cours de la compression : l'évolution reste alors monophasique. L'**isotherme critique** marque la limite entre les deux types de comportement. Les isothermes situées au-dessus de l'isotherme critique présentent un point d'inflexion à tangente oblique, qui s'estompe lorsque T augmente puis finit par disparaître pour des températures suffisamment élevées. Les isothermes deviennent alors des hyperboles. Le modèle du gaz parfait étudié dans les chapitres précédents se situe dans ce domaine.

4.4 Composition d'un mélange liquide-vapeur à l'équilibre

Sur la [figure 4.3](#), le point M situé sur le palier de liquéfaction représente l'état d'équilibre d'une masse m de corps pur à la température T dans l'état de vapeur saturante, telle qu'une masse m_l de liquide coexiste avec une masse m_v de vapeur. Lorsque le point M progresse sur le palier de vaporisation (liquéfaction), la proportion de liquide et de vapeur qui constitue le système évolue. Ainsi, au **point de rosée** (V), il y a 100% de vapeur sèche et 0% de liquide ($m_v=m$). Puis, lorsque l'on diminue le volume, la quantité de vapeur diminue tandis que la quantité de liquide augmente et au **point de bulle** (L) il y a 100% de liquide et 0% de vapeur ($m_l=m$).

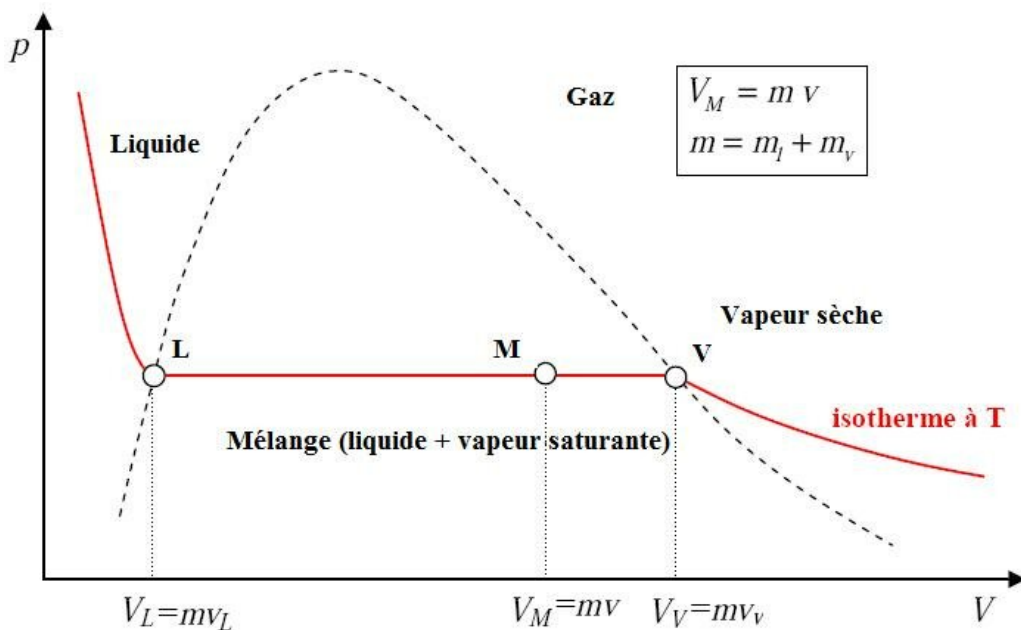


Figure 4.3. Le titre d'une vapeur à l'équilibre dans un diagramme de Clapeyron

La règle des moments permet de calculer la proportion de liquide et de vapeur de la vapeur saturante en un point M du palier de vaporisation (liquéfaction). Elle s'appuie sur la conservation de la masse et la conservation du volume.

- **Conservation de la masse :**

$$m = m_l + m_v \quad (4.1)$$

D'où, les fractions massiques du liquide et de la vapeur sont données par :

$$X_l = \frac{m_l}{m} \quad (4.2)$$

Et,

$$X_v = \frac{m_v}{m} \quad (4.3)$$

Il vient donc :

$$X_l + X_v = \frac{m_l}{m} + \frac{m_v}{m} = \frac{m_l + m_v}{m} = 1 \quad (4.4)$$

• **Conservation du volume :**

$$V_M = V_l + V_v \quad (4.5)$$

D'où, les volumes massiques du liquide et de la vapeur sont :

$$v_l = \frac{V_l}{m_l} \quad (4.6)$$

Et,

$$v_v = \frac{V_v}{m_v} \quad (4.7)$$

Le volume massique du mélange est :

$$v = \frac{V_M}{m} \quad (4.8)$$

Or, l'évolution sur le palier entre les points V et L étant isotherme et isobare, les volumes massiques de chacune des phases sont constants et égaux respectivement au volume massique du liquide au **point bulle** (L) et au volume massique de la vapeur au **point de rosée** (V) :

$$m.V_M = m_l.V_l + m_v.V_v \quad (4.9)$$

Ou encore :

$$X_l.V_l + X_v.V_v = V_M \quad (4.10)$$

Aussi,

$$X_v = \frac{V_M - V_l}{V_v - V_l} = \frac{\overline{ML}}{\overline{LV}} \quad (4.11)$$

$$X_l = \frac{V_v - V_M}{V_v - V_l} = \frac{\overline{MV}}{\overline{LV}} \quad (4.12)$$

D'où :

$$\frac{X_v}{X_l} = \frac{\overline{ML}}{\overline{MV}} \quad (4.13)$$

D'autres relations peuvent être établies pour les fractions molaires, en remplaçant les masses par les nombres de moles et les volumes massiques par les volumes molaires.

4.5 Vaporisation

La courbe de vaporisation (voir [figure 4.4.](#)) est la courbe donnant la pression de vapeur saturante en fonction de la température, $p_v(T)$, pour un corps pur donné. C'est la **courbe d'équilibre liquide-vapeur**. Cette courbe est limitée par le **point critique** et par le **point triple**. Le point triple est le point pour lesquelles trois phases coexistent simultanément. Dans un diagramme (p, T) , nous représentons la courbe de vaporisation $p_v(T)$, qui marque la limite entre les phases vapeur et liquide. Un point situé sur cette courbe correspond à un point sur le palier de vaporisation (liquéfaction) du diagramme (p, V) . Nous précisons sur ce diagramme les points A, V, M, L, B, A' et B' du diagramme (p, V) .

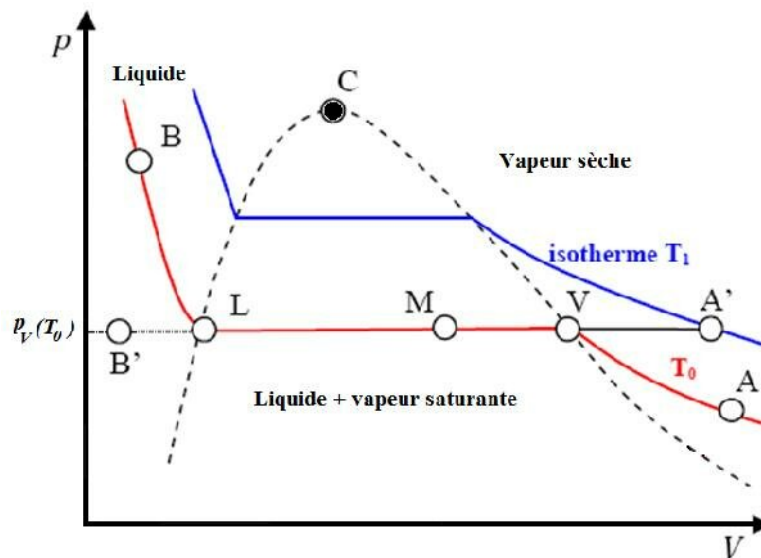


Figure 4.4. Courbe de vaporisation dans un diagramme de Clapeyron.

Dans un diagramme de Clapeyron (p, V) , [figure 4.4.](#), on constate que la pression de vapeur saturante (correspondant à un palier de vaporisation (liquéfaction) à T donnée) augmente avec la température. Certaines formules à caractère empirique plus ou moins marqué donnent de bonnes représentations de la variation de p_v avec T .

4.6 Point triple

Les phénomènes d'équilibre d'un solide et d'un liquide sont identiques à ceux de l'équilibre liquide-vapeur. En général, par compression isotherme, on passe successivement de l'état gazeux à l'état liquide puis à l'état solide. Le passage direct de l'état solide à l'état gazeux (sublimation) se manifeste couramment.

1) Diagramme de Clapeyron

Nous représentons ci-dessous schématiquement les différents éléments composant un diagramme de Clapeyron pour les trois états. Le long de la ligne triple, le corps est à l'équilibre sous les trois phases solide, liquide et vapeur.

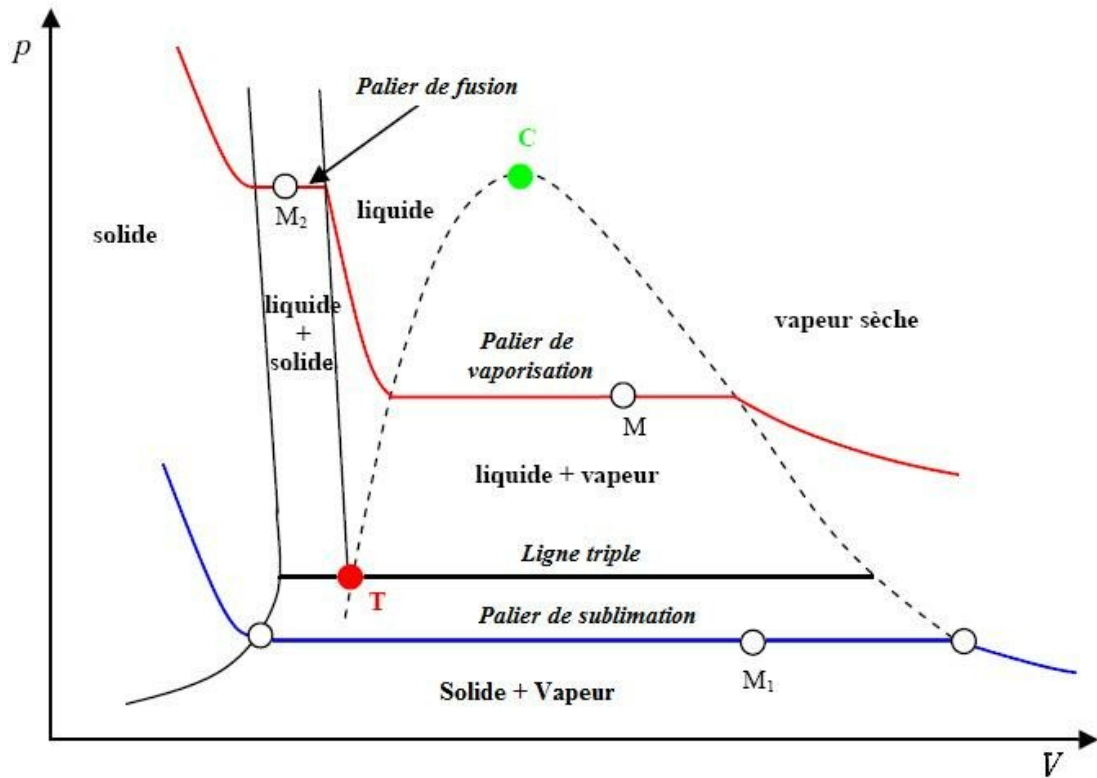


Figure 4.5. Le point triple en diagramme de Clapeyron.

2) Diagramme de phase

En adoptant la même démarche que dans le cas de l'équilibre liquide-vapeur, on définit les courbes d'équilibre solide-liquide et solide-vapeur, qui donnent la variation de la pression d'équilibre (paliers de changement d'état) en fonction de la température (voir [figure 4.6.](#)). Ces trois **courbes de saturation** (courbe de vaporisation, de fusion et de sublimation) se coupent au point triple dans la représentation (p, T) . Ce diagramme d'équilibre (ou diagramme de phase) indique ainsi dans quel état se trouve le corps pur pour un couple pression et température donné. Il est représenté schématiquement ci-dessous (nous justifierons l'allure des trois courbes d'équilibre dans le paragraphe suivant).

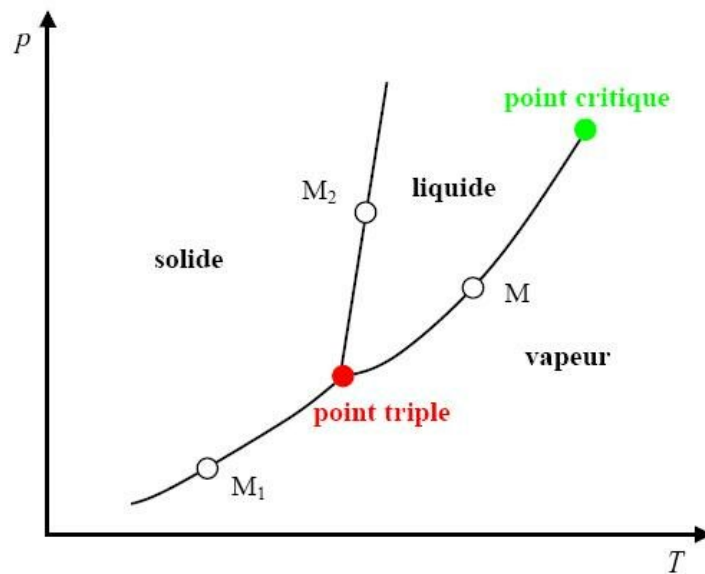


Figure 4.6. Diagramme de phase d'un corps pur dans un diagramme (p, T) .

Un point M_1 situé sur **la courbe de sublimation** correspondra ainsi à un point du palier de sublimation pour lequel le système est diphasique, à l'équilibre solide-vapeur. De même, un point M_2 situé sur **la courbe de fusion** correspondra à un point du palier de fusion pour lequel le système est diphasique, à l'équilibre solide-liquide.

On constate que la courbe d'équilibre solide-liquide est limitée vers le bas par **le point triple**, mais elle n'est pas limitée vers le haut, contrairement à la courbe d'équilibre liquide-vapeur limitée par **le point critique**. Ceci indique que le changement d'état solide-liquide nécessite l'existence d'un état diphasique solide-liquide et qu'il ne peut donc se produire que de façon discontinue par des variations brutales des propriétés thermophysiques.

3) Diagramme 3 dimensions

On peut également représenter chaque état d'un corps pur dans un diagramme à 3 dimensions (p, V, T) . Si on projette la surface $p(V, T)$ dans le plan (p, T) , on obtient les trois courbes de saturation et on retrouve le diagramme de phase (figure 4.7.).

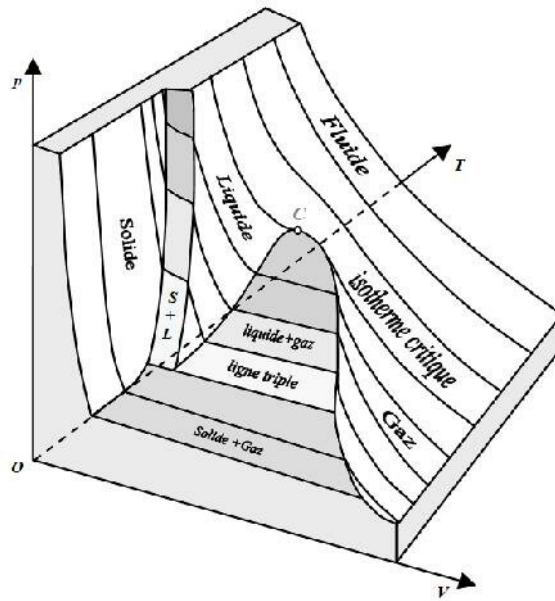


Figure 4.7. Diagramme de phase dans un diagramme 3 dimensions (p , V , T)

4.7. Chaleurs latentes de changement de phase

4.7.1 Définition

Un changement d'état d'un système à pression constante s'accompagne toujours d'un transfert de chaleur. Par exemple, en chauffant de la glace à pression constante, elle se transforme en eau liquide. Si on continue à chauffer, l'eau liquide se transforme en vapeur d'eau. Inversement en refroidissant de la vapeur d'eau à pression constante, celle-ci se condense sous forme liquide. Si on continue à refroidir, l'eau liquide se transforme en glace. On appelle **chaleur latente de changement de phase** d'un corps pur à la température T , la quantité de chaleur échangée avec le milieu extérieur par l'unité de masse ou par 1 mole de ce corps passant d'un état (solide, liquide ou gazeux) à un autre état (solide, liquide ou gazeux) sous pression constante. On définit ainsi **les chaleurs latentes** (massiques ou molaires) de **vaporisation**, de **fusion** et de **sublimation**. La chaleur latente sera symboliquement notée :

- L ou Δh pour la chaleur latente massique, en J/kg
- L ou ΔH pour la chaleur latente molaire, en J/mol

La dénomination chaleur latente (par opposition à chaleur sensible) traduit le fait que l'échange de chaleur n'est pas visible dans le sens où la quantité de chaleur échangée ne s'accompagne pas d'une variation de température du système. En effet, il est bien présenté précédemment qu'un processus de changement de phase correspond à une évolution **réversible** et **isotherme** à pression donnée.

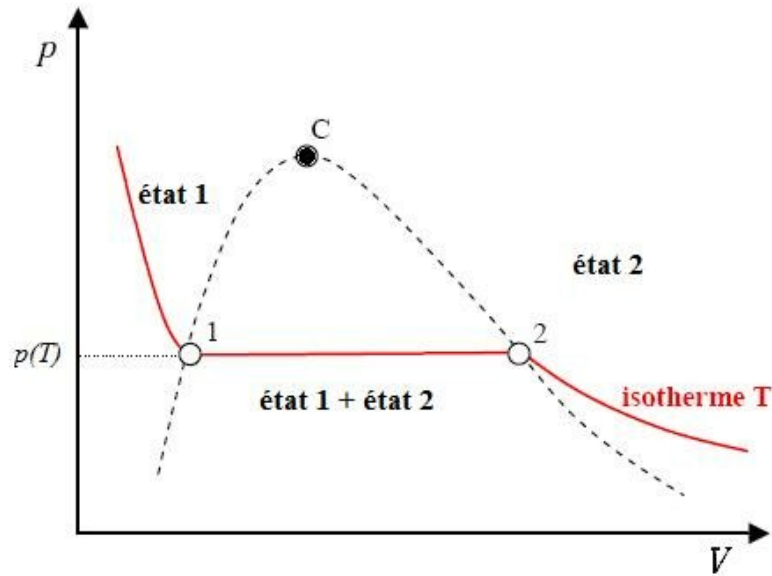


Figure 4.8. Courbe de transition entre deux états

Au cours de la transition de l'état 1 à l'état 2, L_{12} est la quantité de chaleur échangée pour faire passer l'unité de masse du corps pur de l'état 1 à l'état 2 suivant le palier de changement de phase à la température T :

$$L_{12}(T) = \int_1^2 dq \quad (4.14)$$

Où dq est la quantité de chaleur échangée par l'unité de masse du système au cours d'une transition élémentaire suivant le palier $p(T)$.

Au cours d'une transformation réversible, rappelons que la variation d'énergie interne d'un système thermodynamique s'écrit :

$$dU = dQ + dW = dQ - pdV \quad (4.15)$$

D'où :

$$dQ = dU + pdV = d(H - pV) + pdV \quad (4.16)$$

$$dQ = dH - pdV - Vdp + pdV \quad (4.17)$$

$$dQ = dH - Vdp \quad (4.18)$$

Or le changement de phase est une transformation isobare : $dQ = dH$

Pour l'unité de masse du système :

$$dq = dh \quad (4.19)$$

$$L_{12}(T) = \int_1^2 dh = \Delta h_{12} = h_2 - h_1 \quad (4.20)$$

La transformation de changement de phase étant réversible, on aussi :

$$dQ = T.dS \quad (4.21)$$

Pour l'unité de masse du système :

$$dq = T.ds \quad (4.22)$$

Donc,

$$L_{12}(T) = T\Delta s_{12} = \Delta h_{12} \quad (4.23)$$

La fusion, la vaporisation et la sublimation nécessitent un apport de chaleur : les quantités de chaleur échangées entre le système et le milieu extérieur sont alors positives ce qui donne lieu à une augmentation de l'enthalpie et de l'entropie du système. Inversement, dans les processus de solidification et de condensation liquide ou solide, le système fournit de la chaleur au milieu extérieur, ce qui se traduit par une diminution de l'enthalpie et de l'entropie du système.

4.7.2. Formules de Clapeyron

Il existe ainsi trois relations de Clapeyron correspondant aux trois courbes de saturation :

- **Chaleur latente de fusion** (état 1 = solide, état 2 = liquide) :

$$L_f = T.(v_l - v_s) \left. \frac{dp}{dT} \right|_{\text{Fusion}} \quad (4.24)$$

Avec, $\frac{dp}{dT}$: est la pente de la courbe de fusion ([Figure 4.9](#)).

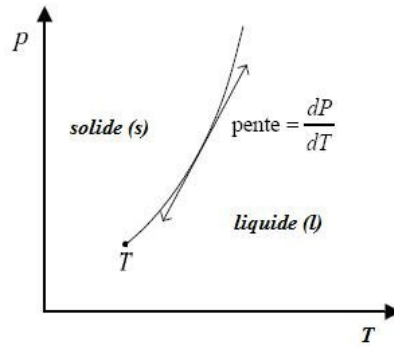


Figure 4.9. Courbe de fusion

- **Chaleur latente de vaporisation** (état 1 = liquide, état 2 = vapeur)

$$L_v = T \cdot (v_v - v_l) \left. \frac{dp}{dT} \right|_{\text{Vaporisation}} \quad (4.25)$$

- **Chaleur latente de sublimation** (état 1 = solide, état 2 = vapeur)

$$L_s = T \cdot (v_v - v_s) \left. \frac{dp}{dT} \right|_{\text{Sublimation}} \quad (4.26)$$

Ces trois changements d'état (fusion, vaporisation et sublimation) nécessitent un apport de chaleur de l'extérieur. Les chaleurs latentes mises en jeu sont donc positives. Pour les trois processus inverses (solidification, condensation liquide ou solide), les chaleurs latentes sont négatives (le système fournit de la chaleur à l'extérieur) et sont exactement l'opposé des précédentes (processus réversibles).

Exercices corrigés

Exercice 01 :

Dans un ballon de 150 litres avec un vide préalable, on a introduit 1,4 kg d'eau sous la pression de 1 bar. On a ensuite chauffé le ballon jusqu'à ce que la pression intérieure atteigne 16,5 bars. Quelle est la composition du fluide contenu dans le ballon ?

Solution :

D'après la table des propriétés thermodynamiques de la vapeur d'eau saturante, on tire : $v'' = 0,12 \text{ m}^3/\text{kg}$. Si toute l'eau introduite était sous forme de vapeur saturante sèche, sous la pression de 16,5 bars, elle occuperait un volume de $V = 1,4 \cdot 0,12 = 0,168 \text{ m}^3$, soit 168 litres, alors que le volume du ballon n'est que de 150 litres.

Le fluide contenu dans le ballon est donc à l'état de vapeur humide.

Le volume massique :

$$v_x = \frac{150 \cdot 10^3}{1,4} = 0,107 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Le titre de la vapeur :

$$x = \frac{v_x}{v''} = \frac{0,107}{0,12} = 0,889$$

La masse de vapeur saturante sèche dans le mélange est :

$$m_v = x \cdot m = 0,889 \cdot 1,4 = 1,245 \text{ Kg}$$

Par suite, la masse d'eau est :

$$m_e = m_l = m - m_v = 1,4 - 1,245 = 0,155 \text{ Kg}.$$

Exercice 02 :

Considérons un système composé initialement d'une masse m d'un corps pur à l'état solide à une température T_0 inférieure à la température de fusion. Ce système reçoit du milieu extérieur une certaine quantité de chaleur et à l'état final, le corps est à l'état vapeur. Nous représentons schématiquement ci-dessous l'évolution de la température du système au cours de cette transformation en fonction du temps.

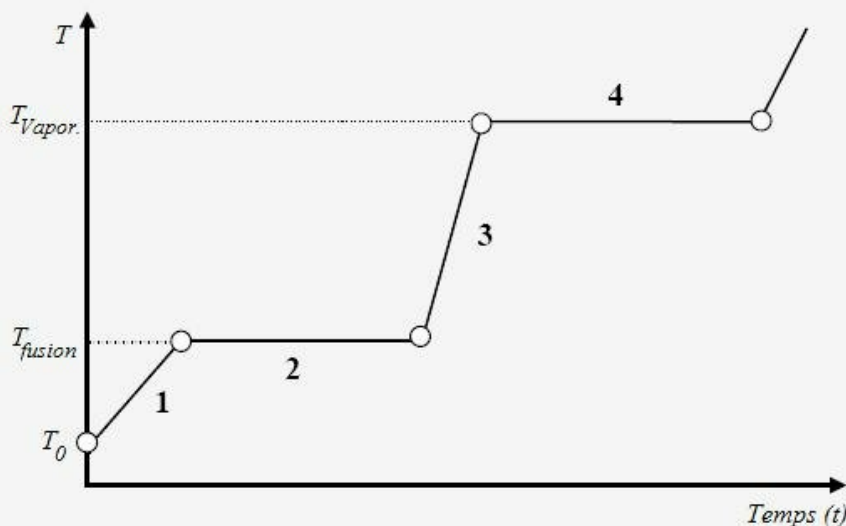
Calculer :

- 1°/ La quantité de chaleur Q_1 reçue par le système lors de son échauffement jusqu'à T_{fusion} .
- 2°/ La chaleur absorbée Q_2 par le système lors du changement d'état : solide-liquide.
- 3°/ La quantité de chaleur Q_3 reçue par le système provoquant l'échauffement de la masse m du liquide jusqu'à sa température d'ébullition.
- 4°/ La quantité de chaleur Q_4 reçue par le système provoquant la vaporisation totale de la masse m du liquide (changement d'état : liquide-vapeur).

On donne pour l'eau à la pression atmosphérique:

La masse du système est $m=1\text{ g}$ de glace; $T_0=-20\text{ °C}$; $p=1\text{ bar}$; $T_{fusion}=0\text{ °C}$ et $T_{vap.}=100\text{ °C}$; $L_f(0\text{ °C})=335\text{ kJ/kg}$; $L_v(100\text{ °C})=2250\text{ kJ/kg}$.

Les chaleurs spécifiques sont considérées constantes dans l'intervalle de température (-20 °C - 100 °C) : $c_p^s = 2,1\text{ kJ/kg.K}$; $c_p^L = 4,18\text{ kJ/kg.K}$.



Solution :

1°/ La quantité de chaleur Q_1 reçue par le système lors de son échauffement jusqu'à T_{fusion} :

Palier 1 : échauffement du solide jusqu'à sa température de fusion, il s'agit donc d'une chaleur sensible.

$$dQ_1 = m.c_p^s.dT$$

$$Q_1 = m \int_{T_0}^{T_{fusion}} c_p^s.dT = m.c_p^s.(T_{fusion} - T_0) = 42 \text{ Joules.}$$

$$Q_1 = 42 \text{ joules.}$$

2°/ La chaleur Q_2 absorbée par le système lors du changement d'état (solide-liquide) :

Palier 2 : Changement d'état : solide-liquide

La quantité de chaleur Q_2 absorbée par le système pour la fusion totale de la masse m du solide en liquide sans augmentation de sa température (chaleur latente) est :

$$Q_2 = L_f.m$$

$$Q_2 = 335 \text{ Joules.}$$

3°/ La quantité de chaleur Q_3 reçue par le système lors de son échauffement jusqu'à $T_{ébullition}$:

Palier 3 : échauffement du liquide jusqu'à sa température d'ébullition, il s'agit donc d'une chaleur sensible.

$$dQ_3 = m.c_p^l.dT$$

$$Q_3 = m.c_p^l.(T_{ébullition} - T_{fusion}) = 418 \text{ Joules.}$$

4°/ La quantité de chaleur Q_4 reçue par le système provoquant la vaporisation totale de la masse m du liquide (changement d'état : liquide-vapeur) :

Palier 4 : Changement d'état : liquide-vapeur : il s'agit donc d'une chaleur latente de vaporisation :

$$Q_4 = L_v.m$$

$$Q_4 = 2250 \text{ Joules.}$$

Exercice 03 :

Un thermoplongeur de 1200 W est placé dans un b cher contenant de l'eau. A partir du moment où l'eau commence à bouillir, calculer le temps nécessaire pour que 500 grs d'eau soient vaporisés. On néglige les pertes de chaleur. On donne : $L_v = 23.10^5\text{ J/kg}$.

Solution :

Le temps de vaporisation :

Pour le changement d'état : eau-vapeur, il faut fournir une quantité de chaleur de :

$$Q = m \cdot L_v = 0,500 \cdot 23.10^5 = 11,5.10^5 \text{ Joules}$$

Pour fournir cette énergie avec un thermoplongeur de 1200 W , il faut un temps de :

$$\Delta t = \frac{Q}{P} = \frac{11,5.10^5}{1200} = 958,33 \text{ s.}$$

Exercice 04 :

On désire fondre 150 kg d'aluminium. On dispose de lingots d'Aluminium à $25\text{ }^\circ\text{C}$.

1 / Calculer la quantité minimale de chaleur qu'il faut fournir pour fondre cette quantité d'Aluminium. Cette quantité de chaleur est produite par un four électrique ayant un rendement global de 60% .

2 / Calculer l'énergie électrique utilisée.

Solution :

La température de fusion de l'aluminium est : $660,3\text{ }^\circ\text{C}$.

1 / Pour fondre ces lingots, il faut :

a) amener les lingots à la température de $660,3\text{ }^\circ\text{C}$

$$Q_1 = m_{\text{alu}} \cdot c_{\text{alu}} \cdot \Delta T = 150.900.(660,3 - 25) \approx 8,58.10^7 \text{ Joules}$$

b) Fondre les lingots d'aluminium :

$$Q_2 = m_{\text{alu}} \cdot L_f = 150.3,96.10^5 \approx 5,94.10^7 \text{ Joules}$$

Soit au total :

$$Q_{\text{tot}} = Q_1 + Q_2 \approx 1,45.10^8 \text{ Joules ( nergie utile).}$$

2 / Comme le rendement est de 60% , l'énergie électrique à fournir est de :

$$\Delta E_{\text{fournie}} \approx \frac{\Delta E_{\text{utile}}}{h} = 2,4.10^8 \text{ Joules.}$$

Exercice 05 :

Un explorateur met 500 grs de glace à -20 °C dans une casserole qu'il place sur un réchaud. Après un certain temps, il constate que toute l'eau contenue dans la casserole s'est évaporée. Calculer l'énergie minimale qu'il a fallu dépenser pour cette opération.

Solution :

1°/ Calcul de l'énergie minimale de vaporisation :

Trois étapes de calcul sont nécessaires:

a. Chauffer le lingot jusqu'à sa température de fusion

$$Q_1 = m \cdot c_{\text{plomb}} \cdot \Delta T = 2,5 \cdot 129 \cdot (327,5 - 24) \approx 9,79 \cdot 10^4 \text{ Joules}$$

b. Fondre le lingot

$$Q_2 = m \cdot L_f = 2,5 \cdot 0,25 \cdot 10^5 = 6,25 \cdot 10^4 \text{ Joules}$$

c. Chauffer le plomb liquide

$$Q_3 = m \cdot c_{\text{plomb liquide}} \cdot \Delta T = 2,5 \cdot 140 \cdot (370 - 327,5) \approx 1,49 \cdot 10^4 \text{ Joules}$$

$$Q_{\text{tot}} = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 1,68 \cdot 10^5 = 1,8 \cdot 10^5 \text{ Joules}$$

Il obtient donc, la quantité d'énergie minimale de vaporisation :

$$\Delta E_{\text{consommée}} \approx Q_{\text{tot}} / 0,73 \approx 2,4 \cdot 10^5 \text{ Joules.}$$

Exercice 06 :

La figure suivante représente un ensemble de courbes expérimentales, appelées isothermes d'Andrews, représentant la pression p d'une mole d'un fluide en fonction du volume V occupé, pour différentes températures, (diagramme de Clapeyron).

1°/ Déterminer les coordonnées (p_C , V_C) du point critique C .

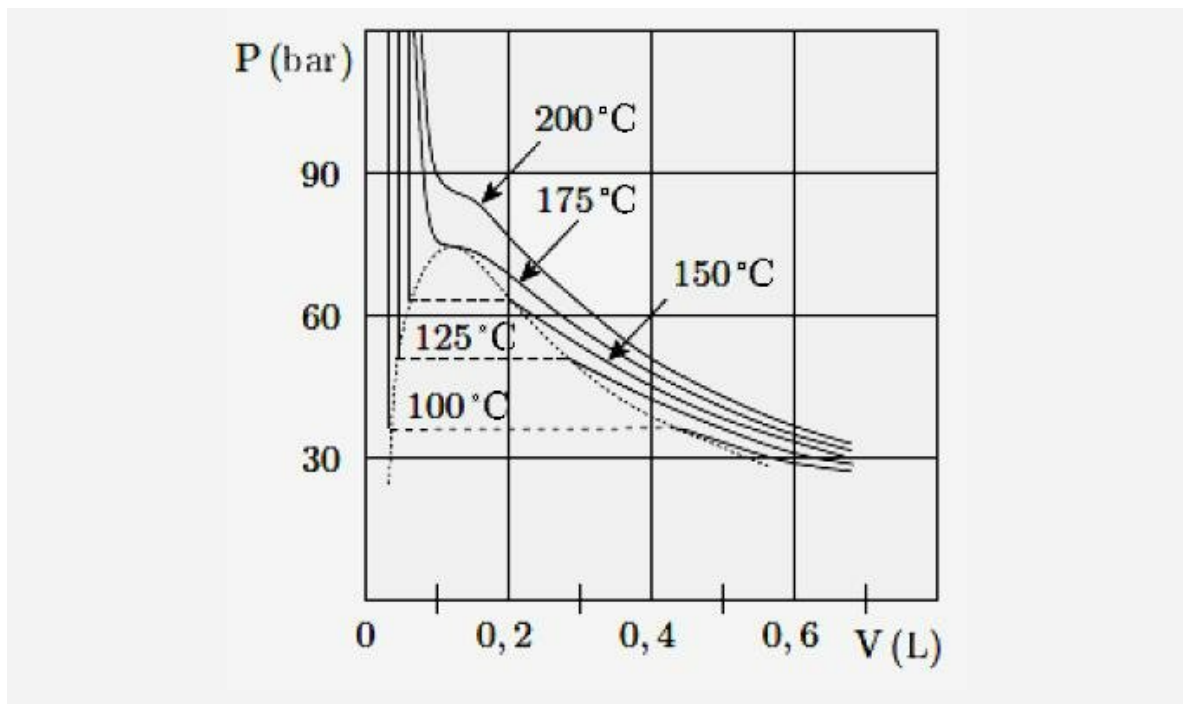
2°/ Préciser l'état physique du fluide et calculer les titres molaires x_v , et x_l de la vapeur et du liquide pour :

2.a) $V = 0,6 \text{ litre}$ et $T = 110 \text{ °C}$

2.b) $p = 110 \text{ bar}$ et $T = 200 \text{ °C}$

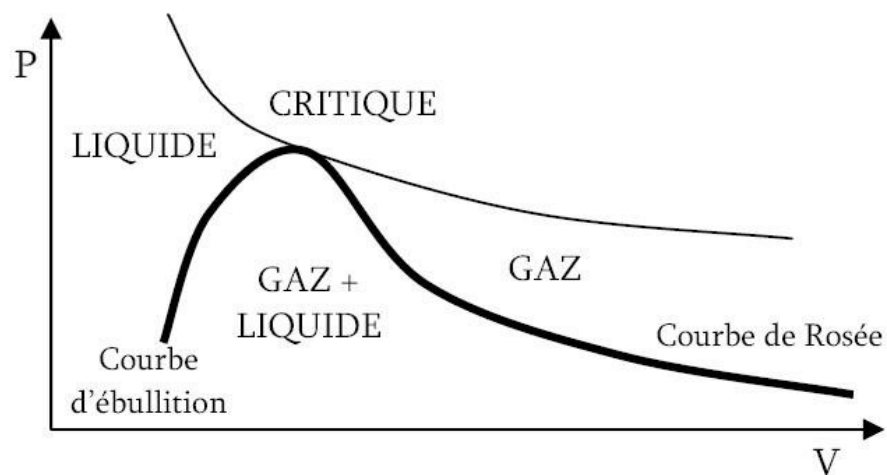
2.c) $V = 0,2 \text{ litre}$ et $T = 125 \text{ °C}$

3°/ Que vaut le volume molaire de la vapeur saturante sèche à la pression de 40 bar ?



Solution :

1°/ Mise en évidence des états du fluide sur le diagramme ci-dessous.



Le point critique est le point au sommet de la courbe, reliant la courbe de rosée et la courbe d'ébullition. on lit : $p_c = 75 \text{ bars}$ et $V_c = 0,1 \text{ litre}$.

2°/ Etat physique du fluide :

2.a) Pour : $V = 0,6 \text{ litre}$ et $T = 110^\circ \text{C}$, forme gazeuse non saturée, avec $x_v = 1$ et $x_l = 0$.

2.b) Pour : $p = 110 \text{ bar}$ et $T = 200^\circ \text{C}$, forme critique, les titres en vapeur et en liquide ne sont pas définis.

2.c) Pour : $V = 0,2$ litre et $T = 125$ °C, mélange liquide + vapeur, avec $x_v = 0,6$ et $x_l = 0,4$.

3°/ Pour une vapeur saturante sèche = située sur la courbe de rosée. A la pression de 40 bars, on lit $V=0,39$ litre.

Exercice 07 :

Trouver les valeurs des variables d'état d'une vapeur humide de degré de sécheresse $x-1 = 0,06$ correspondant à la pression $p = 6$ bars et température de $T_s = 158$ °C.

Solution :

On a : $x = 1 - 0,06 = 0,94$

A la température : $T_s = 158$ °C et d'après la table des propriétés thermodynamiques de la vapeur d'eau saturante, on tire :

$$v'' = 0,3214 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$h' = 159,4 \text{ kcal/kg}$$

$$S' = 0,4594 \text{ kcal/kg.K}$$

1°/ Le volume spécifique :

$$v_x = x.v'' = 0,94.0,3214 = 0,302 \text{ m}^3/\text{kg}.$$

2°/ Enthalpie de la vapeur humide :

$$h_x = h' + L_v.x$$

3°/ Pour une pression $p=6$ bars, et d'après la table des propriétés thermodynamiques de la vapeur d'eau saturante, on tire la chaleur latente de vaporisation : $L_v=498,9$ kcal/kg.

$$h_x = 159,4 + 498,9.0,94 = 629,4 \text{ kcal/kg}.$$

4°/ Entropie :

$$S_x = S' + x.\frac{L_v}{T_s} = 0,4594 + 0,94.\frac{498,9}{158,08 + 273} = 1,526 \frac{\text{kcal}}{\text{kg.K}}$$

5°/ Energie interne :

$$U_x = h_x - p.v_x = 629,4 - \frac{6.10^5.1,013.0,302}{4186,8} = 585,7 \text{ kcal/kg}.$$

Exercice 08 :

Pour amener une vapeur d'eau à la pression de 12 bars. On effectue une opération d'échauffement sur de l'eau initialement à 0 °C. L'échauffement s'effectue sous une pression constante, et a consommé une quantité de chaleur de 650 kcal/kg. Dans quel état est devenue cette vapeur ?

Solution :

La chaleur fournie à l'eau à pour expression :

$$Q = h_2 - h_1$$

Dans l'état initial (l'eau à 0 °C), on a : $h_1 = 0$.

D'autre part, si la vapeur dans l'état final était saturante sèche, son enthalpie est :

$$h'' = 664,9 \text{ kcal/kg}$$

Tirée de la table des propriétés thermodynamiques de l'eau en ébullition et de la vapeur d'eau saturante.

L'enthalpie de la vapeur considérée étant inférieure à h'' (état de saturation), cette vapeur est donc humide. Son titre est : $h_x = h' + x.L_v$

D'après la table des propriétés thermodynamiques de l'eau en ébullition et de la vapeur d'eau saturante, les valeurs de L_v et de h' sont :

$$L_v = 474,3 \text{ kcal/kg}$$

$$h' = 190,6 \text{ kcal/kg}$$

D'où :

$$x = \frac{h_x - h'}{L_v} = \frac{650 - 190,6}{474,3} = 0,968$$

Chapitre 5

Les Machines Thermiques

5.1. Introduction

On désigne par les machines thermiques des appareils ayant pour objectif de faire en sorte qu'un fluide (système thermodynamique) échange de chaleur et du travail avec son milieu extérieur. Les machines thermiques font subir à des fluides des transformations qui constituent des cycles fermés ou ouverts. Lorsque la machine échange de la matière avec son environnement, elle est dite à **cycle ouvert** (cas du moteur à combustion interne). Dans le cas contraire, elle est dite à **cycle fermé**, on cite à titre d'exemples les machines à vapeur, les machines frigorifiques et les pompes à chaleur.

Dans une autre classification, une machine est dite **machine thermo-dynamique** (**machine motrice**) si, elle a fourni un travail au milieu extérieur (moteur à combustion interne, turbine à gaz, turbine à vapeur), elle est dite **machine dynamo-thermique** (**réceptrice**) dans le cas inverse (par exemple : machine frigorifique, pompe à chaleur). Les machines thermiques peuvent être, des machines **monothermes** (compresseur, chauffage électrique) ou des machines **dithermes** (machine à vapeur, machine frigorifique...).

Nous n'examinerons que les machines thermiques à cycle fermé. Pour ceux à cycle ouvert (Exemple : moteurs à combustion interne), il suffit de travailler sur une masse bien déterminée du fluide moteur. Les échanges de chaleur s'effectuent entre deux sources de chaleur sous des températures différentes.

5.2. La machine thermique monotherme

C'est une machine dont le système (fluide) n'est en contact qu'avec une seule source de chaleur. Les machines monothermes sont moins répandues en pratiques pour plus de détails voir (**Chap.4. §6.2.1.**). Il est démontré qu'un système thermodynamique subissant une transformation cyclique, et n'échangeant de la chaleur qu'avec une seule source thermique, **ne peut pas produire de travail** : il ne peut qu'en recevoir du milieu extérieur. En d'autres termes, un tel système ne peut pas se comporter comme un moteur (il n'existe pas). On justifie **l'énoncé de Clausius** qui dit qu'il n'existe pas de machine thermique monotherme motrice. Cette machine ne peut que recevoir du travail ($W > 0$) et céder de la chaleur ($Q < 0$).

5.3. Les machines dithermes motrices (thermo-dynamique)

Les machines thermo-dynamiques (motrices) à cycle fermé (figure 5.1 et 5.2.), utilisent en général un fluide diphasique, ou l'échange d'énergie entre les deux sources est basé sur la chaleur latente de changement de phase, ce qui permet à un débit de fluide égal un échange d'énergie plus important que celui qui serait basé sur la chaleur sensible d'un fluide monophasique.

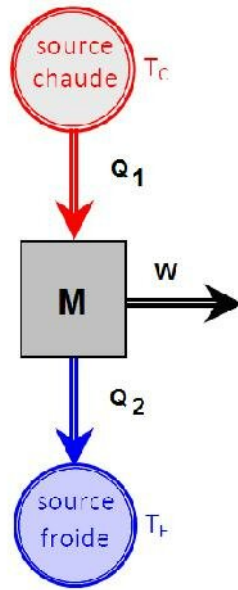


Figure 5.1. Schéma de principe d'une machine dithermes motrice

5.3.1. Principe de fonctionnement

La source chaude est constituée des gaz brûlés issus de la combustion de charbon, de fuel, etc...., ou bien par le circuit d'eau primaire d'une centrale nucléaire. La chaleur Q_1 est transférée de la source chaude au fluide caloporteur via **la chaudière**. L'acquisition de Q_1 par le fluide accroît sa température et sa pression, il est ensuite détendu à travers une turbine simple est constituée d'une roue mobile qui récupère le travail issu de la détente de la vapeur d'eau dans les aubages. Le fluide est ensuite mis en contact avec la source froide via **le condenseur**, où on lui retire la chaleur Q_2 . Enfin, le fluide cède un travail W_t à la turbine. Une partie de ce travail est prélevée pour faire tourner la pompe, qui entraîne le fluide dans le long du cycle. En supposant que la pompe cède un travail W_p au fluide, l'installation délivre le travail net W_{net} défini par :

$$W_{net} = W_t - W_p \quad (5.1)$$

Le rendement h_{th} de la machine thermique motrice est le rapport du **travail net fourni** par l'installation sur **la chaleur reçue** de la source chaude :

$$h_{th} = \frac{W_{net}}{Q_1} = \frac{W_t - W_p}{Q_1} \quad (5.2)$$

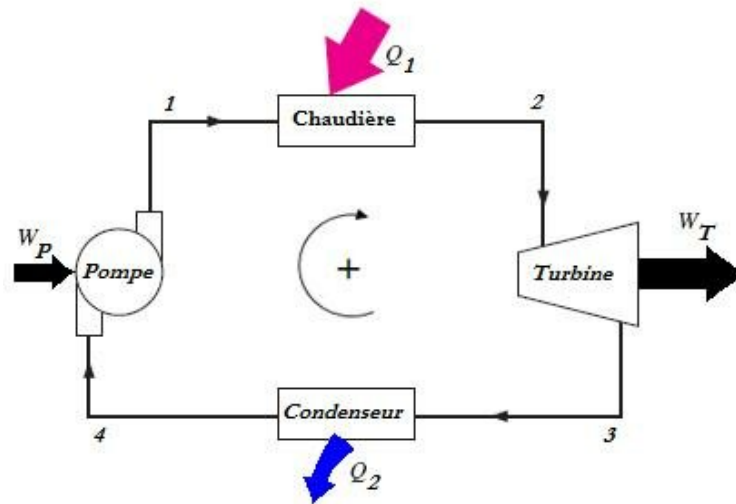


Figure 5.2. Schéma de principe d'une machine thermique motrice à cycle fermé (Moteur à vapeur)

5.3.2. Cycle de Carnot

Le cycle de Carnot est le cycle de référence pour ce type de machines. Applicable à tout type de machines (moteur, réfrigérateur, pompe à chaleur...), si ce n'est qu'il n'existe pas de machine usuelle fonctionnant selon ce cycle.

Il est caractérisé par :

1. une détente adiabatique dans la turbine et une compression adiabatique dans la pompe, elles sont supposées réversibles ;
2. un apport de chaleur dans la chaudière et une perte de chaleur dans le condenseur s'effectuant à température constante et d'une manière réversible.

Par conséquent, le cycle de Carnot est par définition un cycle réversible, formé de deux transformations **adiabatiques** (2-3 et 4-1) et de deux transformations **isothermes** (1-2 et 3-4). Travailler avec un fluide diphasique permet d'améliorer les qualités de la machine de Carnot fonctionnant avec un fluide monophasique. En effet, si l'on considère que le fluide moteur est un gaz parfait, la pression est uniforme dans la chaudière d'une part, et dans le condenseur d'autre part. Or, tant que les phases liquide et vapeur coexistent, toute transformation **isobare** est également **isotherme**. Pour les transformations 1-2 et 3-4

soient **isothermes**, il suffit donc de représenter tout le cycle dans la partie diphasique du diagramme de Clapeyron, voir la [figure 5.3](#).

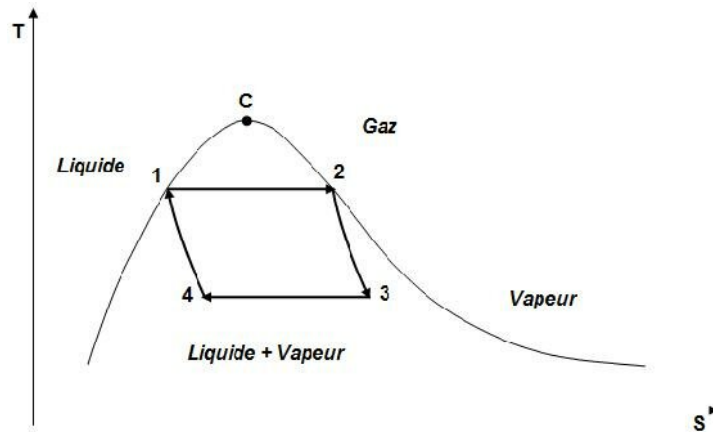


Figure 6.3. Cycle de Carnot

Le travail net échangé au cours d'un cycle par l'unité de masse est égal à la valeur absolue de l'aire du cycle.

$$W_{net} = - \int_{Cycle} p.dV \quad (5.3)$$

La puissance nette de l'installation est égale au produit de ce travail net par le débit de fluide.

$$P = -\dot{m} \int_{Cycle} p.dV \quad (5.4)$$

Le cycle de Carnot peut être représenté plus facilement sur un diagramme entropique (T, S). Les **isothermes** étant des droites horizontales, et les **isentropiques** (adiabates) des droites verticales comme sur la [figure 5.4](#).

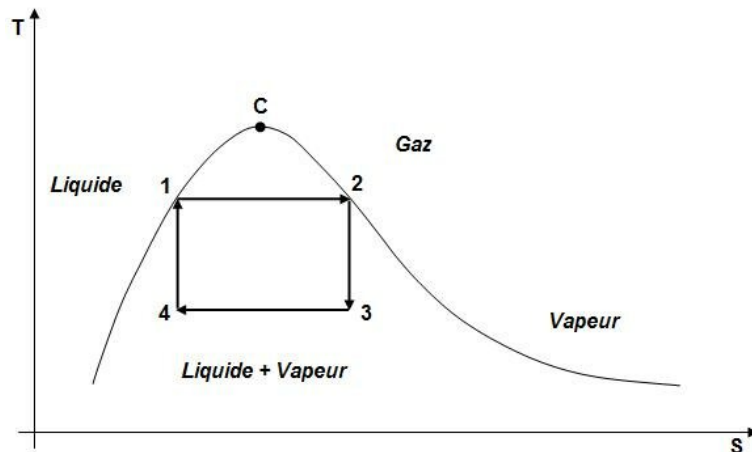


Figure 5.4. Représentation du cycle de Carnot sur un diagramme (T, S)

Le rendement h_c du cycle de Carnot peut être obtenu par :

D'après le bilan d'énergie (*1^{er} principe*), on a :

$$Q_1 + Q_2 + W_{net} = 0 \quad (5.5)$$

D'après la définition du rendement d'une machine, on a :

$$h_c = \frac{W_{net}}{Q_1} = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = 1 + \frac{Q_2}{Q_1} \quad (5.6)$$

Et d'après, le 2^{ème} principe nous permet d'écrire :

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0 \quad (5.7)$$

$$\text{Ce qui donne : } \frac{Q_2}{Q_1} = -\frac{T_2}{T_1} \quad (5.8)$$

Et par conséquent, on déduit :

$$h_c = 1 - \frac{T_2}{T_1} \quad (5.9)$$

D'après le diagramme entropique de la [figure 5.4](#). L'aire du cycle sur le diagramme entropique est égale à la chaleur captée Q_1 de la source chaude. En effet :

$$Q_1 = T_1(S_2 - S_1) \quad (5.10)$$

La chaleur cédée à la source froide :

$$Q_2 = T_2(S_4 - S_3) \quad (5.11)$$

On déduit :

$$Q_1 + Q_2 = (T_1 - T_2)(S_2 - S_1) \quad (5.12)$$

Or, $Q_1 + Q_2 = W_{net}$ qui n'est rien d'autre que la surface du cycle **1-2-3-4** décrit par le fluide moteur.

5.3.3. Cycles de Rankine

Dans le cycle de Carnot, c'est un fluide diphasique qui circule dans la pompe, ce qui pose un certain nombre de problèmes techniques. La puissance consommée pour un débit de fluide donné est élevée, ce qui cause la baisse du rendement effectif de la pompe, et ses parties mécaniques subissent une érosion prématurée.

Le cycle de Rankine (figure 5.5.) permet de remédier à cela (amélioration du cycle de Carnot) : le condenseur est dimensionné de façon à condenser la totalité du fluide, et c'est un liquide exempt de vapeur qui se présente à l'entrée de la pompe. En contrepartie, il faut ajouter une transformation isobare 1-1' dans la première partie de la chaudière, pour amener le liquide à la saturation, avant de commencer à produire de la vapeur.

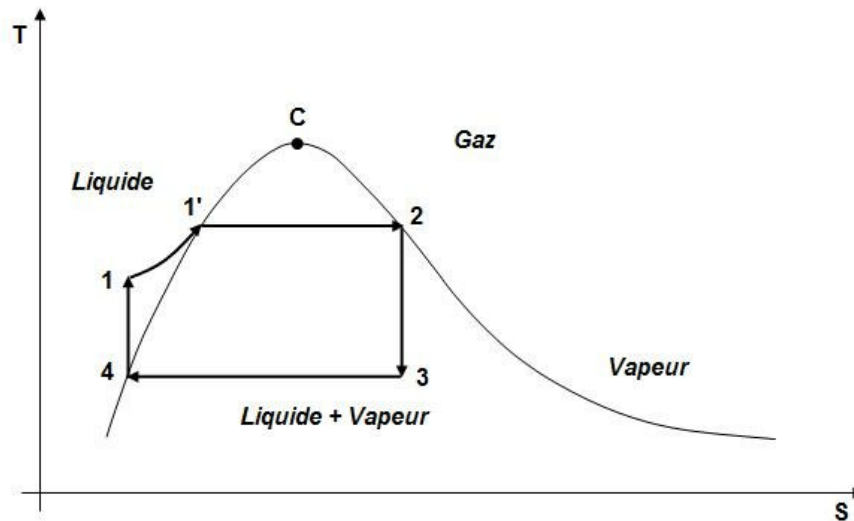


Figure 5.5. Le cycle de Rankine sur diagramme (T, S)

5.3.4. Cycles de Hirn (ou cycle à surchauffe)

Dans le même ordre d'idée, le cycle de Hirn (figure 5.6) permet d'éviter la présence d'un fluide diphasique dans la turbine en dimensionnant la chaudière de façon à surchauffer la vapeur dans la transformation isobare 2'-2. De cette façon, le fluide ne revient dans la zone diphasique qu'à la sortie de la turbine.

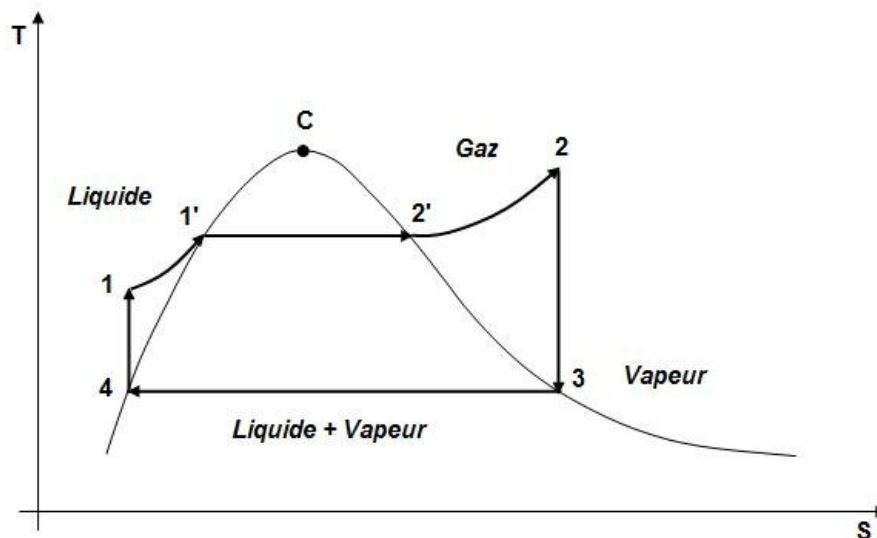


Figure 5.6. Le cycle de Hirn sur diagramme (T, S)

5.3.5. Cycle de Beau de Rochas ou d'Otto (Moteur à Essence)

L'évolution des pressions dans la chambre de combustion en fonction du volume du cycle « Beau de Rochas » se représente dans un diagramme (p, V), voir (figure 5.7.), comme suit :

1-2 : Aspiration du mélange (m_a+m_c) à la pression atmosphérique dans le cylindre.

2-3 : Compression **adiabatique** 2-3 jusqu'au volume V_1 correspond au **PMB**, ou la pression est p_1 .

$$pV^{\gamma} = Cte \quad (5.13)$$

$$p_2 V_2^{\gamma} = p_3 V_3^{\gamma} \quad \frac{p_3}{p_2} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma} \quad (5.14)$$

On pose : $e = \frac{V_1}{V_2}$, (rapport de compression volumétrique).

Il vient donc :

$$\frac{p_3}{p_2} = e^{\gamma} \quad (5.15)$$

Cette équation peut être réécrite sous la forme :

$$\frac{T_3}{T_2} = e^{\gamma-1} \quad (5.16)$$

3-4 : Combustion instantanée du mélange à **volume constant** associée à de fortes augmentations de température à T_2 et de la pression à p_2 . Il y a apport de chaleur :

$$Q_1 = (m_a + m_c) c_v (T_4 - T_3) \quad (5.17)$$

4-5 : Détente **adiabatique** du gaz brûlés qui ramène le volume à V_2 , avec une pression p_3 . Il s'agit du temps moteur du cycle.

$$\frac{p_4}{p_5} = e^{\gamma} \quad (5.18)$$

$$\frac{T_4}{T_5} = e^{\gamma-1} \quad (5.19)$$

5-6 : Détente **isochore** des gaz brûlés dans le cylindre, ou la pression chute instantanément à la pression atmosphérique, la température chute aussi.

$$Q_2 = (m_a + m_c) c_v (T_2 - T_5) \quad (5.20)$$

6-7 : Echappement **isobare** des gaz brûlés et retour au point de départ 1.

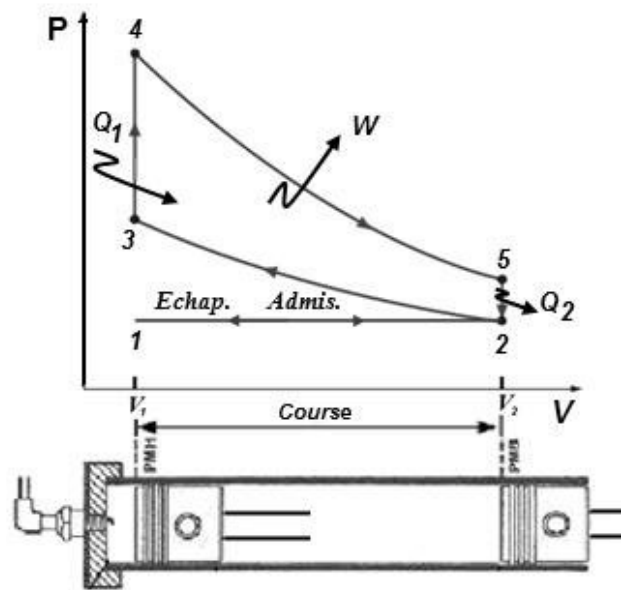


Figure 5.6. Cycle de Beau de Rochas

Le rendement théorique du cycle de Beau de Rochas :

$$h_{th} = \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = 1 + \frac{Q_2}{Q_1} \quad (5.21)$$

Sachant que : $\frac{Q_2}{T_3} + \frac{Q_1}{T_2} = 0$ ($2^{\text{ème}}$ principe de thermodynamique)

Il vient donc:

$$h_{th} = \frac{W}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_3} = 1 - \frac{1}{e^{\eta-1}} \quad (5.22)$$

5.3.6. Cycle Diesel (Combustion par compression)

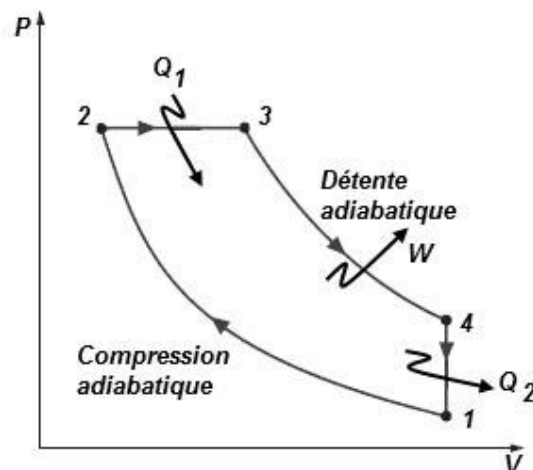


Figure 5.7. Cycle de Diesel

0-1 : admission du mélange,

1-2 : compression adiabatique du mélange

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^g = e^g \quad (5.23)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{g-1} = e^{g-1} \quad (5.24)$$

2-3 : Combustion isobare, ce qui donne un apport de chaleur :

$$Q_1 = (m_a + m_c) c_p (T_3 - T_2) \quad (5.25)$$

3-4 : Détente adiabatique

$$\frac{p_3}{p_4} = \left(\frac{V_4}{V_3} \right)^g = e^g \quad (5.26)$$

$$\frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{V_4}{V_3} \right)^{g-1} = e^{g-1} \quad (5.27)$$

4-1 : Détente **isochore** des gaz brûlés dans le cylindre, ou la pression chute instantanément à la pression atmosphérique, la température chute aussi.

$$Q_1 = (m_a + m_c) c_v (T_1 - T_4) \quad (5.28)$$

1-0 : Echappement **isobare** des gaz brûlés et retour au point de départ **0**.

Le rendement théorique du cycle Diesel :

$$\eta_{th_{Diesel}} = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = 1 + \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{1}{g} \cdot \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} \quad (5.29)$$

En réécrivant, la relation du rendement en fonction du taux de compression e et le

rapport $d = \frac{e}{e'}$, avec, $e' = \frac{V_4}{V_3}$

On obtient finalement:

$$\eta_{th_{Diesel}} = 1 - \frac{1}{e^{g-1}} \left[\frac{d^g - 1}{g(d-1)} \right] \quad (5.30)$$

5.3.7. Cycle mixte (cycle de Sabathé)

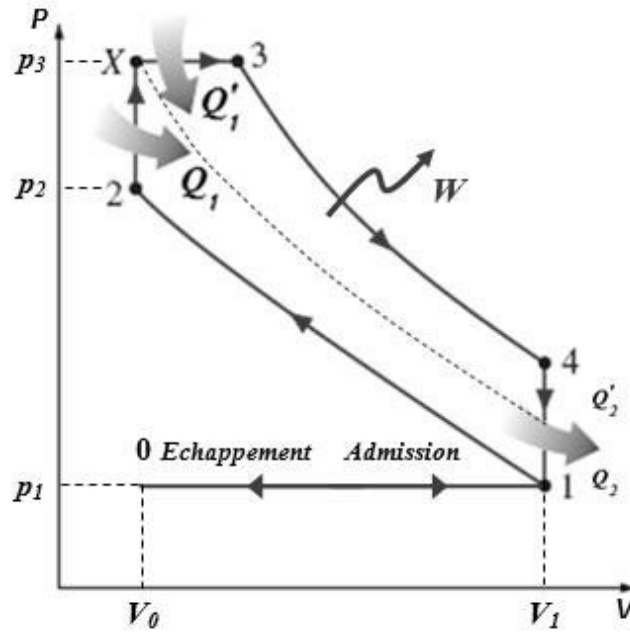


Figure 5.8. Cycle de Sabathé (cycle mixte)

Comme le montre le diagramme 5.8., le cycle mixte c'est la somme des deux cycles précédents (Otto et Diesel). Le rendement du cycle est donné par :

$$h_{th_{Mixte}} = \frac{Q_1 + Q'_1 + Q_2 + Q'_2}{Q_1 + Q'_1} \quad (5.31)$$

$$h_{th_{Mixte}} = \frac{Q_1 \left(1 + \frac{Q_2}{Q_1} \right) + Q'_1 \left(1 + \frac{Q'_2}{Q'_1} \right)}{Q_1 + Q'_1} \quad (5.32)$$

$$h_{th_{Mixte}} = \frac{Q_1 h_{th} + Q'_1 h_{th_{Diesel}}}{Q_1 + Q'_1} \quad (5.33)$$

5.4. Machines dithermes réceptrices (machines frigorifiques)

Les *machines dithermes* transformant du travail mécanique reçu en une chaleur ($W \nrightarrow Q$), elles sont par contre des machines de transfert de chaleur, c'est le cas des *machines frigorifiques* ou les *pompes à chaleur*.

5.4.1 Cas d'une machine frigorifique (le réfrigérateur)

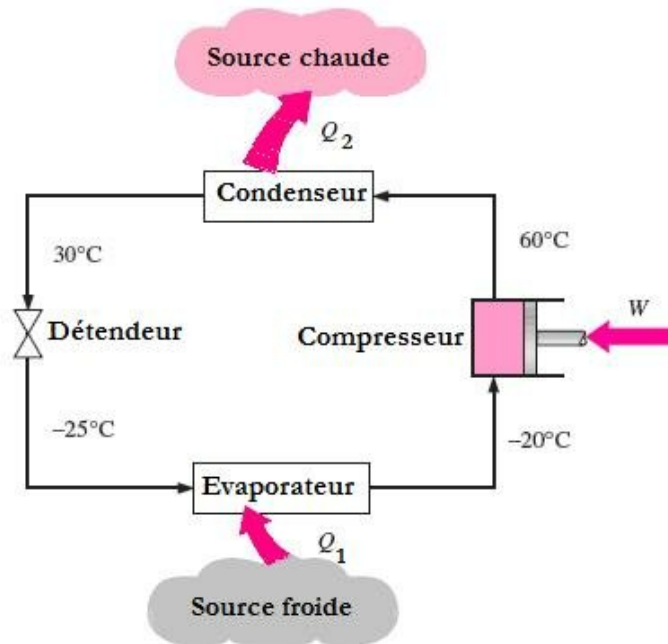


Fig. 5.12. Machines dynamo-thermiques (Réfrigérateur)

D'après le **1^{er} principe**, on a:

$$Q_1 + Q_2 + W = DU = 0 \quad (5.34)$$

D'après le **2^{ème} principe**:

Pour un cycle réversible, on a :

$$\Delta S = \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0 \quad (5.35)$$

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} \leq 0 \quad (\text{Inégalité de Clausius}) \quad (5.36)$$

Le coefficient de performance (**COP**) d'une machine dynamothermique, h est donné par:

$$h = \frac{\text{Froid produit}}{\text{Travail fourni}} = \frac{Q_1}{W} = \frac{Q_1}{Q_2 - Q_1} = \frac{T_1}{T_2 - T_1} > 1 \quad (5.37)$$

5.4.2 Cas d'une pompe à chaleur

Elle est basée sur le même principe qu'un réfrigérateur mais avec un objectif différent, c'est pomper de la chaleur d'une source froide et la restituer à une source chaude (c'est pour chauffer).

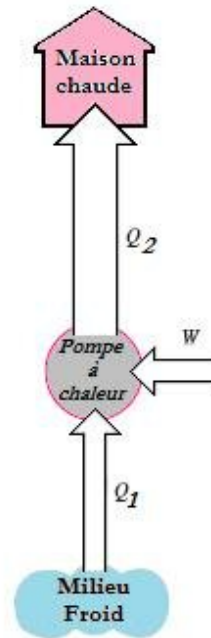


Fig. 5.13. Machines dynamo-thermiques (Pompe à chaleur)

D'après le **1^{er} principe**, on a:

$$Q_1 + Q_2 + W = DU = 0 \quad (5.38)$$

D'après le **2^{ème} principe**:

Pour un cycle réversible, on a :

$$\Delta S = \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0 \quad (5.39)$$

Le coefficient de performance (*COP*) d'une machine dynamothermique, h est donné par:

$$h = \frac{Q_2}{W} = \frac{Q_2}{Q_2 - Q_1} = \frac{T_2}{T_2 - T_1} > 1 \quad (5.40)$$

Exercices corrigés

Exercice 01 :

On considère une mole de gaz carbonique à la température $T_1 = 150^\circ\text{C}$ dans un volume $V_1 = 1\text{ litre}$, et sous une pression p_1 (état A). Cette mole subit une détente adiabatique réversible jusqu'à un état B où son volume vaut $V_2 = 10.V_1$, et sa température est T_2 . Le gaz subit ensuite une compression isotherme réversible qui l'amène à la pression initiale p_1 (état C). Le gaz est ensuite réchauffé jusqu'à la température T_1 à pression constante.

1°/ Tracer le cycle suivi par le gaz dans un diagramme de Clapeyron (p, V). S'agit-il d'un cycle moteur ?

2°/ Calculer la pression initiale p_1 et la température T_2 de la source froide.

3°/ Calculer les quantités de chaleur reçues par le gaz au cours des trois transformations AB, BC et CA.

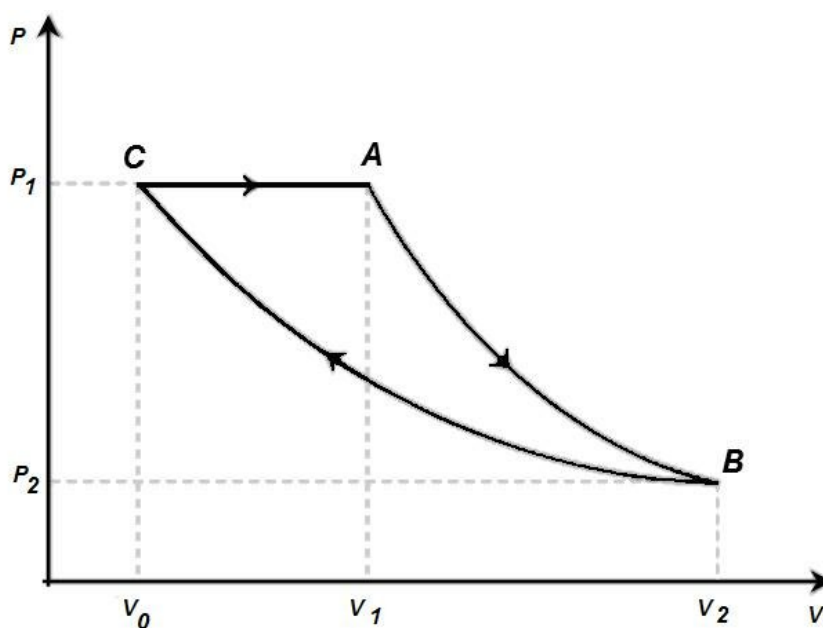
4°/ Établir le bilan entropique. Commenter le résultat.

5°/ Calculer le travail fourni au gaz au cours du cycle.

6°/ Calculer l'efficacité de cette machine, et évaluer son rendement en comparant cette efficacité à celle du cycle de Carnot fonctionnant entre les mêmes températures T_1 et T_2 .

On donne : - la constante des gaz parfaits est $R = 8,31 \text{ J.mole/K}$.
- le gaz carbonique est assimilé à un gaz parfait pour lequel $\gamma = 1,33$.

Solution :



Cycle du gaz en diagramme (p, V).

1°/ Le cycle thermodynamique est tracé dans un diagramme (p, V) , voir la figure ci-dessus (sens horlogique). Le calcul du travail du cycle par l'intégrale $-\int p.dV$ est donc négative.

Le système fournit un travail et le cycle est moteur.

2°/ La pression p_1 se calcule à l'aide de la loi des gaz parfaits : $p_1 = \frac{n.R.T_1}{V_1} = 3,52.10^6 \text{ Pa.}$,
soit $p_1 = 35,2 \text{ bars.}$

La transformation entre les états A et B est une détente adiabatique, au cours de laquelle la quantité $T.V^{g-1}$ est constante, donc $T_1 V_1^{g-1} = T_2 V_2^{g-1}$.

On en déduit :

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{g-1}$$

$$T_2 = 423(0,1)^{\frac{1}{3}} = 196 \text{ K.}$$

3°/ La transformation entre A et B est une détente adiabatique, donc $Q_{AB} = 0$.

La transformation entre B et C est une compression isotherme que l'on peut considérer quasi-statique. Donc, l'énergie interne du gaz est conservée et la pression extérieure agissante est à tout instant celle du gaz :

De manière infinitésimale, on a :

$$dQ = p.dV, \text{ et } Q_{BC} = \int dQ = nRT_2 \ln \frac{V_0}{V_2}$$

Le rapport des volumes est pour l'instant indéterminé. Mais puisque la compression est isotherme, on écrit:

$$p_2.V_2 = p_1.V_0$$

D'où :

$$\frac{V_0}{V_2} = \frac{p_2}{p_1}.$$

Par ailleurs,

$$p_1.V_1^g = p_2.V_2^g$$

$$\text{Donc : } \frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^g$$

Finalement :

$$Q_{BC} = g . n . R . T_2 \ln \frac{V_1}{V_2}$$

$$Q_{BC} = \frac{4}{3} . 8,31 . 196 . \ln(0,1) = -5001 \text{ Joules}.$$

De C à A, le gaz est réchauffé à pression constante et la chaleur fournie au gaz vaut

$$Q_{CA} = n . c_p (T_1 - T_2)$$

$$\text{Avec : } g = \frac{c_p}{c_v} \text{ et } R = c_p - c_v ,$$

$$\text{On obtient : } c_p = \frac{g . R}{g - 1}$$

Ainsi,

$$Q_{CA} = 4,8,31 . (423 - 196) = 7546 \text{ Joules}.$$

4°/ La transformation entre A et B est adiabatique et réversible donc isentropique :

$$\Delta S_{AB} = 0$$

Pendant la compression isotherme BC :

$$dU = dQ + dW = T . dS - p . dV = 0$$

$$\text{Donc } dS = n . R \frac{dV}{V}$$

Après intégration, on obtient :

$$S_{BC} = n . R . \ln \left(\frac{V_0}{V_2} \right) = g . n . R . \ln \frac{V_1}{V_2}$$

$$S_{BC} = \frac{4}{3} . 8,31 . \ln(0,1) = -25,5 \text{ J/K}.$$

Au cours du réchauffement isobare, on a :

$$dH = n . c_p . dT = T . dS$$

Donc, après intégration,

$$S_{CA} = n . c_p . \ln \left(\frac{T_1}{T_2} \right) = n \frac{g . R}{g - 1} \ln \left(\frac{T_1}{T_2} \right)$$

$$S_{CA} = 4,8,31 \cdot \ln\left(\frac{423}{196}\right) = 25,5 \text{ J/K}.$$

La variation totale d'entropie sur le cycle vaut :

$$\Delta S_{\text{Cycle}} = \Delta S_{AB} + \Delta S_{BC} + \Delta S_{CA}$$

$$\Delta S_{\text{Cycle}} = 0 - 25,5 + 25,5 = 0$$

Elle est nulle car l'entropie est une fonction d'état.

5°/ Sur un cycle, la variation d'énergie interne du gaz est nulle :

$$W + \sum_i Q = 0$$

$$W = -Q_{BC} - Q_{CA} = 5001 - 7546 = -2545 \text{ J. (travail négatif=travail fournit)}$$

Le cycle produit donc du travail. L'efficacité de cette machine est quantifiée par le rapport entre travail généré et énergie dépensée sous forme de chaleur fournie au gaz :

$$h = \frac{|W|}{Q_{CA}}$$

$$h = \frac{2545}{7546} = 33,7 \%$$

Le rendement r de cette machine s'évalue en comparant son efficacité à l'efficacité maximale du cycle de Carnot :

$$h_c = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{196}{423} = 53,7 \%$$

Donc :

$$r = \frac{h}{h_c} = \frac{33,7}{53,7} = 62,8 \%.$$

Exercice 02 :

On considère une machine à vapeur qui fonctionne entre $T_1 = 550 \text{ °C}$ et $T_2 = 250 \text{ °C}$.

1°/ Rappeler la définition de l'efficacité h des moteurs thermiques.

2°/ Exprimer h en fonction des quantités de chaleur Q_1 et Q_2 échangées par le gaz avec les sources chaudes et froides aux températures T_1 et T_2 respectivement.

3°/ Donner l'expression de cette efficacité dans le cas d'un cycle dithermes réversible en fonction des températures du problème.

En pratique, un tel moteur aura une efficacité valant 70% de cette efficacité maximale. Combien vaut-elle numériquement ?

Solution :

1°/ Pour les moteurs thermiques, l'efficacité (rendement) est définie par :

$$h = \frac{|W|}{Q_1}$$

2°/ L'efficacité en fonction des quantités de chaleur échangées :

Pour un cycle, la variation d'énergie interne est nulle, d'où :

$$\Delta U = W + Q_1 + Q_2 = 0$$

Soit :

$$|W| = Q_1 + Q_2$$

On en déduit :

$$h = 1 + \frac{Q_2}{Q_1}$$

3°/ La variation d'entropie du gaz en contact avec deux sources de chaleur est :

$$\Delta S \geq \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2}$$

Puisqu'il y a réversibilité, il y a égalité et puisqu'il y a cycle, la variation d'entropie est nulle. Soit :

$$\Delta S = \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0$$

On en déduit :

$$\frac{Q_2}{Q_1} = -\frac{T_2}{T_1}$$

L'efficacité maximale (rendement) dite de Carnot d'un cycle dithermes réversible vaut donc

$$h = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

L'efficacité réelle (le rendement) du moteur vaut :

$$h_r = \frac{70}{100} \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) = \frac{70}{100} \left(1 - \frac{523}{823} \right) = 0,255.$$

Exercice 03 :

Un gaz diatomique subit un cycle de transformations quasi-statiques dithermes dit de Carnot, soit :

- (i) la succession d'une compression isotherme AB à la température T_2 ,
- (ii) une compression adiabatique BC ,
- (iii) une détente isotherme CD à la température T_1 ,
- et enfin (iv) une détente adiabatique DA .

Les données sont les suivantes :

$$p_A = 1 \text{ bar}, T_1 = 250^\circ\text{C} \text{ et } T_2 = 25^\circ\text{C},$$

$$V_C = 1,5 \text{ litres et } p_C = 10 \text{ bars et},$$

$$\text{On donne pour un gaz diatomique, } g = 1,4.$$

1°/ Déterminer les coordonnées dans un diagramme (p, V) des quatre points du cycle.

2°/ Tracer le cycle dans un diagramme de Clapeyron.

3°/ Calculer les quantités de chaleur Q_1 et Q_2 et le travail w reçus par le gaz au cours du cycle et préciser leurs signes. De quel type de machine thermique s'agit-il ?

4°/ Donner les expressions de l'efficacité (rendement) h de cette machine dithermique en fonction de w , Q_1 et Q_2 puis en fonction des températures T_1 et T_2 .

5°/ Quel principe permet de retrouver cette dernière expression pour h ?

6°/ Calculer cette efficacité.

Solution :

1°/ La donnée du volume, pression et température du gaz au point C définit complètement les variables thermodynamiques du gaz en particulier son nombre de moles. Le volume V_A au point A du cycle dépend de ce nombre de moles suivant la loi des gaz parfaits. Ainsi :

$$\frac{p_A \cdot V_A}{T_2} = \frac{p_C \cdot V_C}{T_1}$$

Soit :

$$V_A = \frac{p_C \cdot V_C}{p_A} \cdot \frac{T_2}{T_1}$$

$$V_A = 8,5 \text{ litres.}$$

Le point B est défini par son appartenance à l'isotherme passant par A , et l'adiabatique passant par C .

Ainsi,

$$p_B \cdot V_B = p_A \cdot V_A$$

Et

$$p_B \cdot V_B^{\gamma} = p_C \cdot V_C^{\gamma}$$

L'élimination de p_B entre les deux équations permet d'obtenir l'expression de V_B :

$$V_B = \left(\frac{p_C \cdot V_C^{\gamma}}{p_A \cdot V_A} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

$$V_B = 6,1 \text{ litres.}$$

La pression du gaz en B vaut :

$$p_B = \frac{p_A \cdot V_A}{V_B} = 1,4 \text{ bars.}$$

Les coordonnées (p, V) du point D peuvent s'obtenir à partir de la même technique que celle utilisée pour le point B .

On a pour une transformation adiabatique :

$$T \cdot V^{\gamma-1} = Cte$$

Ainsi :

$$T_1 \cdot V_D^{\gamma-1} = T_2 \cdot V_A^{\gamma-1}$$

Soit :

$$V_D = V_A \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

$$V_D = 2,1 \text{ litres.}$$

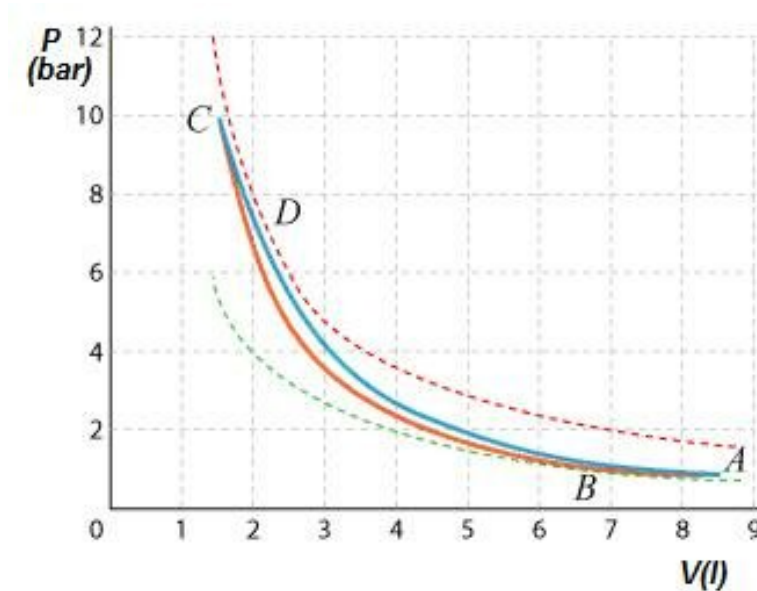
Les points C et D étant situés sur la même isotherme, d'où :

$$p_D \cdot V_D = p_C \cdot V_C$$

D'où :

$$p_D = 7,2 \text{ bars.}$$

2°/ Le tracé du cycle dans un diagramme de Clapeyron est donné sur la figure ci-dessous.



3°/ Les échanges de chaleur ont lieu au cours des compressions et détentes isothermes. La variation d'énergie interne du gaz parfait étant nulle au cours de ces transformations, et celles-ci étant supposées quasi-statiques, on a

$$dQ = pdV = nRT \frac{dV}{V}$$

Après intégration, on obtient sur l'isotherme T_1 :

$$Q_1 = nRT_1 \ln \frac{V_D}{V_C} = p_C \cdot V_C \ln \frac{V_D}{V_C}$$

De même sur l'isotherme T_2 :

$$Q_2 = p_A \cdot V_A \ln \frac{V_B}{V_A}$$

Application numérique :

$$Q_1 = 10.101325.1,5.10^{-3} \ln \frac{2,1}{1,5} = 511 \text{ Joules}$$

Est la chaleur reçue par le gaz de la source chaude.

$$Q_2 = 1.101325.8,5.10^{-3} \ln \frac{6,1}{5,5} = -286 \text{ Joules}$$

Est la chaleur donnée par le gaz à la source froide.

Au cours du cycle :

$$\Delta U = Q_1 + Q_2 + W = 0$$

D'où :

$$W = -(Q_1 + Q_2) = -225 \text{ Joules.}$$

Cette machine thermique est donc un moteur thermique, du travail étant fourni (travail négatif) par le gaz au cours d'un cycle.

4°/ Cette machine étant un moteur thermique, son rendement est évalué par :

$$h = \frac{|W|}{Q_1} = \frac{|Q_1 + Q_2|}{Q_1} = 1 + \frac{Q_2}{Q_1}$$

Relation liant les volumes des quatre points du cycle :

$$h = 1 + \frac{Q_2}{Q_1} = 1 + \frac{p_A V_A \ln \frac{V_B}{V_A}}{p_C V_C \ln \frac{V_D}{V_C}} = 1 + \frac{-T_2 \ln \frac{V_A}{V_B}}{T_1 \ln \frac{V_D}{V_C}}$$

Qui se simplifie en :

$$h = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

5°/ Selon le deuxième principe de la thermodynamique : la variation d'entropie du système au cours du cycle (qui est nulle) et vérifie :

$$\Delta S = 0 \geq \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2}$$

D'où :

$$\frac{Q_2}{Q_1} \leq -\frac{T_2}{T_1}$$

Il y a égalité dans le cas réversible, ce qui est le cas ici.

Donc on peut écrire également :

$$h = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

6°/ Application numérique :

$$h = 43\%.$$

Exercice 04:

Une machine dithermes fonctionne suivant un cycle de Carnot inverse (par rapport au sens moteur) et fonctionne entre les températures T_C et T_f des sources chaudes et froides.

1°/ Rappeler les transformations qui constituent un cycle de Carnot.

2°/ Tracer schématiquement ce cycle dans un diagramme (p, V) et (T, S) . Indiquer les températures et le sens de parcours du cycle.

3°/ Sachant que de la chaleur est toujours prélevée de la source froide et donnée à la source chaude, localiser les sources chaudes et froides dans le cas :

(i) d'un fonctionnement en réfrigérateur,

(ii) d'un fonctionnement en pompe à chaleur (on considèrera des cas réalistes inspirés par les valeurs données pour l'application numérique).

4°/ Donner la définition des efficacités h_r et h_p de cette machine en modes respectivement réfrigérateur et pompe à chaleur.

5°/ Quelles sont leurs expressions en fonction des quantités de chaleur échangées ?

6°/ En écrivant l'expression de la variation d'entropie sur un cycle réversible,

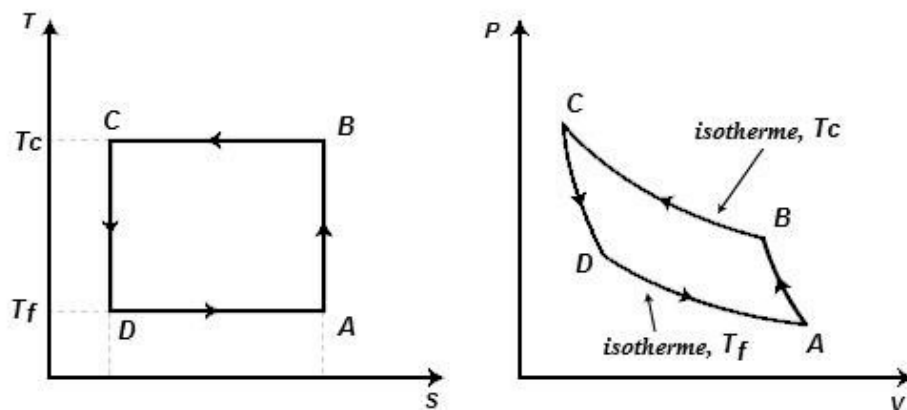
7°/ donner l'expression de h_r et h_p en fonction des températures.

8°/ Faire l'application numérique et commenter le résultat.

On donne : $T_f = -5^\circ\text{C}$ et $T_C = 18^\circ\text{C}$.

Solution :

1°/ Un cycle de Carnot est un cycle réversible constitué de deux transformations adiabatiques et de deux transformations isothermes égales aux températures des sources, voir figure ci-dessous.



Représentation du cycle inverse de Carnot.

2°/ D'après la figure ci-dessus. Le cycle est parcouru dans les deux diagrammes dans le sens anti-horlogique. Ceci implique que l'intégrale :

$$W = \int -pdV$$

Est positive (égale à l'aire du cycle dans le diagramme (p, V) , et l'intégrale :

$$Q = \int T.dS$$

Est négative (égale à l'opposé de l'aire du cycle dans le diagramme (T, S)). On remarque que le système reçoit effectivement le travail W sur un cycle.

3°/ On a toujours $Q_f > 0$ et $Q_C < 0$

Si, on considère le cas de fonctionnement en réfrigérateur, la source froide est le volume maintenu à la température basse $T_f = -5\text{ }^{\circ}\text{C}$ en cédant la quantité de chaleur $Q_f > 0$ au système, et la source chaude est le local contenant le réfrigérateur et à la température $T_C = 18\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Si, on considère le cas de fonctionnement en pompe à chaleur, la source froide est par exemple l'extérieur d'une habitation à la température (extérieure) $T_f = -5\text{ }^{\circ}\text{C}$ (thermostat), et la source chaude est l'habitation maintenue à une température de confort de $18\text{ }^{\circ}\text{C}$ en recevant la quantité de chaleur Q_C du système.

4°/ L'efficacité d'une machine thermique est définie comme le rapport entre le transfert utile suivant la vocation de la machine et le transfert d'énergie dépensé pour la faire fonctionner.

Les efficacités h_r et h_p sont donc définies par :

$$h_r = \frac{Q_f}{W}$$

Et,

$$h_p = \frac{|Q_C|}{W}$$

Or, sur un cycle, le bilan énergétique s'écrit :

$$\Delta U = W + Q_C + Q_f = 0$$

Soit :

$$W = -Q_C - Q_f$$

Les efficacités s'écrivent donc :

$$h_r = \frac{1}{-1 - \frac{Q_C}{Q_f}}$$

Et :

$$h_p = \frac{1}{-1 - \frac{Q_f}{Q_C}}$$

5°/ Dans le cas de transformations réversibles, la variation d'entropie du système (fermé) s'écrit :

$$\Delta S = \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{T_i}$$

Puisque l'on considère un cycle et que l'entropie est une fonction d'état, on écrit sur le cycle :

$$\frac{Q_f}{T_f} + \frac{Q_C}{T_C}$$

Soit :

$$\frac{Q_f}{Q_C} = - \frac{T_f}{T_C}$$

7°/ En reportant l'expression du rapport des quantités de chaleur dans l'expression des efficacités, on obtient :

$$h_r = \frac{T_f}{T_C - T_f}$$

Et :

$$h_p = \frac{T_C}{T_C - T_f}$$

Ainsi, l'efficacité de la machine varie à l'inverse de la différence des températures entre les sources chaude et froide. D'où l'intérêt, dans le cas de l'utilisation en pompe à chaleur pour le chauffage d'une habitation, de l'utilisation d'une source géothermique à température

moyenne et constante. L'efficacité en mode pompe à chaleur est plus élevée que dans le mode réfrigérateur.

8°/ Application numérique :

$$h_r = \frac{268}{291 - 268} = 11,7$$

Et

$$h_p = \frac{291}{291 - 268} = 12,7$$

Exercice 05:

Le moteur à explosion est un moteur à combustion interne dont l'allumage est commandé par des bougies. Il fonctionne suivant le cycle de Beau de Rochas. Ce cycle est constitué de deux isentropiques et deux isochores que subit un mélange d'air et de carburant. Le système fermé considéré est donc une masse déterminée de ce mélange. Plus précisément, le cycle peut être décrit en quatre temps :

1. un cylindre admet le mélange à travers une soupape d'admission dans un volume V_A (portion IA du cycle);
2. les soupapes sont fermées et le mélange subit une compression isentropique jusqu'à un volume V_B (portion AB). Au point B se produit l'explosion du mélange qui augmente la pression de B à C ;
3. les soupapes sont toujours fermées et les produits de la combustion subissent une détente isentropique en repoussant le piston jusqu'à sa position initiale (portion CD);
4. La soupape d'échappement s'ouvre : la pression chute brutalement (portion DA), et les gaz brûlés sont évacués.

Le cycle est caractérisé par le taux de compression volumétrique α qui vaut : $\frac{V_A}{V_B}$. Les

températures du mélange en A et C valent $T_A = 293\text{ K}$ et $T_C = 1220\text{ K}$.

1°/ Tracer schématiquement ce cycle de Beau de Rochas dans le diagramme de Clapeyron, en faisant figurer les 5 points I , A , B , C , et D .

2°/ Identifier sur le cycle les quantités de chaleur échangées et leurs signes, les travaux fournis et leurs signes, et écrire le bilan thermique sur un cycle.

3°/ Donner l'expression des quantités de chaleur échangées et donner l'expression de l'efficacité η_m de ce moteur thermique. Faire l'application numérique.

4°/ Montrer que l'efficacité de ce moteur ne dépend que du taux de compression a .

5°/ Calculer le rendement (par rapport au moteur de Carnot idéal) de ce cycle.

Pour l'application numérique, on considère : $\gamma = 1,4$ et $a = 9$.

Solution :

1°/ Voir la figure ci-dessous.

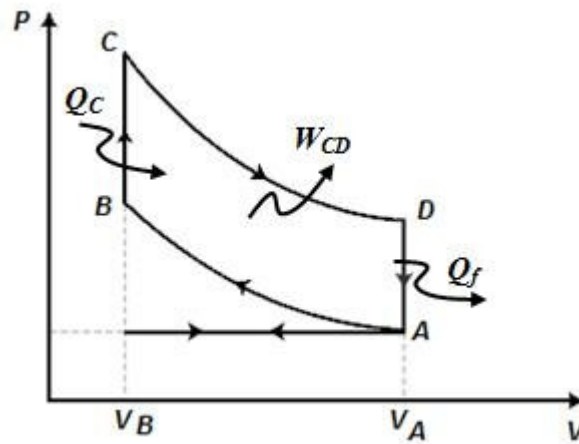


Figure : Cycle moteur de Beau de Rochas

2°/ Sur les deux isentropiques AB et CD , aucune chaleur n'est échangée par définition. Le mélange reçoit de la chaleur ($Q_C > 0$) au cours de l'explosion (portion BC), et perd de la chaleur ($Q_f < 0$) lors de la détente isochore (portion DA). Sur un cycle, du travail est fourni $W_{total} < 0$ (le cycle est parcouru dans le sens horaire; c'est un cycle moteur) et il résulte d'un travail $W_{AB} > 0$ fourni au gaz au cours de sa compression entre A et B , et d'un travail $W_{CD} < 0$ que génère le gaz entre C et D .

Le bilan thermique sur un cycle est le suivant :

$$\Delta U = W_{AB} + Q_C + W_{CD} + Q_f = 0$$

Soit,

$$W_{Total} = W_{AB} + W_{CD} = -Q_C - Q_f$$

3°/ Au cours des transformations isochores, les quantités de chaleur échangées sont égales à la variation d'énergie interne du gaz, dont l'expression est simple, soient :

$$Q_C = \Delta U_{B-C} = c_V (T_C - T_B)$$

Et :

$$Q_f = \Delta U_{D-A} = c_V (T_A - T_D)$$

L'efficacité h_m de ce moteur thermique est donnée par :

$$h = \frac{|W|}{Q_C} = \frac{Q_C + Q_f}{Q_C} = 1 + \frac{Q_f}{Q_C} = 1 + \frac{T_A - T_D}{T_C - T_B}$$

4°/ Puisque les transformations AB et CD sont deux isentropiques, et en considérant que le mélange air/carburant est un fluide parfait, on a :

$$\frac{T_A}{T_B} = \left(\frac{V_B}{V_A} \right)^{\gamma-1} = \left(\frac{1}{a} \right)^{\gamma-1}$$

Et :

$$\frac{T_C}{T_D} = \left(\frac{V_D}{V_C} \right)^{\gamma-1} = a^{\gamma-1}$$

Alors, l'efficacité s'écrit :

$$h = 1 + \frac{T_B \cdot a^{\gamma-1} - T_D}{T_D \cdot a^{\gamma-1} - T_B} = 1 + a^{1-\gamma} \frac{T_B - T_D \cdot a^{\gamma-1}}{T_D \cdot a^{\gamma-1} - T_B} = 1 - \frac{1}{a^{\gamma-1}}$$

$$h = 1 - \frac{1}{a^{0,4}} = 58,5 \%$$

5°/ L'efficacité (le rendement) du moteur de Carnot idéal de ce cycle fonctionnant entre les températures T_A et T_C vaut :

$$h_C = 1 - \frac{T_C}{T_A} = 1 - \frac{293}{1220} = 76\%$$

Le rendement du cycle de Beau de Rochas vaut donc :

$$r = \frac{h}{h_C} = \frac{58,5}{76} = 77\%.$$

Exercice 06 :

Le moteur Diesel est un moteur à combustion interne dont l'allumage n'est pas commandé par des bougies mais une compression élevée. L'air et le carburant sont comprimés séparément, le carburant n'étant injecté que dans la chambre de combustion et progressivement. Le premier moteur de ce type a été mis au point par l'allemand R. Diesel en 1893. Il fonctionne suivant le cycle éponyme constitué de deux isentropiques, d'une isobare et d'une isochore. Plus précisément, le cycle peut être décrit en quatre temps :

1. un cylindre admet l'air seul à travers une soupape d'admission dans un volume V_A (portion IA du cycle);
2. les soupapes sont fermées. L'injection de combustible démarre au point B et est progressive jusqu'à un point C de sorte que la pression reste constante;
3. les soupapes sont toujours fermées et les produits de la combustion subissent une détente isentropique en repoussant le piston jusqu'à sa position initiale (portion CD);
4. La soupape d'échappement s'ouvre : la pression chute brutalement (portion DA), et les gaz brûlés sont évacués.

Le cycle est caractérisé par le taux de compression volumétrique a qui vaut : $\frac{V_A}{V_B}$ et le rapport de détente préalable b qui vaut : $\frac{V_C}{V_B}$. Les températures du mélange en A et C valent : $T_A = 293 \text{ K}$ et $T_C = 1220 \text{ K}$.

1°/ Tracer schématiquement ce cycle de Diesel dans le diagramme de Clapeyron, en faisant figurer les 5 points I, A, B, C , et D .

2°/ Identifier sur le cycle les quantités de chaleur échangées et leurs signes, les travaux fournis et leurs signes, et écrire le bilan thermique sur un cycle.

3°/ Donner l'expression des quantités de chaleur échangées et donner l'expression de l'efficacité η_m de ce moteur thermique. Faire l'application numérique.

4°/ Montrer que l'efficacité de ce moteur ne dépend que du taux de compression a et du rapport de détente a .

On donne : $\gamma = 1,4$; $a = 14$, et $b = 1,55$.

Solution :

1°/ Voir figure ci-dessous.

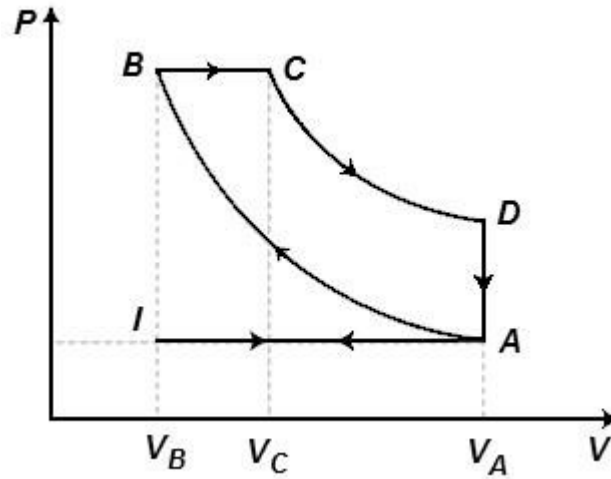


Figure : Cycle moteur de Diesel

2°/ Sur les deux isentropiques AB et CD , aucune chaleur n'est échangée par définition. Le mélange reçoit de la chaleur ($Q_C > 0$) au cours de la combustion isobare (portion BC), et perd de la chaleur ($Q_f < 0$) lors de la détente isochore (portion DA). Sur un cycle, du travail est fourni $W_{Total} < 0$ (le cycle est parcouru dans le sens horaire; c'est un cycle moteur) et il résulte d'un travail $W_{AB} > 0$ fourni au gaz au cours de sa compression entre A et B , et d'un travail $W_{CD} < 0$ que génère le gaz entre C et D .

Le bilan thermique sur un cycle est le suivant :

$$\Delta U = -W_{AB} + Q_C + W_{CD} + Q_f = 0$$

Soit :

$$W_{Total} = W_{AB} + W_{CD} = -Q_C - Q_f$$

3°/ Au cours de la transformation isobare, la quantité de chaleur échangée est égale à la variation d'enthalpie du gaz, en effet :

$$dH = d(U + p.V) = dQ + V.dp$$

Dont l'expression est simple, soit :

$$Q_C = \Delta H_{B-C} = c_p(T_C - T_B)$$

Au cours de la transformation isochore, la quantité de chaleur échangée est égale à la variation d'énergie interne du gaz, dont l'expression est simple, soit :

$$Q_f = \Delta U_{D-A} = c_v(T_A - T_D)$$

L'efficacité η_m de ce moteur thermique est donnée par :

$$\eta = \frac{|W|}{Q_C} = \frac{Q_C + Q_f}{Q_C} = 1 + \frac{Q_f}{Q_C} = 1 + \frac{c_v(T_A - T_D)}{c_p(T_C - T_B)}$$

4°/ Puisque les transformations AB et CD sont deux isentropiques, et en considérant que le mélange air/carburant est un fluide parfait, on a :

$$\frac{T_A}{T_B} = \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{1}{a}\right)^{\gamma-1}$$

$$\frac{T_C}{T_D} = \left(\frac{V_D}{V_C}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_A \cdot V_B}{V_B \cdot V_C}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\gamma-1}$$

Alors, l'efficacité s'écrit

$$\eta = 1 + \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{T_B \cdot a^{1-\gamma} - T_C \cdot a^{1-\gamma} \cdot b^{\gamma-1}}{T_C - T_B}$$

Par ailleurs, la transformation entre B et C est une isobare. D'après la loi des gaz parfaits, on peut écrire alors :

$$\frac{T_C}{V_C} = \frac{T_B}{V_B}$$

Soit :

$$T_C = \frac{V_C}{V_B} \cdot T_B = b \cdot T_B$$

En remplaçant T_C par son expression dans l'équation précédente, on obtient :

$$\eta = 1 + \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{T_B \cdot a^{1-\gamma} (1 - b^{\gamma})}{T_B (b - 1)} = 1 - \frac{1}{\gamma \cdot a^{\gamma-1}} \cdot \frac{1 - b^{\gamma}}{1 - b}$$

$$\eta = 1 - \frac{1}{1,4 \cdot 1,14^{0,4}} \cdot \frac{1 - 1,55^{1,4}}{1 - 1,55} = 61,7\%$$

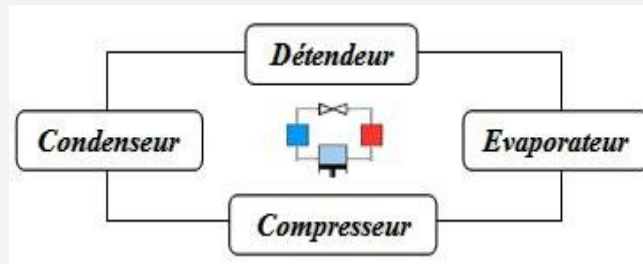
Cette efficacité est supérieure à celle obtenue dans le cas de moteur à explosion.

Exercice 07 :

Un réfrigérateur fonctionne à une température intérieure $T_2 = 4^{\circ}\text{C}$ dans une pièce à la température $T_1 = 19^{\circ}\text{C}$. (Pour toute l'étude on supposera que l'on a un fonctionnement réversible). On donne le schéma de principe du fonctionnement d'un réfrigérateur (machine frigorifique).

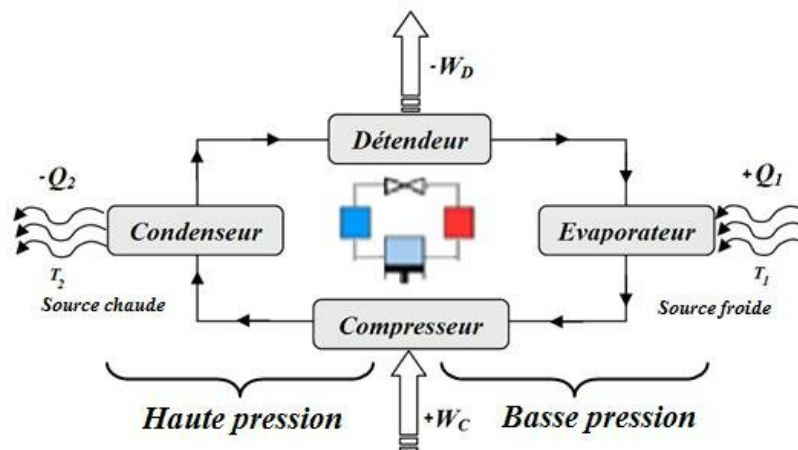
Placer sur ce schéma :

- 1°/ Le sens de parcours du fluide.
- 2°/ Les chaleurs et travaux échangés par le fluide en précisant leur sens
- 3°/ La zone haute pression et la zone basse pression
- 4°/ Exprimer son efficacité frigorifique h en fonction de Q_1 et Q_2 ainsi que T_1 et T_2 .
- 5°/ Calculer la valeur numérique de h .
- 6°/ Peut-on, en été, refroidir une pièce en ouvrant un réfrigérateur ? Justifier votre réponse.



Solution :

- 1°/ Le sens du fluide frigorigène est représenté sur le schéma ci-dessous.
- 2°/ Les chaleurs et travaux échangés par le fluide avec les différents éléments avec leur signes sont précisés sur le schéma ci-dessous.



- 3°/ Les zones : haute et basse pressions sont indiquées sur la figure ci-dessus.

- 4°/ Efficacité du réfrigérateur :

$$h = \frac{\text{Froid produit}}{\text{Travail consommé}} = \frac{Q_1}{W_c} = \frac{Q_1}{Q_1 - Q_2} = \frac{T_1}{T_1 - T_2}$$

5°/ Application numérique :

$$h = \left| \frac{277}{277 - 292} \right| = \frac{277}{15} = 18,46$$

6°/ On ne peut pas utiliser un réfrigérateur à porte-ouverte pour refroidir une pièce en été. Cette astuce n'aboutit pas, car il y a annulation de la source froide et par conséquent rupture du principe de fonctionnement d'une machine frigorifique (2^{ème} principe).

Exercice 07 :

Une pompe à chaleur réversible échange de la chaleur avec 2 sources, l'eau d'un lac ($T_f=280K$) d'un coté, et une réserve d'eau de masse $M=1000\text{ kg}$ isolée thermiquement d'un autre coté; la température initiale de cette dernière est $T_0=293\text{ K}$. La chaleur massique de l'eau $c_{eau}=4190\text{ J/kg.K}$. Lorsque la masse M de la réserve d'eau atteint la température de $T=333\text{ K}$, calculer :

1°/ Les quantités de chaleur échangées : pompe-réserve et pompe-eau du lac.

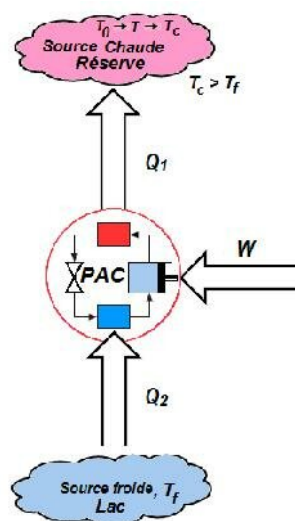
2°/ Le travail reçu par la pompe.

3°/ Le coefficient moyen de performance de la pompe à chaleur.

Solution :

1°/ Quantités de chaleur échangées :

- Représentation du problème :



Lors d'un cycle et un fonctionnement réversible:

Le premier principe permet d'écrire:

$$Q_1 + Q_2 + W = 0$$

Le second principe permet d'écrire :

$$\frac{Q_1}{T} + \frac{Q_2}{T_f} = 0$$

Avec

$$Q_1 = -m.c.dT$$

Ce que perd la pompe comme chaleur est de signe négatif.

- Quantité de chaleur cédée par l'eau du lac :

$$\frac{Q_2}{T_f} = -\frac{m.c}{T.dT}$$

$$Q_2 = T_f . m.c \ln \frac{T_c}{T_0}$$

$$Q_2 = 280.4190.1000. \ln \frac{333}{293} = 150 \text{ MJ.}$$

- Quantité de chaleur reçue par l'eau de la réserve :

$$Q_1 = -M.c.(T_c - T_0)$$

$$Q_1 = -1000.4190.(333 - 293) = -167,6 \text{ MJ}$$

2°/ Travail reçu par la pompe à chaleur:

$$W + Q_1 + Q_2 = 0$$

$$W = 167,6 - 150 = 17,6 \text{ MJ.}$$

3°/ Coefficient moyen de performance de la pompe :

Le coefficient de performance est la chaleur absorbée par la source chaude sur le travail fourni :

$$h = \frac{|Q_1|}{W} = \frac{167,6}{17,6} = 9,52$$

Chapitre 6

La Combustion

6.1. Définition

La combustion par définition c'est une réaction chimique qui s'effectue entre deux substances avec comme résultats un dégagement de chaleur et de la lumière. C'est une réaction chimique exothermique (réaction d'oxydation) d'une substance dit combustible (solide, liquide ou gaz) avec un gaz dit comburant (souvent l'Oxygène), voir (figure 6.1). Lors de la combustion, Il y a rupture des liaisons des molécules du combustible, et recombinaison avec les molécules du comburant pour obtenir des molécules plus « stables » (CO_2 , H_2O , SO_2 , N_2). Cette réaction nécessite une énergie d'activation (une étincelle, une flamme, ...etc.).

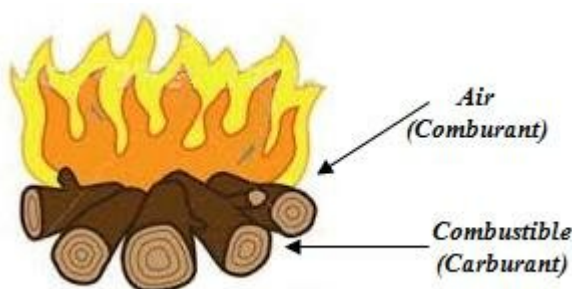


Figure 6.1. La combustion

La combustion ou l'inflammation d'une substance (combustible) avec un gaz (comburant) ne peut être obtenue qu'à partir d'une température minimale dite température d'auto-inflammation. Soit par un échauffement local du mélange gazeux par une source d'allumage (étincelle par exemple). La température d'auto-inflammation d'un combustible, c'est la température minimale pour laquelle un mélange combustible, de pression et de composition données, s'enflamme spontanément sans contact avec une flamme.

Dans les moteurs à essence, l'allumage est contrôlé par les bougies (étincelle). Le super carburant à une température d'auto-inflammation élevée. Dans un moteur diesel, la compression élevée du mélange gazole-air suffit à atteindre la température d'auto-inflammation.

6.2. Les combustibles

6.2.1. Définition :

Le combustible peut être solide, liquide ou gazeux, est, le plus souvent, composé de carbone et d'hydrogène. Les éléments oxygène, azote sont souvent présents également. La présence d'une flamme indique que l'on a une vapeur combustible (fumée); le combustible qu'il soit solide, liquide ou gaz est d'abord vaporisé avant d'être brûlé. Les matières minérales incombustibles se retrouvent dans les cendres.

Exemples : essence, gasoil, GPL, méthane, butane, propane, alcool,

6.2.2. Les types de combustibles

On distingue :

a) Les combustibles fossiles : Issus de matières organiques préhistoriques fossilisées. On cite : le pétrole, le gaz, le charbon...etc. Ces combustibles ne sont pas renouvelables.

b) Les biocombustibles : Issus de végétations, tel que : biocarburants liquides, copeaux et granulés de bois, céréales et autres formes de la biomasse...

6.2.3. Le comburant : c'est le gaz dans lequel se tiendra la combustion. Dans les applications industrielles, le comburant est souvent, le dioxygène (O_2) contenu dans l'air.

6.3. Les caractéristiques techniques des combustibles

Les caractéristiques techniques d'un combustible industriel sont les suivantes :

- La composition chimique (nature) ;
- Le pouvoir calorifique, qui définit la capacité calorifique du combustible.

6.3.1. La composition d'un combustible :

La composition des combustibles communs est donnée dans le [Tableau 6.1](#), comme suit :

Tableau 6.1. La composition des combustibles

	Combustibles Solides	Combustibles Liquides	Combustibles Gaz Hydrocarbures
Combustibles communs	Charbons, Bois, ...	Essence, gasoil, fiouls, ...	Gaz naturel, butane, propane, gaz de ville, ...
Constituants	$C, H_2O, Cendres$	C, H_2, S, O, N	C_nH_m, N_2, CO_2

La composition de masse pour les combustibles solides et liquides peut être exprimée par les relations suivantes :

- Masse totale :

$$C^t + H^t + S_v^t + O^t + A^t + W^t = 100\% \quad (6.1)$$

- Masse combustible :

$$C^c + H^c + S_v^c + N^c + O^c = 100\% \quad (6.2)$$

- Masse sèche :

$$C^s + H^s + S_v^s + N^s + O^s + A = 100\% \quad (6.3)$$

Des relations reliant les différentes masses sont regroupées dans la [table 6.2](#) ci-dessous.

	Masse totale	Masse combustible	Masse sèche
Masse totale	100%	$\frac{100}{100 - (A^t + W^t)}$	$\frac{100}{100 - W^t}$
Masse combustible	$\frac{100 - (A^t + W^t)}{100}$	100%	$\frac{100 - A^s}{100}$
Masse sèche	$\frac{100 - W^t}{100}$	$\frac{100}{100 - A^s}$	100%

Pour les pyrochistes de composition (C, H, S_v, N, O), le calcul de la masse totale à la masse combustible est donné par le coefficient *k*, suivant :

$$k = \frac{100}{100 - A_{vr}^t - W^t - (CO_2)_c^t} \quad (6.4)$$

Où :

A_{vr}^t : est la portion vraie des cendres, avec :

$$A_{vr}^t = A^t - (2 \div 4,1) \left(\frac{100 - W^t}{100} \right) \quad (6.5)$$

$(CO_2)_c^t$: est la fraction des carbonates, en %%

w^t : est l'humidité

La composition moyenne du mélange de deux combustibles est donnée par les expressions suivantes :

$$C_m^t = b.C_1^t + (1-b).C_2^t \text{ en [\%]} \quad (6.6)$$

$$H_m^t = b.H_1^t + (1-b).H_2^t \text{ en [\%]} \quad (6.7)$$

.....

Où, b : est une fraction de masse d'un combustible constituant le mélange, où :

$$b = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \quad (6.8)$$

Avec, m_1 et m_2 sont les masses des éléments combustibles constituant le mélange.

6.3.2. Le pouvoir calorifique d'un combustible :

Le pouvoir calorifique d'un combustible représente la chaleur dégagée par la combustion complète de l'unité de quantité de combustible (soit 1 kg pour un combustible solide ou liquide ou 1m^3 - volume mesuré dans les conditions normales - pour les gaz), le combustible et le comburant étant à 0°C et les produits de la combustion étant ramenés à 0°C . Le pouvoir calorifique d'un combustible gazeux s'exprime souvent en kWh.m^3 . Pour plus de détails se référer au §6.11.

6.4. Les produits de combustion

Les produits issus de combustion sont composés des deux catégories regroupées dans le [Tableau 6.3](#).

Tableau 6.3. Les produits de combustion

Produits essentielles	Produits éventuels
CO₂ : Dioxyde de carbone	O₂ : dioxygène
H₂O : Vapeur d'eau	CO : Monoxyde de carbone
SO₂ : Anhydride sulfureux :	NO_x : Oxydes d'Azote
N₂ : Azote	H₂ : Hydrogène libre
	Imbrûlés solides ou gazeux

La présence et le taux (%) de ces produits de combustion permettent de:

1. Déterminer le type de combustion,
2. Voir les risques éventuels qui peuvent se présenter pour les personnes ainsi que pour les équipements,
3. Évaluer les taux de pollutions atmosphériques
4. Contribuer à l'optimisation des paramètres de combustion.

6.5. Equations de combustion

La combustion du carbone C , de l'hydrogène H et du soufre S donne lieu aux équations chimiques de base suivantes :

1. Combustion de l'hydrogène :



L'équation ci-dessus, montre que :

- (i) l'hydrogène réagit avec l'oxygène pour former l'eau ou la vapeur d'eau,
- (ii) deux molécules d'hydrogène réagissent avec une molécule d'oxygène pour donner deux molécules d'eau ou de vapeur d'eau.



En terme massique, on :



2. Combustion du carbone :

(i) combustion complète :



(ii) combustion incomplète :



3. Combustion du soufre :

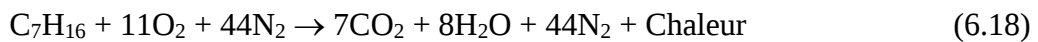


La combustion des hydrocarbures donne lieu à des équations chimiques plus complexes dont voici quelques exemples :

4. Combustion du Méthane CH_4 :



5. Combustion de l'essence (Heptane):



Le dosage stœchiométrique est : **1g** d'essence (Heptane) pour **15,1g** d'air.

6.6. Les différents types de combustion

On dénombre trois types de combustion, qui sont :

- a) **Combustion complète (stœchiométrique):** la combustion est complète si la totalité du combustible est oxydée.
- b) **Combustion incomplète (non-stœchiométrique):** la combustion est dite incomplète s'il y a présence de combustible dans les produits de combustion.
- c) **Combustion avec excès d'air (oxydante):** c'est une combustion où l'on trouve une partie de l'air (comburant) dans les fumées (produits de combustion).

6.7. Dosage stœchiométrique

C'est le dosage qui en théorie donne en vase clos une combustion complète sans imbrûlés ni gaz polluants (pour l'essence dans de l'air le dosage parfait se fait aux alentours de 1/15), il est donné par la relation suivante :

$$d_{sto} = \frac{m_C}{m_a} \quad (6.19)$$

$$\text{Dosage} = \text{Masse de carburant théorique} / \text{Masse d'air théorique} = 1/x$$

$$d_{sto} = \frac{1}{x} \quad (6.20)$$

6.8. Dosage réel

C'est le dosage air – carburant réellement appliqué.

$$d_r = \frac{m_c}{m_a} = \frac{\dot{Q}_c}{\dot{Q}_a} \quad (6.21)$$

Avec : $\dot{Q}_a$: Débit massique d'air (kg/s)

$\dot{Q}_c$: Débit massique du carburant (kg/s)

6.9. Richesse du mélange

La richesse (R) c'est le rapport entre le dosage réel et le dosage théorique. Elle est exprimée par :

$$R = \frac{d_r}{d_{sto}} = \frac{\text{dosage réel}}{\text{dosage stoechimétrique}} = \frac{\frac{1}{X}}{\frac{1}{15}} = \frac{15}{X} \quad (6.22)$$

L'inverse du rapport richesse du mélange est défini comme étant le facteur de richesse l , tel que :

$$l = \frac{1}{R} = \frac{V_{ar}}{v_a} \quad (6.23)$$

l est un coefficient multiplicatif du terme représentant l'air dans une combustion.

6.10. Excès d'air

On définit l'excès d'air par :

$$e = l - 1 = \frac{V_{ar} - v_a}{v_a} \quad (6.24)$$

Ou, V_{ar} : volume d'air réel,

v_a : volume d'air théorique.

6.11. Pouvoirs calorifiques

6.11.1. Définition

Le pouvoir calorifique d'un combustible (**PC**) est la quantité de chaleur dégagée par la combustion complète de **1 kg** de combustible solide ou liquide ou de **1 Nm³** de combustible gazeux. La combustion se produit sous la pression atmosphérique normale et

la température de 0 °C. L'unité du pouvoir calorifique est: [**kJ/kg** de combustible] ou [**kJ/m³** de combustible].

Le pouvoir calorifique d'un combustible peut être calculé à partir de sa composition chimique en se servant des chaleurs de combustion ou par les voies d'expérience. On distingue deux types :

6.11.2. Le pouvoir calorifique inférieur (PCI)

C'est quand l'eau résultant de la combustion de l'hydrogène et des hydrocarbures est supposée à l'état de vapeur dans les produits de combustion.

6.11.3. Le pouvoir calorifique supérieur (PCS)

C'est quand l'eau résultant de la combustion est ramenée à l'état liquide dans les fumées.

6.11.4. Relation entre PCI et PCS

La différence entre PCS et PCI demeure dans la chaleur de condensation de l'eau contenue dans les fumées.

$$PCS - PCI = m_{H_2O} \cdot L \quad (6.25)$$

Avec, L : la chaleur latente de vaporisation de l'eau (soit : $L = 2258 \text{ kJ/kg}$).

6.11.5. Détermination du pouvoir calorifique

D'après DULONG, le pouvoir calorifique (PC) peut être calculé approximativement par la formule suivante :

1. Pouvoir calorifique supérieur PCS :

$$PCS = 8080.C + 34450(H - O/8) + 2250.S \quad \text{en [Kcal/kg]} \quad (6.26)$$

2. Pouvoir calorifique inférieur PCI :

$$PCI = 8080.C + 28924(H - O/8) + 2250.S \quad \text{en [kcal/kg]} \quad (6.27)$$

Avec, C , H , O et S sont les masses de carbone, hydrogène, oxygène et soufre mis en combustion respectivement.

6.12. Pouvoir comburivore

C'est la quantité d'air exacte (suffisante) pour assurer une combustion complète de l'unité de combustible. Il est désigné par V_a et son unité c'est [m^3 d'air/kg de combustible] ou [m^3 d'air/ m^3 de combustible] ou même [kg d'air/kg de combustible].

Le pouvoir comburivore est exprimé par la relation suivante :

$$V_a = V_{O_2} + V_{N_2} \quad (6.28)$$

Avec : V_{O_2} : Volume d'oxygène nécessaire

V_{N_2} : Volume d'azote

Il est exprimé aussi sous forme de rapport comme suit :

$$V_a = \frac{V_{O_2}}{\% \text{ en Volume de } O_2 \text{ dans l'air}} = \frac{V_{O_2}}{0,21} \quad (6.29)$$

En écrivant les réactions de combustion et en remarquant que l'azote N_2 ne s'oxyde pas aux températures où a lieu la combustion (se comporte comme un corps neutre), on détermine le pouvoir comburivore A_a :

$$V_a = \frac{1}{23} \left[\frac{8}{3} C + 8H + S - O \right] \quad (6.30)$$

C , H , S et O représentent les teneurs en % du combustible en carbone, en hydrogène, en soufre et en oxygène.

6.13. Les pouvoirs fumigènes

C'est la quantité de fumées qui résulte de la combustion complète de l'unité de combustible. On distingue :

- **Le pouvoir fumigène SEC (V_{fo})**

Son unité est : $\left[\frac{m^3 \text{ de fumée sèche}}{m^3 \text{ de combustible}} \right]$; $\left[\frac{kg \text{ de fumée sèche}}{m^3 \text{ de combustible}} \right]$ ou $\left[\frac{kg \text{ de fumée sèche}}{kg \text{ de combustible}} \right]$.

- **Le pouvoir fumigène HUMIDE (V_{fo})**

Exprimé par : $\left[\frac{m^3 \text{ de fumée humide}}{m^3 \text{ de combustible}} \right]$; $\left[\frac{kg \text{ de fumée humide}}{m^3 \text{ de combustible}} \right]$ ou $\left[\frac{kg \text{ de fumée humide}}{kg \text{ de combustible}} \right]$.

6.14. Composition des fumées

Cherchons à titre d'exemple la teneur en CO_2 dans les fumées.

Le CO_2 provient de la réaction :



La combustion d'une mole de carbone C (12 g) libère 1 mole de CO_2 ($12 + 2 \times 16 = 44\text{g}$).

La combustion de 1 kg de combustible contenant 825 g de carbone libère donc :

$$\frac{44 \times 825}{12} = 3,025 \text{ kg de } \text{CO}_2$$

La teneur en CO_2 des fumées est : $\frac{3,025 \times 100}{14,65} = 20,65\%$

Cette teneur permet de contrôler la combustion, à savoir si la combustion est complète ou incomplète.

6.15. Température de combustion

C'est la température à laquelle sont portés les produits de combustion, voir (figure 6.2). Dans le cas d'une combustion complète s'effectuant dans les conditions théoriques, cette température est dite **température théorique de combustion**, désignée par T_{th} .

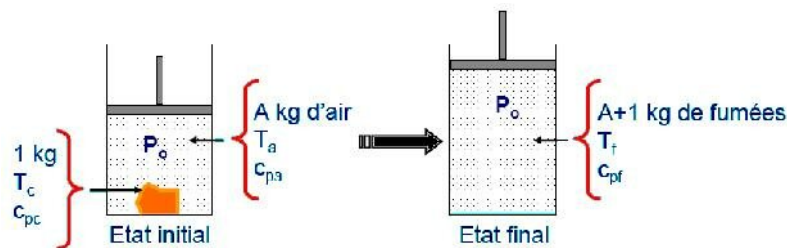


Figure 6.2. Processus de combustion

En pratique, plusieurs facteurs influent cette température théorique de sorte que la **température effective** (pratique) **de combustion** T est toujours inférieure à T_{th} .

Pour le calcul de la température théorique de combustion, on considère une combustion fictive possédant les mêmes états initial et final que la combustion étudiée et qui s'effectue à pression constante par exemple.

- le combustible et le comburant sont refroidis à 0°C ;
- la combustion est effectuée à 0°C ;
- les produits de combustion sont réchauffés de 0°C à $T^\circ\text{C}$.

La combustion fictive dégage la même quantité de chaleur que la combustion effective, en définitif, que la chaleur totale libérée est la somme de :

1. la chaleur sensible du combustible brûlé :

$$Q_C = c_c \cdot T_1 \quad (6.32)$$

2. la chaleur sensible du comburant (air) de combustion:

$$Q_a = V_a' \cdot c_a \cdot T_2 \quad (6.33)$$

3. la chaleur dégagée par la combustion :

C'est la chaleur sensible des fumées, Q_f .

Si la combustion porte sur l'unité de combustible (**1 kg** ou **1 Nm³**), Q_f ce n'est rien que le pouvoir calorifique inférieur **PCI**, et la relation donnant la température de combustion **T** est défini par :

$$T = \frac{PCI + Q_C + Q_a}{V_f' \cdot c_f} = \frac{PCI + c_c \cdot T_1 + V_a' \cdot c_a \cdot T_2}{V_f' \cdot c_f} \quad (6.34)$$

Où, V_f' : est le volume total de fumées humides de combustion,

c_f : la chaleur volumique des fumées humides de combustion entre 0 °C et T °C.

6.16. Enthalpie standard de réaction

La chaleur de réaction ou enthalpie de réaction notée Δh_0 , et est définie pour des conditions de référence p_0 et T_0 qui sont en général les valeurs standards :

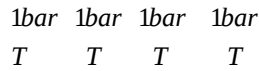
- $p_0 = 1 \text{ atm} \approx 1,01325 \text{ bar} = 101325 \text{ Pascal}$.

- $T_0 = 25 \text{ °C} = 298 \text{ K}$.

Les grandeurs molaires ou massiques sont reliées par :

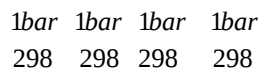
$$\Delta H_0 = M \cdot \Delta h_0 \quad (6.35)$$

A une température **T**, l'**enthalpie standard de réaction** associée à l'équation-bilan ci-dessous est égale à la variation d'enthalpie au cours de la réaction fictive où **A** et **B**, supposés purs et isolés sous **1 bar** à la température **T**, sont transformés en **C** et **D**, supposés purs et isolés sous **1 bar** à la température **T**.



Cette réaction hypothétique est la réaction standard à la température T . L'enthalpie standard de réaction est notée : $\Delta_r H_0(T)$

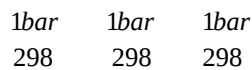
En particulier à 298 K, température prise en compte pour le calcul et la publication des données thermodynamiques. Dans ces conditions :



La variation d'enthalpie accompagnant cette réaction hypothétique est **l'enthalpie standard de réaction à 298 K**. Notée $\Delta_r H_0(298)$ où simplement $\Delta_r H_0$.

6.17. Enthalpie molaire standard de formation à 298 K.

Considérons la réaction fictive (équation-bilan ci-dessous) où 1 mole du composé CO_2 dans son état standard à 298 K est formé à partir des corps purs qui le constituent (carbone et oxygène), supposés purs et isolés dans leur état standard à 298 K :



C'est la **réaction standard de formation** de CO_2 à 298 K. La variation d'enthalpie accompagnant cette réaction est **l'enthalpie molaire standard de formation** : Notée $\Delta_f H_0(CO_2)$ à 298 K.

La variation d'enthalpie de la réaction étant égale à :

$$\Delta_f H_0(CO_2) = H_0(CO_2)_{\text{gaz}} - [H_0(C)_{\text{graphite}} + H_0(O_2)_{\text{gaz}}] = H_0(CO_2)_{\text{gaz}} \quad (6.39)$$

L'enthalpie molaire standard de formation d'un corps pur composé est la variation d'enthalpie qui accompagne la formation d'une mole de ce composé dans son état standard, à partir des corps purs simples qui le constituent, également pris dans leur état standard.

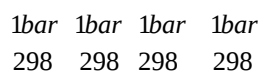
Les valeurs des $\Delta_f H_0$ à $T=298$ K sont disponibles dans les tables de données thermodynamiques.

Exemple :

$$\Delta_f H_0(CO_2) = -393,1 \text{ KJ.mol}^{-1} \text{ à } 298 \text{ K.}$$

6.18. Calcul des enthalpies standard de réaction

Pour une réaction standard à 298 K :



L'enthalpie standard de réaction est calculée de la sorte suivante :

$$\Delta_r H_0 = [gH_0(C) + dH_0(D)] - [aH_0(A) + bH_0(B)] \quad (6.41)$$

Etant donnée que : $H_0(A) = \Delta_f H_0(A)$

$$H_0(B) = \Delta_f H_0(B)$$

$$H_0(C) = \Delta_f H_0(C)$$

$$H_0(D) = \Delta_f H_0(D)$$

$$\Delta_r H_0 = [g\Delta_f H_0(C) + d\Delta_f H_0(D)] - [a\Delta_f H_0(A) + b\Delta_f H_0(B)] \quad (6.42)$$

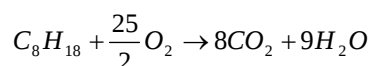
Exercices corrigés

Exercice 01 :

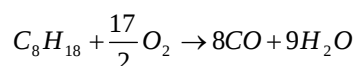
- 1° Écrire la réaction de combustion complète de l'octane C_8H_{18} (un des constituants de l'essence).
- 2° Écrire la réaction de combustion incomplète de l'octane C_8H_{18} en admettant que celle-ci ne fournisse que du monoxyde de carbone et de l'eau.
- 3° Comparer les deux réactions et conclure quant à une des causes de formation du monoxyde de carbone.

Solution:

- 1°/ La réaction complète de l'Octane:



- 2°/ La réaction incomplète de l'Octane:



- 3°/ On constate que la réaction incomplète de l'octane est la cause de production du monoxyde de carbone.

Exercice 02 :

On considère la réaction d'oxydation en phase gazeuse de l'ammoniac en monoxyde d'azote par le dioxygène selon :



- 1°/ Calculer l'enthalpie standard de réaction à 298 K.
- 2°/ Cette réaction se déroule dans une enceinte adiabatique, sous une pression de 5 bars; le mélange initial stœchiométrique est introduit à 298 K. Calculer la température atteinte en fin de réaction.

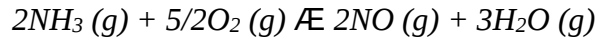
Données :

- Enthalpies standard de formation en $\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ à 298 K :
 - $\Delta H^\circ_f(NH_3)_{\text{gaz}} = -46,19$;
 - $\Delta H^\circ_f(H_2O)_{\text{gaz}} = -241,83$;
 - $\Delta H^\circ_f(NO)_{\text{gaz}} = 90,37$;
- Capacité standard à pression constante en $\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$:
 - $C_p(\text{gaz diatomiques}) = 27,2 + 0,004.T$;
 - $C_p(H_2O) = 34,3 + 0,008.T$

Solution :

On évalue la variation d'enthalpie de combustion (réaction) ensuite on en déduit la température de combustion.

L'équation de réaction est la suivante :



Dans cette application, les capacités thermiques à pression constante sont fonction de la température.

1° L'enthalpie de réaction :

$$\Delta_r H_0 = 2\Delta_f H_0(NO) + 3\Delta_f H_0(H_2O) - \left[2\Delta_f H_0(NH_3) + \frac{5}{2}\Delta_f H_0(O_2) \right] = -452,37 \text{ kJ/mol}$$

2° La température de combustion :

$$\Delta_r H_0 = \int_{298}^T 2C_p(NO) + 3C_p(H_2O) dT$$

Soit à résoudre l'équation résultante de l'intégration :

$$0,016.T^2 + 157,3.T - 500,7.10^3 = 0$$

La résolution de l'équation précédente donne :

$$T = 2531 \text{ K.}$$

Exercice 03 :

La composition massique d'un combustible liquide est :

$$C = 84,8\%$$

$$H_2 = 15,2\%$$

Calculer :

1° la masse de l'air nécessaire pour la combustion de 1 kg de combustible.

2° la composition volumique des produits de combustion pour un coefficient de richesse $\lambda = 1,15$.

Solution :

<i>Eléments, fraction massique (kg)</i>	<i>O₂ requis (kg)</i>	<i>Produits secs (kg)</i>
C=0,848	$0,848 \cdot \frac{8}{3} = 2,261$	$\frac{0,848 \cdot 11}{3} = 3,109$ de (CO ₂)
H ₂ =0,152	$0,152 \cdot 8 = 1,216$	
Total O ₂	=3,477	

1°/ La masse d'air nécessaire pour la combustion est :

$$m_{air} = \frac{3,477 \cdot 100}{23} = 15,11 \text{ Kg.}$$

L'excès d'air fourni est :

$$\frac{15,11 \cdot 15}{100} = 2,266 \text{ Kg}$$

La masse d'O₂ dans l'air en excès est :

$$\frac{2,266 \cdot 23}{100} = 0,521 \text{ Kg}$$

La masse totale de l'air fournie à la combustion est :

La masse totale de l'air de combustion = masse minimale d'air + excès d'air

$$m_{air\text{Totale}} = 15,11 + 2,266 = 17,376 \text{ Kg.}$$

La masse de l'azote (N₂) dans les produits de combustion est :

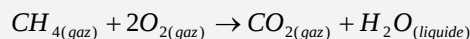
$$m_{N_2} = \frac{17,376 \cdot 77}{100} = 13,38 \text{ Kg.}$$

2°/ La composition volumique des produits de combustion :

Gaz	Masse (m)	Masse molaire (M)	Fraction de masse $n = \frac{m}{M}$	Fraction en volume = $\frac{n}{\sum n} 100$
CO ₂	3,109	44	0,0707	12,51%
O ₂	0,521	32	0,0163	2,89%
N ₂	13,38	28	0,4780	84,60%
			$\sum n = 0,565$	

Exercice 04:

Calculer $\Delta_r H_0$ de la réaction donnée par l'équation suivante :



Sachant qu'à une température de 298 K, on :

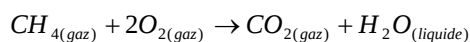
$$\Delta_f H_0(CH_4)_{gaz} = -74,7 \frac{KJ}{mol}$$

$$\Delta_f H_0(CO_2)_{gaz} = -393,1 \frac{KJ}{mol}$$

$$\Delta_f H_0(H_2O)_{liq} = -284,2 \frac{KJ}{mol}$$

Solution :

Etant donnée la réaction suivante :



L'enthalpie standard de réaction est donnée par :

$$\Delta_r H_0 = \Delta_f H_0(CO_2)_{gaz} + 2\Delta_f H_0(H_2O)_{liq} - [\Delta_f H_0(CH_4)_{gaz} + 2\Delta_f H_0(O_2)_{gaz}] = -886,8 \frac{KJ}{mol}$$

Exercice 05 :

Ecrire la réaction de combustion du propane C_3H_8 .

1°/ Quelle est l'énergie dégagée par la combustion de 10 gs de propane sachant que le pouvoir calorifique d'un alcane à n atomes de carbones vaut : $(662.n + 260)$ kJ.mol⁻¹

Cette combustion a servi à chauffer 3 kg d'eau, dont la température de départ vaut 15 °C.

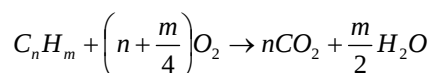
2°/ Quelle est la température finale de l'eau ?

Les masses molaires sont : [C] = 12 g/mol, [H] = 1 g/mol.

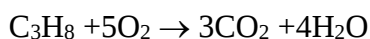
Solution :

1°/ L'énergie dégagée par la combustion du propane :

La formule chimique d'une combustion stœchiométrique est :



La réaction de combustion du propane C_3H_8 est donc :



La masse molaire d'une molécule de propane C_3H_8 est :

$$[C_3H_8] = 3 \times 12 + 8 \times 1 = 44g$$

Le nombre N de moles contenues dans $10g$ de propane est donc :

$$44g \rightarrow 1mol$$

$$10g \rightarrow N = \frac{10.1}{44} = 0,227mol$$

Le pouvoir calorifique d'un alcane à n atomes de carbones vaut :

$$(662.n + 260) \text{ kJ.mol}^{-1}$$

Le pouvoir calorifique ou pouvoir énergétique d'une mole de propane C_3H_8 vaut :

$$Q = (662 .3 + 260) \text{ kJ.mol}^{-1}$$

Le pouvoir calorifique ou pouvoir énergétique de N moles de propane vaut :

$$Q_1 = (662 .3 + 260).0,227 = 510 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

2°/ La température finale de l'eau :

La quantité de chaleur gagnée par l'eau est :

$$Q_2 = m_{eau} .c_{eau} .(T_{finale} - T_{initiale}) = 510 \text{ kJ.mol}^{-1},$$

Avec : - Masse de l'eau : $m_{eau} = 3 \text{ kg}$,

- Chaleur massique de l'eau : $c_{eau} = 4180 \text{ J.kg}^{-1} .K^{-1}$,

- Température initiale de l'eau : $T_{initiale} = 15^\circ C = 288 \text{ K}$,

La quantité de chaleur gagnée par les 3 kg d'eau est donc :

$$Q_2 = 3 .4,180 .(T_{finale} - 288) = 510 \text{ kJ.mol}^{-1},$$

D'où la température finale de l'eau est :

$$T_{finale} = 55,7^\circ C.$$

Exercice 06 :

On désire calculer le pouvoir calorifique inférieur (PCI) du mélange CO , CH_4 combustible utilisé pour le chauffage d'une chaudière utilisée pour chauffer et transformer de l'eau liquide en vapeur, vapeur destinée aux turbosoufflantes alimentant en air un haut-fourneau.

Partie 01 : Le monoxyde de carbone CO

1°/ Ecrire l'équation de la réaction entre le monoxyde de carbone CO et le dioxygène de l'air O_2 sachant qu'il se forme du dioxyde de carbone CO_2 .

2°/ Calculer l'enthalpie standard de réaction $\Delta_r H_0$ à 298 K associée à cette réaction pour une mole de monoxyde de carbone CO .

3°/ Calculer le pouvoir calorifique inférieur (PCI) pour la combustion de CO en kJ.m^{-3} .

Partie 02 : Le méthane CH_4

1°/ Ecrire l'équation de réaction complète du méthane CH_4 et le dioxygène O_2 .

2°/ En déduire l'enthalpie standard de réaction $\Delta_r H_0$ pour une mole de méthane.

3°/ Calculer son PCI en kJ/m^3 .

Partie 03 : Etude du mélange combustible ($CO+CH_4$)

La chaudière utilise comme combustible le mélange ($CO+CH_4$), constitué de 60% de CO et 40% de CH_4 .

Calculer le pouvoir calorifique inférieur (PCI) d'un mètre cube de ce mélange combustible.

Données :

Enthalpies standards de formation $\Delta_f H_0$ à 298 K d'espèces chimiques gazeuses en kJ/mol :

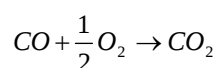
Espèces	CO (gaz)	O_2 (gaz)	CO_2 (gas)	CH_4 (gaz)	H_2O (gaz)
$\Delta_f H_0$ [kJ/mol]	-110,4	0	-393,1	-74,80	-241,6

Volume molaire à 298 K : $V_m=24,5.10^{-3} \text{ m}^3/\text{mol}$.

Solution :

1^{ère} partie : Le monoxyde de carbone CO

1°/ Equation de réaction :



2°/ Enthalpie standard de réaction, $\Delta_r H_0$ s'écrit :

$$\Delta_r H_0 = \Delta_f H_0(CO_2) - \left[\frac{1}{2} \Delta_f H_0(O_2) + \Delta_f H_0(CO) \right] = -282,7 \text{ kJ/mol}$$

3°/ Le pouvoir calorifique inférieur (PCI) pour la combustion de CO :

Une mole de monoxyde de carbone donne 282,7 kJ ; donc, son pouvoir calorifique molaire est :

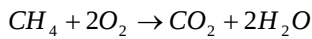
$$PCI_{mol}=282,7 \text{ kJ/mol}$$

Pour obtenir le PCI volumique (cas d'un combustible gazeux), on a :

$$PCI_{Vol} \left[\frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} \right] = \frac{PCI_{mol} (\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1})}{V_m (\text{m}^3 \cdot \text{mol}^{-1})} = \frac{282,7}{24,5 \cdot 10^{-3}} = 11,5 \cdot 10^3 \text{ kJ/m}^3.$$

2^{ème} partie : Le méthane CH₄

1°/ Equation de réaction :



2°/ Enthalpie standard de réaction, $\Delta_r H_0$ pour une mole de méthane s'écrit :

$$\Delta_r H_0 = \Delta_f H_0 (CO_2) + 2\Delta_f H_0 (H_2O) - [2\Delta_f H_0 (O_2) + \Delta_f H_0 (CH_4)] = -801,5 \text{ kJ/mol}$$

3°/ Le pouvoir calorifique inférieur (PCI) pour la combustion de CH₄ :

Une mole de méthane donne 801,5 kJ ; donc, son pouvoir calorifique molaire est :

$$PCI_{mol}=801,5 \text{ kJ/mol}$$

Pour obtenir le PCI volumique (cas d'un combustible gazeux), on a :

$$PCI_{Vol} \left[\frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} \right] = \frac{PCI_{mol} (\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1})}{V_m (\text{m}^3 \cdot \text{mol}^{-1})} = \frac{801,5}{24,5 \cdot 10^{-3}} = 32,714 \cdot 10^3 \text{ kJ/m}^3.$$

Partie 03 : Etude du mélange combustible (CO+CH₄)

Le pouvoir calorifique inférieur (PCI) pour la combustion du mélange (CO+CH₄) :

Compte tenu de la composition volumique du mélange combustible, on a :

$$PCI_{Vol} (\text{mélange}) = \frac{60}{100} PCI_{Vol} (CO) + \frac{40}{100} PCI_{Vol} (CH_4)$$

$$PCI_{Vol} (\text{mélange}) = \frac{60}{100} 11,5 \cdot 10^3 + \frac{40}{100} 32,714 \cdot 10^3 = 20,0 \cdot 10^3 \text{ kJ/m}^3.$$

Exercice 07 :

A coal sample gave the following analysis by weight :

$$C=85\%;$$

$$H=6\%;$$

$$O_2=6\%;$$

$$Imbrûlés=3\%$$

Déterminer la quantité d'air minimum nécessaire par kilogramme de charbon pour assurer une combustion complète.

Solution :

<i>Eléments, fraction massique (kg)</i>	<i>O₂ requis (kg)</i>
C=0,85	$0,85 \cdot \frac{8}{3} = 2,27$
H ₂ =0,06	$0,06 \cdot 8 = 0,48$
O ₂ =0,06	Présent déjà dans le combustible
Total O ₂	2,75

La masse de (O₂) à assurer = la masse de (O₂) - la masse de (O₂) présente déjà dans le combustible

$$\text{La masse de (O}_2\text{) à assurer} = 2,75 - 0,06 = 2,69 \text{ kg}$$

Par conséquent, la masse d'air nécessaire est :

$$m_{air} = 2,69 \cdot \frac{100}{23} = 11,70 \text{ kg.}$$

Références bibliographiques

- [1] Elie Tawil, M.S., Leed AP, DOE Fundamentals Handbook, Thermodynamics, Heat Transfer, and Fluid Flow, Volume 1 of 3. U.S. Department of Energy Washington, D.C. 20585
- [2] Olivier Perrot, Cours de Thermodynamique, I.U.T. de Saint-Omer Dunkerque Département Génie Thermique et énergie, 2011.
- [3] Cengel Yunus, Thermodynamics an engineering approach, John Wiley and Sons, Inc. 1st edition, 2010.
- [4] Michael J. Moran, Howard N. Shapiro, Fundamentals of engineering thermodynamics, John Wiley and Sons, Inc. 5th edition, 2006.
- [5] Jean-Noël Foussard et Edmond Julien, Thermodynamique, bases et applications, édition Dunod, Paris 2005.
- [6] Lucien Borel, Thermodynamique et énergétique, édition Presses polytechniques et universitaires romandes, Lausanne 1991.
- [7] Gordon John Van Wylen, Richard Edwin Sonntag, Thermodynamique appliquée, Editions du Renouveau Pédagogique, Montréal, 1992.
- [8] M. Bailly, Thermodynamique Technique, Editions Bordas, Montréal, 1971.
- [9] R. K. RAJPUT, Engineering thermodynamics, Laxmi Publications (P) LTD, New Delhi, 2007