MECA DU SYSTEME

Tehua Kobenan Alexis
facebook: Alexis lil'Ricky kshenho tehua
cel:0546234613/0757378446/0142703981
n°whatsapp:(+225) 0546234613

UNIVERSITE NANGUI ABROGOUA
Abidjan/côte d'Ivoire

(II) TD MECANIQUE DES SYSTEMES ET SOLIDE (TD_2)

Sujet 5

A partir de la differentielle totale de la fonction scalaire (f) traitant de la variation d'une grandeur entre 2 points voisins M et M'.
Exprimer les Coordonnés du vecteur nabla ($\vec{\nabla}$) dans les répères suivants:

1/ Répère Cartesien à 3 dimensions.
2/ Répère polaire
3/ Répère Cylindrique
4/ répère sphérique.

Sujet 6.

On désire évaluer la distance entre 2 villes A et B sur le globe terrestre en fonction des latitudes (λ) et longitudes (α) de ces lieux.

1/ Schematiser sur le globe terrestre les deux angles definissants les latitudes et longitudes de 2 villes suivantes:

$$A\begin{cases}\alpha_A = 30° \\ \lambda_A = 45° \text{ Nord}\end{cases} \qquad B\begin{cases}\alpha_B = 45° \\ \lambda_B = 60° \text{ Nord}\end{cases}$$

2/ Calculer la distance separant les 2 villes A et B en fonction du produit scalaire donnant l'angle $\hat{F} = (\vec{OA}, \vec{OB})$ et en utilisant l'abscisse Curviligne de Frenet.
On donne rayon de la terre $R_T = 6400$ Km.

Sujet 7

On determine sur le globe terrestre, le poids apparent d'un engin de 60 kg en 3 lieux differents A, B, C situés sur le même méridien et dont les latitudes sont:

$\lambda_A = 0°$ (equateur)
$\lambda_B = 30°$ dans l'hemisphère Nord.
$\lambda_C = \frac{\pi}{2} = 90°$ au pôle Nord.

1/ L'engin est supposé Immobile

1.a) Faire 2 Schemas permettant:
1.b/ de Faire Calculer le poids apparent de l'engin M au repos en Chaque lieu A, B et C en Considerant la terre, répère non Galileen tournant à $\omega_{R'/R} = 7,3.10^{-5}$ rad/s (Faire schema N°1)

1.c/ Calculer la vitesse tangentielle (V_T) et l'acceleration Centrale (a_n) aux quelles est soumis l'engin au repos en lieux A, B et C du fait de la rotation de la terre sur elle-même par rapport à l'axe des pôles.

1.d/ Evaluer l'angle $\hat{\beta}_1 = (\vec{P}_{abs} ; \vec{P}_{app})$ dans chaque lieu A, B et C (Faire schema N°2)

2/ <u>L'engin est mobile</u> : à vitesse relative $v' = 7{,}3$ Km/h Constante en se deplaçant vers l'Ouest.

2.a/ Calculer le poids apparent ($P_{2\ app}$) de l'engin en lieux A, B, C - Faire le schema N°3 Correspondant.

2.b/ Calculer l'angle $\hat{\beta}_2 = (\vec{P}_{abs} ; \vec{P}_{2\ app})$

<u>Nota :</u>

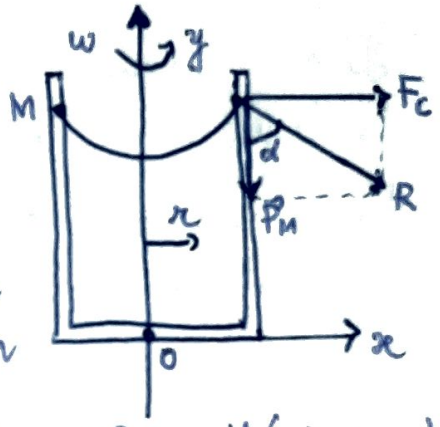
On rappelle repère mobile est $R'(M, x, y, z)$ de base $(M, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ la direction ox (Ouest) ; oy (Zénith) ; oz (Nord geographique).
le répère Fixe est le répère geo centrique $R_0 (O, x, y, z)$ de base $(O, \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$
le rayon de la terre $R_T = 6400$ Km ; Constante de gravitation de Newton $G = 6{,}67.10^{-11}$ Nm²/Kg² ; masse terre $M = 6.10^{24}$ Kg.

3) Calculer les Composantes du champ de pesanteur apparent ou relatif ($g_{app} = \frac{P_{app}}{m} = g_{rela}$) ; en deduire leurs valeurs en lieux A et C puis Calculer la Variation relative $\frac{\Delta g'_{rela}}{g'_{pôle}} = \frac{g'^{C}_{rela} - g'_{rela}}{g'^{C}_{rela}}$.

4/ Exprimer sur l'axe oy, le potentiel relatif de gravitation (Vy_{rela}) en Fonction de $g_{rela} = g'$. En deduire les potentiels V_A et V_C et Calculer la variation relative : $\frac{\Delta V_{CA}}{V_C} = \frac{V_{pôle} - V_{equateur}}{V_{pôle}}$.

Sujet 8

Un tube vertical contenant l'eau au 3/4, tourne à vitesse angulaire constante ω autour de son axe vertical oy.
En considérant une particule M du fluide en contacte avec la paroi du tube et la surface libre de l'eau selon le schema.

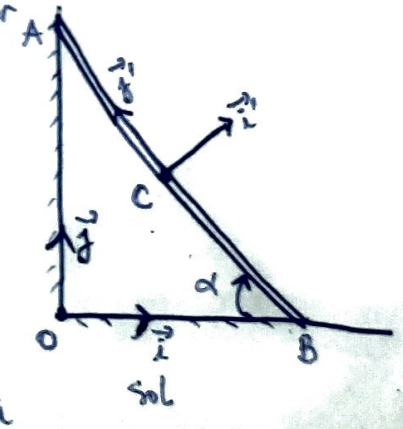


Trouve l'équation de la dénivellation (ménisque) formée au dessus de la surface libre de l'eau dans le tube du fait de la rotation en fonction du poids ($P_M = m_M g$) de la force centrifuge ($F_c = m_M r \omega^2$) de l'angle $\alpha = (\vec{R}, \vec{P_M})$ de ω et g (intensité de pesenteur)

Sujet 9

Une tige AB de longuer (l), de centre (C), de masse negligeable est en contacte avec le sol par son extremité (B) et avec le mur par son bout (A), sa masse (m) est negligeable.
le mvmt de la tige (AB) est un glissement sans frottement de translation dans le plan xoy (voir schema) pour ramener le bout (B) vers (C) pour plaquer la tige sur le mur en augmentant l'angle $\alpha = (\vec{OB}, \vec{BA})$
On admettra que la tige est un repère mobile R' de base $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ par rapport au répère Fixe $R_o (O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

1/ Exprimer les vitesses de glissement sans décoller, $\vec{V}_{B/R_o}$ et $\vec{V}_{A/R_o}$ en fonction de l; α; $\omega = \dot{\alpha} = \frac{d\alpha}{dt}$



2/ Exprimer la vitesse (C) du solide $\vec{V}_{C/R_o}$ en fonction de l; α; $\dot{\alpha} = \frac{d\alpha}{dt}$;

3/ Donner l'equation de la trajectoire du point (C) pendant le mvmt de la tige (AB) par rapport à $R_o (O, x, y, z)$.

4/ Donner les coordonnées (OI) du centre instantané de rotation (I) par rapport à R_o, de la tige (AB)
Faire le schema de sa localisation.

5/ Base et Roulante du mouvement.

a/ Donner l'equation de la base, lieu des points (⊥) Vu de R_0 au Cours du mouvement de la tige

b/ Donner l'equation de la roulante, lieu des points (⊥) Vu de la tige R' au Cours du mouvement.

c/ Faire sur le même Schema, les tracés de la base et de la roulante du mouvement de la tige.

MECANIQUE DES SYSTEMES

Exo 1

1/ Mq le vecteur tourbillon $(\vec{\omega}) = 0{,}5\ \vec{rot}\ \vec{v}$ où $\vec{v}$ est le vecteur tangentiel lors d'une rotation d'un système matériel

$\vec{V_t} = \vec{\omega} \wedge \vec{OP}$ avec $\vec{\omega} = \omega\vec{k}$, $\vec{OP} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

$\vec{V_t} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = -\omega y\vec{i} + x\omega\vec{j}$

$$\vec{rot}\ \vec{V_t} = \vec{\nabla} \wedge \vec{V_t} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} -\omega y \\ x\omega \\ 0 \end{pmatrix} = -\frac{\partial}{\partial z}(\omega x)\vec{i} + \frac{\partial}{\partial z}(\omega y)\vec{j} + \left(\frac{\partial}{\partial x}(x\omega) + \frac{\partial}{\partial y}(\omega y)\right)\vec{k}$$

$$\left.\begin{array}{l} \vec{rot}\ \vec{V_t} = (\omega + \omega)\vec{k} = 2\omega\vec{k} \\ \Rightarrow \omega\vec{k} = \frac{1}{2}\vec{rot}\ V_t \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\vec{\omega} = 0{,}5\ \vec{rot}\ \vec{V_t}}$$

2/ Explication du phénomène de brise de mer.
Le jour le soleil réchauffe l'air à la surface de la terre qui se déplace vers le haut créant ainsi une baisse de pression à la surface de la terre. Pour combler cette baisse l'air frais au dessus de la mer se déplace vers la terre.

3/ Position par rapport au soleil de Vénus, terre, mars, mercure, Jupiter, Lune.

Soleil ← mercure ← terre ← mars ← Jupiter.
• Lune

4/

I/ est distant de 4,243 milliards d'année lumière de notre système.

Exo 2

a/ Donnez les elements de reduction des torseurs suivants :

* Torseur des qtés d'accelerat° ou dynamique.

$$\mathcal{Z}_d \left| \begin{matrix} \vec{F} = m\vec{a} \\ \vec{F} \wedge \vec{Gp} \end{matrix} \right.$$

* Torseur cinetique ou qté de mvt.

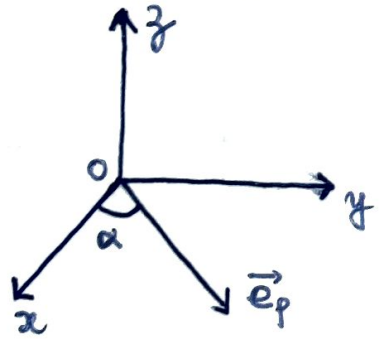
$$\mathcal{Z}_c \left| \begin{matrix} m\vec{v} \\ I\vec{w} = \vec{P} \wedge \vec{Gp} \end{matrix} \right.$$

* Torseur cinematique

$$T_v = \left| \begin{matrix} \vec{w} \\ \vec{V_q} \end{matrix} \right.$$

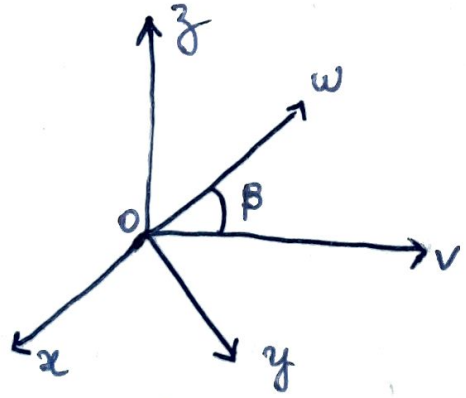
b/ les angles d'Euler.

* Angle de précision



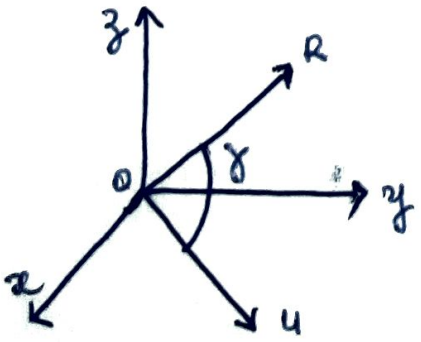
α : angle horizontal decrit par le cercle dans le plan (xoy)

* Angle de mutation



β : angle vertical decrit dans le plan (vow)

* Angle de Rotation



γ : angle vertical de profile dans le plan (uoR)

Ex03

Distance : soleil – terre : 150.10^6 Km
soleil – lune : $150\,384.10^3$ Km
terre – lune : 384 000 Km
soleil – Mars : 226.10^6 Km

1/ Composition de :

terre : (3%) CO_2 ; 76% N_2 ; 21% O_2 ; gaz rare.

Lune :

Mars : CO_2 ; FeO_3

Soleil : $He + H_2$

Dmq $(\vec{\omega} \wedge \vec{GP})^2 = (\vec{\omega}, \vec{GP}, \vec{\omega} \wedge \vec{GP})$

$$(\vec{\omega} \wedge \vec{GP})^2 = (\vec{\omega} \wedge \vec{GP})(\vec{\omega} \wedge \vec{GP}) = (\vec{\omega}.\vec{\omega})(\vec{GP}.\vec{GP}) - (\vec{GP}.\vec{\omega})(\vec{\omega}.\vec{GP}) \quad (1)$$
$$= \vec{\omega}^2 \vec{GP}^2 - (\vec{\omega}.\vec{GP})^2$$

$$(\vec{\omega}, \vec{GP}, \vec{\omega} \wedge \vec{GP}) = \vec{\omega}(\vec{GP} \wedge \vec{\omega} \wedge \vec{GP}) = \omega\left(GP^2 \vec{\omega} - (\vec{GP}.\vec{\omega})\vec{GP}\right) \quad (2)$$
$$= GP^2 \cdot \omega^2 - (\vec{GP}.\vec{\omega})(\vec{\omega}.\vec{GP})$$
$$= \omega^2 \vec{GP}^2 - (\vec{GP}.\vec{\omega})^2$$

Donc : $\boxed{(\vec{\omega} \wedge \vec{GP})^2 = (\vec{\omega}; \vec{GP}; \vec{\omega} \wedge \vec{GP})}$ (1) = (2)

2/ Mq si V dérive d'un potentiel scalaire $f(x, y, z)$ alors $\vec{rot}\,\vec{V} = \vec{0}$

$$\vec{rot}\,\vec{V} = \vec{\nabla} \wedge \vec{V} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial y} V_z - \frac{\partial}{\partial z} V_y \\ \frac{\partial}{\partial z} V_x - \frac{\partial}{\partial x} V_z \\ \frac{\partial}{\partial x} V_y - \frac{\partial}{\partial y} V_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Donc : $\boxed{\vec{rot}\,\vec{V} = \vec{0}}$

Exo 4

1/ Déterminons $\vec{X}$ pour $\vec{C} = \vec{X} \wedge \vec{A}$

on a : $\vec{C} = \vec{X} \wedge \vec{A} \Rightarrow \vec{A} \wedge \vec{C} = \vec{A} \wedge \vec{X} \wedge \vec{A} = A^2 \vec{X} - (\vec{X} \cdot \vec{A}) \vec{A}$

$\Rightarrow \vec{A} \wedge \vec{C} + (\vec{X} \cdot \vec{A}) \vec{A} = A^2 \vec{X}$

$\Rightarrow \vec{X} = \frac{\vec{A} \wedge \vec{C}}{A^2} + \frac{(\vec{X} \cdot \vec{A}) \vec{A}}{A^2}$ en posant $\alpha = \frac{\vec{X} \cdot \vec{A}}{A^2}$

on trouve : $\boxed{\vec{X} = \frac{\vec{A} \wedge \vec{C}}{A^2} + \alpha \vec{A}}$

2/ les torseurs servent à qualifier les liaisons mecaniques et la stabilité d'un ouvrage; lorsqu'ils sont soumis aux solutions venant de l'exterieur.

3/ l'expression du point Central du Torseur (P_o)

$\boxed{\overrightarrow{OP_o} = \frac{\vec{R} \wedge \vec{M_o}}{R^2}}$

EXO 1 (sujet 1 / 2015)

$$d\overrightarrow{OM} = dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k}$$

① Déterminons les Coordonnées de $\vec{\nabla}$

a/ Répère Cartesien de point $M(x, y, z)$

$$dp = \vec{\nabla}p \cdot d\overrightarrow{OM}.$$

$$dp = \frac{\partial p}{\partial x}dx + \frac{\partial p}{\partial y}dy + \frac{\partial p}{\partial z}dz.$$

soit $\vec{\nabla}p = A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}$

$$\vec{\nabla}p\, d\overrightarrow{OM} = Adx + Bdy + Cdz.$$

Par identification : $\begin{cases} A = \frac{\partial p}{\partial x} \\ B = \frac{\partial p}{\partial y} \\ C = \frac{\partial p}{\partial z} \end{cases}$ d'où $\vec{\nabla}p = \frac{\partial p}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial p}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial p}{\partial z}\vec{k}$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}}$$

b/ Répère polaire de point $M(\rho, \alpha)$

$$\overrightarrow{OM} = \rho\vec{e_\rho}$$

$$d\overrightarrow{OM} = d\rho\,\vec{e_\rho} + \rho\, d\vec{e_\rho} \quad \text{or} \quad \vec{e_\rho} = \cos\alpha\,\vec{i} + \sin\alpha\,\vec{j}$$

Donc : $d\vec{e_\rho} = (-\sin\alpha\,\vec{i} + \cos\alpha\,\vec{j})\, d\alpha = \vec{e_\alpha}\, d\alpha$

d'où $d\overrightarrow{OM} = d\rho\,\vec{e_\rho} + \rho\, d\alpha\,\vec{e_\alpha}$

$$dp = \frac{\partial p}{\partial \rho}d\rho + \frac{\partial p}{\partial \alpha}d\alpha$$

$\vec{\nabla}p\, d\overrightarrow{OM} = \frac{\partial p}{\partial \rho}d\rho + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial \alpha}d\alpha$; par identifi : $\begin{cases} A = \frac{\partial p}{\partial \rho} \\ B = \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial \alpha} \end{cases}$

posons : $\vec{\nabla}p = A\vec{e_\rho} + B\vec{e_\alpha}$

$$\vec{\nabla}p = \frac{\partial p}{\partial \rho}\vec{e_\rho} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial \alpha}\vec{e_\alpha} \Rightarrow \boxed{\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial \rho}\vec{e_\rho} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \alpha}\vec{e_\alpha}}$$

c/ En répère Cylindrique de point $M(\rho, \alpha, z)$

$$d\overrightarrow{OM} = d\rho\,\vec{e_\rho} + \rho\, d\alpha\,\vec{e_\alpha} + dz\,\vec{k}$$

$$\boxed{\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial \rho}\vec{e_\rho} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \alpha}\vec{e_\alpha} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}}$$

d/ Repère Sphérique du point $M(r, \phi, \alpha)$

$\overrightarrow{OM} = r\vec{e}_r$; $d\overrightarrow{OM} = dr\vec{e}_r + r d\vec{e}_r$

$\vec{e}_r \begin{cases} x = \cos\alpha \sin\phi \vec{i} \\ y = \sin\alpha \sin\phi \vec{j} \\ z = \cos\phi \vec{k} \end{cases}$; $\vec{e}_\alpha \begin{cases} x = -\sin\alpha \sin\phi \vec{i} \\ y = \cos\alpha \sin\phi \vec{j} \\ z = 0 \end{cases}$; $\vec{e}_\phi \begin{cases} x = \cos\alpha \cos\phi \vec{i} \\ y = \sin\alpha \cos\phi \vec{j} \\ z = -\sin\phi \vec{k} \end{cases}$

$d\vec{e}_r = \frac{\partial \vec{e}_r}{\partial \phi} d\phi + \frac{\partial \vec{e}_r}{\partial \alpha} d\alpha$

$\begin{cases} \frac{\partial \vec{e}_r}{\partial \phi} = \cos\alpha\cos\phi \vec{i} + \sin\alpha\cos\phi \vec{j} - \sin\phi \vec{k} = \cos\phi(\cos\alpha \vec{i} + \sin\alpha \vec{j}) - \sin\phi \vec{k} \\ \frac{\partial \vec{e}_r}{\partial \alpha} = -\sin\alpha\sin\phi \vec{i} + \cos\alpha\sin\phi \vec{j} = \sin\phi(-\sin\alpha \vec{i} + \cos\alpha \vec{j}) \\ \frac{\partial \vec{e}_r}{\partial \phi} = \cos\phi \vec{e}_\rho - \sin\phi \vec{k} = \vec{e}_\phi \\ \frac{\partial \vec{e}_r}{\partial \alpha} = \sin\phi \vec{e}_\alpha \quad \text{d'où} \quad d\vec{e}_r = \vec{e}_\phi d\phi + \sin\phi \vec{e}_\alpha d\alpha \end{cases}$

donc : $d\overrightarrow{OM} = dr\vec{e}_r + r d\phi \vec{e}_\phi + r\sin\phi \, d\alpha \vec{e}_\alpha$

$dp = \frac{\partial p}{\partial r} dr + \frac{\partial p}{\partial \phi} d\phi + \frac{\partial p}{\partial \alpha} d\alpha$

Soit $\vec{\nabla} p . d\overrightarrow{OM} = \frac{\partial p}{\partial r} \vec{e}_r$

$$\boxed{\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial r}\vec{e}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \phi}\vec{e}_\phi + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \alpha}\vec{e}_\alpha}$$

ECUE 1

4/ Etablissons la correspondance des mois de l'année entre les deux hemisphères.

hemisphere Nord		hemisphère Sud
Janvier	→	Mai
Fevrier	→	Avril
Mars	→	Mars
Avril	→	Février
Mai	→	Janvier
Juin	→	Decembre
Juillet	→	Novembre
Août	→	Octobre
Septembre	→	Septembre

5/ Demontrons l'egalité $(\vec{\omega} \wedge \vec{op}) = (\vec{\omega}, \vec{op}, \vec{\omega} \wedge \vec{op})$

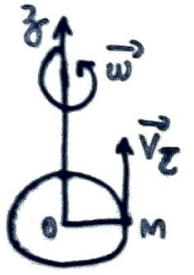
- $(\vec{\omega} \wedge \vec{op})^2 = (\vec{\omega} \wedge \vec{op})(\vec{\omega} \wedge \vec{op}) = \omega^2 op^2 - (\vec{\omega} \vec{op})(\vec{op} \cdot \vec{\omega}) = \omega^2 op^2 - (\vec{\omega} \cdot \vec{op})$ ①
- $(\vec{\omega}, \vec{op}, \vec{\omega} \wedge \vec{op}) = \vec{\omega}(\vec{op} \wedge \vec{\omega} \wedge \vec{op}) = \vec{\omega}[\vec{\omega}(op^2) - \vec{op}(\vec{\omega} - \vec{op})]$

$$= \omega^2 op^2 - (\vec{\omega} \cdot \vec{op})(\vec{\omega} \cdot \vec{op})$$

$$(\vec{\omega}, \vec{op}, \vec{\omega} \wedge \vec{op}) = \omega^2 \vec{op}^2 - (\vec{\omega} \cdot \vec{op})^2 \quad ②$$

① et ② $\Rightarrow$ $\boxed{(\vec{\omega} \wedge \vec{op})^2 = (\vec{\omega}, \vec{op}; \vec{\omega} \wedge \vec{op})}$

6/ Etablissons l'equation du vecteur $\vec{\omega} = \frac{1}{2} \vec{rot}\, \vec{V_\tau}$



$$\vec{\omega} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{pmatrix} \quad \vec{oM} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad \vec{rot}\, \vec{V_\tau} = \vec{\nabla} \wedge \vec{V_\tau}$$

$$\vec{V_\tau} = \vec{\omega} \wedge \vec{oM}$$

$$\vec{V_\tau} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = -\omega y \vec{i} + \omega x \vec{j}$$

$$\vec{rot}\, \vec{V_\tau} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} \omega y \\ \omega x \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{rot}.\overrightarrow{V_c} = \left(-\frac{\partial}{\partial z}.w_x\right)\vec{i} - \left(\frac{\partial}{\partial z}w_y\right)\vec{j} + \left(\frac{\partial}{\partial x}w_x + \frac{\partial}{\partial y}w_y\right)\vec{k} = 2w\vec{k}$$

$$\overrightarrow{Rot}\,\overrightarrow{V_c} = 2w\vec{k} \Rightarrow \boxed{\vec{w} = \frac{1}{2}\overrightarrow{rot}\,V_c}$$

Pour les coordonnées M(2,5,4) donnons les intensités des vecteurs $\vec{w}$ et $\vec{V_c}$.

$$\vec{V_c} = -wy\vec{i} + wx\vec{j} = -5w\vec{i} + 2w\vec{j}$$

$$\|\vec{V_c}\| = \sqrt{(5w)^2 + (2w)^2} = \sqrt{25w^2 + 4w^2} = w\sqrt{29}$$

$$\boxed{\|\vec{V_c}\| = w\sqrt{29}\ m/s}$$

$$\vec{w} = \frac{1}{2}\overrightarrow{rot}\,\vec{V_c} = \frac{1}{2} \times 2w\vec{k} = w\vec{k}$$

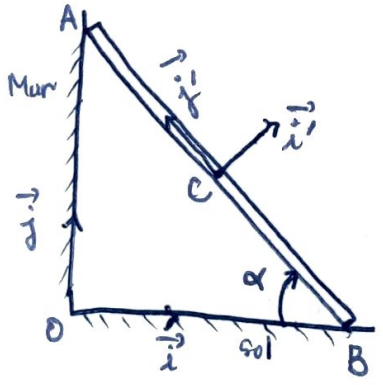
$$\Rightarrow \boxed{\|\vec{w}\| = \sqrt{w^2} = w\ rad/s}$$

Sujet 9 : Une tige AB de longueur (l) ; de centre (C) de masse (m) negligeable t en Contacte avec le sol par son extremité (B) et avec le mur par son bout (A) ; Sa masse (m) est négligeable.

Le mouvement de la tige (AB) est un glissement sans frottement translation dans le plan xoy (voir schema) pour raméner le bout (B) vers (o) pour plaquer la tige sur le mur en augmentant l'angle $\alpha = (\widehat{\vec{OB}, \vec{BA}})$.

On admettra que la tige est un répère mobile R' de base $(o; \vec{i}'; \vec{j}'; \vec{k}')$ par rapport au répere fixe $R_o\,(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

1/ Exprimer les vitesses de glissement sans décoller $\vec{V}_{B/R_o}$ et $\vec{V}_{A/R_o}$ en fonction de : $l ; \alpha ; w = \dot{\alpha} = \frac{d\alpha}{dt}$.



2/ Exprimer la vitesse (C) du solide $\vec{V}_{C/R_o}$ en fonction de : $l ; \alpha ; \dot{\alpha} = \frac{d\alpha}{dt}$

3/ Donner l'equation de la trajectoire du point (C) pendant le mouvement de la tige (AB) ; par rapport à $R_o\,(o; x, y, z)$

4/ Donner les coordonnées (OI) du Centre instantané de rotation (I) par rapport à R_o, de la tige (AB).
Faire le schema de sa localisation

5/ <u>Base et roulante du mouvement</u>

a/ Donner l'équation de la base, lieu des points (I) Vu de R_o au Coins du mouvement de la tige.

b/ Donner l'équation de la roulante, lieu des points (I) Vu de la tige R' au Cours du mouvement.

c/ Faire sur le même schema, les tracés de la base et de la roulante du mouvement de la tige.

Sujet 6 : On desire évaluer la distance entre 2 villes A et B sur le globe terrestre en fonction des latitudes (λ) et longitudes (α) de ces lieux.

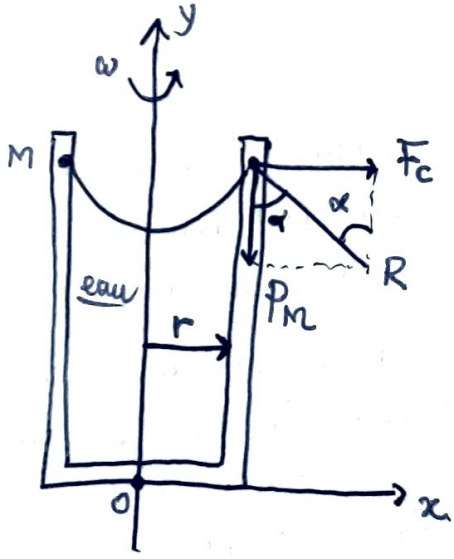
1/ Schematiser sur le globe terrestre les deux angles definissants les latitudes et longitude de 2 villes Suivantes :

$$A\begin{cases}\alpha_A = 30° \\ \lambda_A = 45° \text{ Nord}\end{cases} \qquad B\begin{cases}\alpha_B = 45° \\ \lambda_B = 60° \text{ Nord}\end{cases}.$$

2/ Calculer la distance séparant les 2 villes A et B en fonction du produit scalaire donnant l'angle $\hat{F} = (\vec{OA}, \vec{OB})$ et en utilisant l'abscisse Curviligne de Fresnel.

On donne rayon de la terre $R_T = 6400$ Km.

Sujet 8 : Un tube vertical contenant l'eau au trois quart, tourne à vitesse angulaire Constante ω autour de son axe vertical oy.



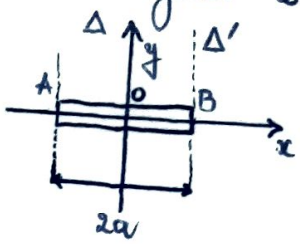
En Considerant une particule M de fluide en Contact avec la paroi du tube et la surface libre de l'eau selon le schema ci-contre.

Trouver l'equation de la denivellation (ménisque) formée au dessus de la surface libre d'eau dans le tube du fait de la rotation en fonction du poids ($P_M = m_M g$) de la force centrifuge ($F_c = m_M r \omega^2$), de l'angle $\alpha = (\vec{R}, \vec{P_M})$ de ω et g (intensité de pesanteur).

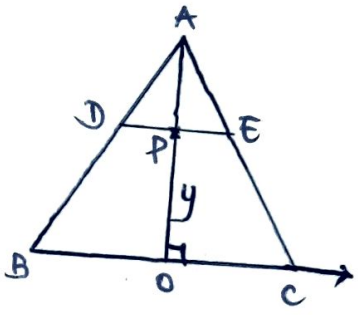
EXERCICE DE MECANIQUE DES SYSTEMES

CALCUL MOMENTS D'INERTIE (CINETIQUE)

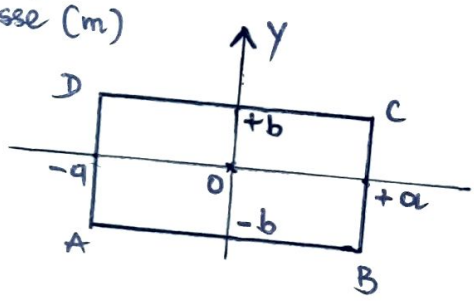
Sujet 10 (Longueur): Calculer le moment d'inertie d'un segment AB de longueur $2a$ par rapport à un axe Δ passant en son milieu selon le schema, puis le moment d'inertie sur Δ' passant par B et parallèle à Δ. Sa masse est (m).



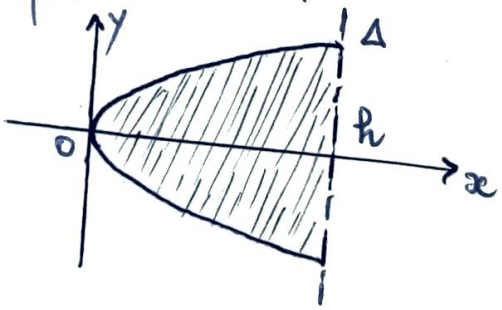
Sujet 11 (surface): Calculer le moment d'inertie d'un triangle ABC par rapport à sa base BC portée par l'axe (ox) (voir schema).
On donne $BC = a$; hauteur $AD = h$;
le point p est à la cote $op = y$ et $DE = x$.
Sa masse est (m).



Sujet 12 (surface rectangulaire): Soit une plaque rectangulaire ABCD d'epaisseur négligeable de masse (m) telque : longueur $AB = 2a$
largeur $BC = 2b$
Calculer le moment d'inertie ($\perp o$) de la plaque par rapport à un axe Δ passant par son centre (o).



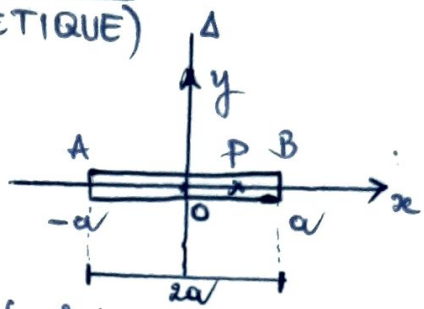
Sujet 13 : Calculer le moment d'Inertie ($\perp oy$) de la surface de parabole par rapport à la tangente (oy) passant par le sommet (o). (Voir schema ci-contre)
On limite l'ouverture de la parabole d'equation $y^2 = 2px$ à la droite Verticale Δ d'equation $x = h$ parallèle à oy.



CORRECTION

EXERCICE DE MECANIQUE DES SYSTEMES

CALCUL MOMENTS D'INERTIE (CINETIQUE)



Sujet 10 (Longueur)

a) $\perp_{\Delta/O} = ?$

On sait que $O = Ox \cap oy \Rightarrow \perp_O = \perp_{ox} + \perp_{oy}$

AB est portée par Ox $\Rightarrow \perp_O = \perp_{ox} + \perp_{oy} = \int op^2 dm = \lambda \int op^2 dx = \perp_{oy}$

$\perp_O = \perp_{oy} = \lambda \int_{-a}^{a} x^2 dx = \lambda \left(\frac{1}{3}x^3\right)_{-a}^{a} = \lambda \frac{2a^3}{3}$ Car $op = x \Rightarrow op^2 = x^2$.

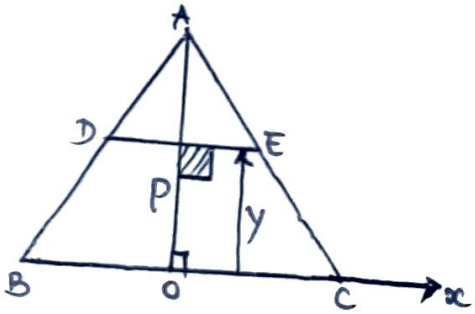
or $m = \lambda l = \lambda 2a \Rightarrow \perp_{oy} = m\frac{a^2}{3}$

b) $\perp_{\Delta'/B} = ?$

On applique le Theorème d'Huygens-steiner

$\perp_{\Delta'/B} = \perp_{\Delta/O} + mOB^2 = \perp_{\Delta O} + ma^2 = m\frac{a^2}{3} + ma^2 = \frac{4}{3}ma^2$.

Sujet 11 (surface)



$\perp_{ox} = \iint op^2 dm = \mu \iint op^2 ds$: $DE = x$

on tourne autour de ox donc la Cote (y) est mise à Contribution pour la rotation

Ainsi : $op = y \Rightarrow op^2 = y^2$ et $ds = dx\,dy$

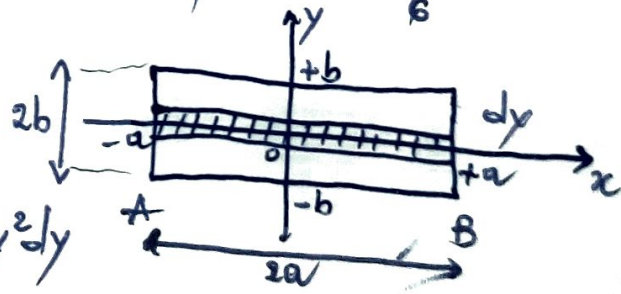
$\perp_{ox} = \mu \iint y^2 dx\,dy = \mu \int dx \int y^2 dy = 4\int xy^2 dy$ or $\int dx = x = DE$ et selon la relation de Thalès : $\frac{AP}{AO} = \frac{DE}{BC}$ et $AP = h - y$; $AO = h$; $DE = x$; $BC = a \Rightarrow \frac{h-y}{h} = \frac{x}{a}$

$\Rightarrow x = \frac{a}{h}(h-y) \Rightarrow \perp_{ox} = 4\int_0^h \frac{a}{h}(h-y)y^2 dy \Rightarrow \perp_{ox} = \mu \int_0^h ay^2 dy - \frac{a}{h}4\int_0^h y^3 dy$

$\Rightarrow \perp_{ox} = \mu a \frac{h^3}{3} - \mu \frac{a}{h}\cdot\frac{h^4}{4} \Rightarrow \perp_{ox} = \mu a \frac{h^3}{3}\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{12}\mu a h^3$

or $m = \mu \frac{ah}{2} = \mu\left(\frac{\text{Base} \times \text{hauteur}}{2}\right) = \mu S$ $\Rightarrow \perp_{ox} = \frac{mh^2}{6}$

Sujet 12 (surface rectangulaire)



$m = \mu G = \mu(2a)(2b) = \mu 4ab$

$O = Ox \cap oy \Rightarrow \perp_O = \perp_{ox} + \perp_{oy}$

$\perp_{ox} = \iint y^2 dm = \mu \iint y^2 ds_y = \mu \int y^2 2a\,dy = \mu \int_{-b}^{b} 2ay^2 dy$

$\perp_{oy} = \iint x^2 dm = \mu \iint x^2 ds_x = \mu \int x^2 2b\,dx = \mu \int_{-a}^{a} 2bx^2 dx = \mu 2b\left(\frac{1}{3}x^3\right)_{-a}^{a} = \mu \frac{4a^3 b}{3}$

$\perp_{ox} = \mu \frac{4}{3}ab^3$ et $\perp_{oy} = \mu \frac{4}{3}a^3 b \Rightarrow \perp_O = \perp_{ox} + \perp_{oy} = \mu \frac{4}{3}ab(a^2 + b^2) = \frac{m}{3}(a^2 + b^2)$

Car $m = 4\mu ab \Rightarrow \perp_O = \perp_{ox} + \perp_{oy} = \frac{m}{3}(a^2 + b^2)$

Tehua

UNIVERSITE- NANGUY ABROGOUA d'ABOBO ADJAME

EXAMEN DE MECANIQUE DES SYSTEMES - SFA 2 - 02 Décembre 2015

1ère Session **Licence 2** **Durée Epreuve : 1 heures 30mn** **Dr MBOBIE FATTO**

EXAMEN ~~E C U E 2~~ (Filière MIA 2)

1) Sujet 1 (6pts)

A partir de l'expression de la différentielle totale d'une fonction f (xyz) de scalaires pouvant être une pression P (x,y,z) variant entre deux points M (xyz) et M' (x' y' z'), tels que $\vec{MM'} = d\vec{OM} = dx\vec{i}+dy\vec{j}+dz\vec{k}$ donner les coordonnées du vecteur Hamiltonien ou nabla dans chacun des repères suivants :

a) repère cartésien d'espace de point **M (x y z)**

b) repère polaire de point **M** (ρ, α)

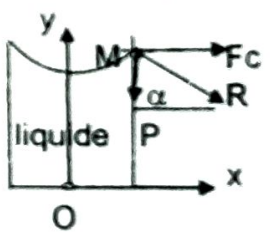
c) repère cylindrique de point **M** (ρ α z)

d) repère sphérique de point **M** (r Φ α)

Nota : dP = $\vec{\nabla}$PdOM

2) Sujet 2 (6pts)

Un tube vertical de rayon **x** possédant un fond, est rempli au trois quart de sa hauteur **h** par un liquide. Ce tube réservoir tourne en **rotation simple** autour de son axe vertical **OY** à la vitesse angulaire **w.** L'étude de la dénivellation de la surface libre du liquide est étudiée à partir d'une particule de liquide M (x y) en contact à la fois avec la paroi du tube et la surface libre de ce liquide (voir schéma ci-contre). Trouver pendant la rotation du tube **l'équation de la dénivellation** formée par le liquide au dessus de la surface libre en fonction du poids **P= mg** de la particule M, de la force centrifuge **Fc = m x w²** à laquelle est soumise la particule **M**, de l'angle α =($\vec{R}$, $\vec{P}$) tel que $\vec{R}$= $\vec{P}$ + $\vec{Fc}$, de **w** et de **g** (intensité de pesanteur)



3) Sujet 3

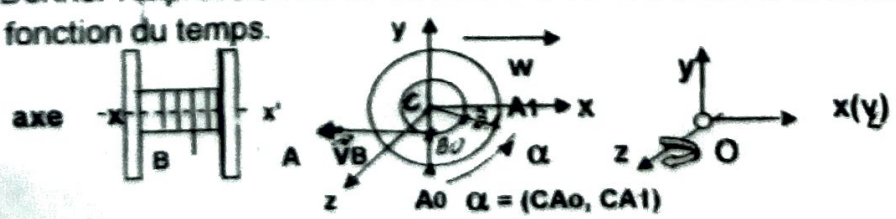
Une tourelle de fils ayant 2 diamètres (interne **r = CB** et externe **R=CA**) de centre **C** (voir schéma) Le point A est en contact avec le sol. L'enroulement de fil se fait sur le petit diamètre (de rayon CB=r En tirant sur le bout libre du fil en Bo, à la vitesse $\vec{v}_B$ (t) la tourelle roule en tournant en roulant d'un angle α = **(CAo, CA1)**

a) exprimer la vitesse **Vc** de translation du centre **C** à partir du contact ponctuel de la tourelle en **A** au s en fonction de VA, de R=CA, de la vitesse angulaire de la tourelle $\omega_{S/R0} = d\alpha/dt$ selon l'arc $S=\widehat{AoA1}$ en écrivant la formule dun torseur de vitesse de la cinématique des solide en repère R(Oxyz

b) donner l'expression de $\omega_{S/R0} = d\alpha/dt$ en fonction de la vitesse **VB** de traction du fil en B des rayon en fonction de R, r, $\vec{v}B$ sachant que $\vec{w} = -\alpha\vec{k}$ par rapport à l'axe Oz est en sens direct

c) En faisant $\omega_{S/R0}$=constante, exprimer l'accélération **ac** du centre **C** en fonction de R et de $d^2\alpha/dt^2 = \ddot{\alpha}$ selon la formule de la cinématique des solides vue du point de contact ponctuel A.

d) Donner l'expression de **ac** du centre C de la tourelle si la vitesse $\omega_{S/R0}$ = f(t), **n'est plus constan** en fonction du temps.



Nota : **sens traction fil Ao (←)** et sens mouvement tourelle (→)

UNIVERSITÉ- NANGUY ABROGOUA d'ABOBO ADJAME
EXAMEN DE MECANIQUE DES SYSTEM ES - SFA 2 -08 Novembre 2016
2eme Session Licence 2 Durée Épreuve : 1 heures 30mn Dr MBOBIE FATTO

EXAMEN E C U E (Filière Maths 2)

1) (5 points)
Dans un repère orthonormé de base (0,i,j,k) on donne 2 torseurs selon leurs éléments de réduction tels que :

$$T_1 \quad \begin{cases} \vec{R_1} = = \cos\alpha \vec{i} + \sin\alpha \vec{j} \\ \vec{M_1}(o) = \vec{0} \end{cases}$$

$$T_2 \quad \begin{cases} \vec{R_2} = \vec{j} \\ \vec{M_2}(o) = 2 \sin\alpha \vec{j} \end{cases}$$

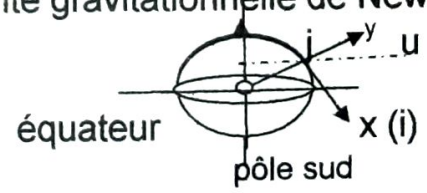
a) pour quelle valeur de l'angle α , le torseur somme est-il un glisseur ?
b) donner les expressions des axes $\Delta 1$ de T1, $\Delta 2$ de T2 et $\Delta 3$ de T1+T2

2) (3 points)
montrer que pour 2 vecteurs A et B quelconques, $AB^2 = (\vec{A} \wedge \vec{B})^2 + (\vec{A} . \vec{B})^2$

3) (6 points)
On considère 2 villes A et B dont les longitudes et latitudes en hémisphère Nord sont les suivantes :

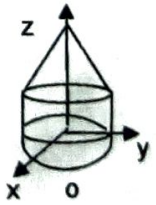
$$A \begin{cases} \alpha_A = 20° \\ \lambda_A = 30° \end{cases} \qquad B \begin{cases} \alpha_B = 45° \\ \lambda_B = 45° \end{cases}$$

a) schématiser sur le globe terrestre les villes A et B et calculer la distance terrestre entre A et B
b) en considérant le rayon du globe terrestre à la valeur de 6400 km, et sachant que la vitesse angulaire de rotation de la terre est $w = 7{,}3.10^{-5}$ rd/s,
indiquer le poids apparent de l'engin en position immobile ainsi que les angles (α) entre le poids apparent et le poids absolu dans chaque lieu A et B.
Le repère cartésien choisi R(o x y z) de base (o i j k) est tel que l'axe Oy est le zénith, Ox est l'Ouest et Oz, le Nord géographique. Pour l'étude du poids de l'engin, faire un schéma clair montrant l'angle (α) entre P absolu (Pabs) et P relatif (Prel).
On prendra masse de la terre $M_T = 6\ 10^{24}$ kg, la constante gravitationnelle de Newton est $G = 6{,}67\ 10^{-11}$ Nm²/kg



3) (6 points)
un système matériel est fait de la superposition de :
- d'un cône plein de hauteur 1 m et 3 kg posé sur
- un cylindre plein de hauteur 1,5 m et 2 kg, lui-même posé sur
- une demie boule de 1 kg

Le cône, le cylindre et la demie sphère ont le même rayon R = 1 m et le même axe vertical de révolution Oz dans le repère R(Oxyz).
a) calculer la position du centre d'inertie du système ~~pour les masses suivantes : 1/2 sphère (0,5 kg) et cylindre (1 kg)~~



engin au repos

P_{app} =

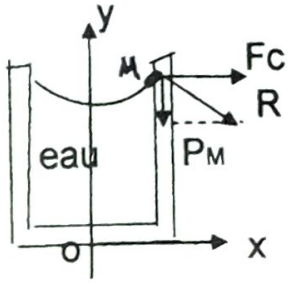
TCHUA

UNIVERSITE- NANGUY ABROGOUA d'ABOBO ADJAME
EXAMEN DE MECANIQUE DES SYSTEMES - SFA 2 -15 Septembre 2016
1ère Session Licence 2 Durée Epreuve : 1 heures 30mn Dr MBOBIE FATTO

EXAMEN E C U E (Filière Maths 2)

EXO - CORRIGE

1) (4 points)
Un tube vertical contenant l'eau au trois quart, tourne à vitesse angulaire constante w autour de son axe vertical Oy
En considérant une particule **M** de fluide en contact avec la paroi du tube et la surface libre de l'eau selon le schéma ci-joint
Trouver l'équation de la ligne (ménisque vu de côté) représentant la dénivellation au dessus de la surface libre de l'eau dans le tube du fait de la rotation du tube en fonction du poids de la particule ($P_M = m_M g$), de la force centrifuge ($F_{cent} = m_M x w^2$) où x =r =rayon du tube

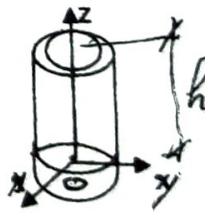


2) (9 points) (α) (λ)
On considère 2 villes A et B dont les longitudes et latitudes en hémisphère Nord sont les suivantes :

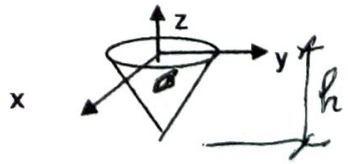
$$A \begin{cases} \alpha_A = 30° \\ \lambda_A = 60° \end{cases} \qquad B \begin{cases} \alpha_B = 45° \\ \lambda_B = 30° \end{cases}$$

a) schématiser sur le globe terrestre les villes A et B
b) en considérant le rayon du globe terrestre à la valeur de 6400 km, calculer la distance terrestre en tre A et B
c) sachant que la vitesse angulaire de rotation de la terre est $w = 7{,}3\ 10^{-5}$ rd/s, indiquer le poids apparent d'un engins se déplaçant vers l'Ouest à v ' = 72 km/h dans la ville A puis dans la ville B sachant que la masse de l'engin est de 100 kg.
Le repère cartésien choisi R(o x y z) de base (o i j k) est tel que l'axe Oy est le zénith, Ox est l'Ouest et Oz, le Nord géographique pour l'étude du poids de l'engin sera d'abord schématisé
On prendra masse de la terre $M_T = 6\ 10^{24}$ kg, la constante gravitationnelle de Newton est $G = 6{,}67\ 10^{-11}$ Nm²/kg

3) (4 points)
un système matériel est fait de la superposition d'un cylindre creux placé sur une demi sphère creuse ayant les mêmes rayon R = 1m, le même axe vertical de révolution Oz dans le repère R(Oxyz). La hauteur du cylindre est de h=2m
a) calculer la position du centre d'inertie du système pour les masses suivantes : 1/2 sphère (0,5 kg) et cylindre (1 kg)



4) Calculer le centre d'inertie d'un cône plein de rayon R, de hauteur h et de masse m selon le schéma ci-joint
(3 points)



UNIVERSITÉ- NANGUY ABROGOUA d'ABOBO ADJAME - Niveau MATH2
EXAMEN DE MÉCANIQUE DES SYSTEM ES - SFA 2 - 30 Octobre 2017
1ère Session - Licence 2 - Durée épreuve : 2 H 00 mn **Dr MBOBIE FATTO**

EXAMEN E C U E 2

1)
a) Donner formulation mathématique et l'utilisation en mécanique des entités suivantes :
- torseur, tenseur d'inertie.

b) Démontrer que $(W \wedge GP)^2 = (W, GP, W \wedge GP)$
c) Donner la distance approchée de l'étoile Proxima Centauri et de la galaxie d'Andromède par rapport à notre galaxie de la voie lactée.
d) Donner l'explication de la brise de terre et de la brise de mer .
e) donner l'expression de l'accélération absolue et dire l'intérêt en mécanique et en mouvement des vents, des accélérations de Coriolis et d'Entraînement

2)
a) Donner l'expression du torseur statique relatif à chacun des liaisons suivantes :
- liaison glissière
- liaison verrou (pivot glissant)
- liaison rotule
- ~~liaison rotule~~

b) Écrire l'expression de l'opérateur d'inertie **Jo** en (O) d'une demie sphère creuse de rayon R

3)
a) Faire dans chaque cas un schéma clair de chacun des trois angles d'Euler en cinématique des solides en repère d'espace ; en préciser leur dénomination respective.
b) Écrire l'expression générale de la vitesse angulaire globale Wg du solide évoluant sur ces trois angles d'Euler

4) Une sphère creuse de rayon **R**, de moment cinétique $\sigma_G = (2/3)\, mR^2\, \omega_{s/Ro}$, roule sans glisser à la vitesse angulaire $\omega_{s/p}$ sur un plateau (p) tournant sur lui-même autour de son axe de symétrie **OZ** à vitesse angulaire $\omega_{p/Ro}$ vue d'un repère fixe Ro (Oxyz) de vecteurs de base unitaires de trièdre direct (O, i, ,j, k). On désigne **G**, le centre d'inertie de la sphère de rayon **R**.
On note **(I)**, le point de contact instantané de la sphère avec le plateau tel que **OI =a** dans la direction de Oy sur le vecteur (j)
En fonction des équations de Poisson en cinématique des solides,
a) exprimer $V_{Gs/Ro}$ en fonction de V_I, **IG** et $\omega_{s/Ro}$ puis V_I en fonction de V_O , $\omega_{s/Ro}$, OI
b) exprimer $V^2_{Gs/Ro}$ l'énergie cinétique de translation Ec transl s/Ro de la sphère de masse (**m**)
c) donner l'expression vue de Ro de l'énergie cinétique totale $Ect_{s/Ro}$ = Ec transl + Ecrot

Barême de notation

1) : 7 points
2) : 3 points
3) : 3 points
4) : 7 points
Total = 20

TD MECA

EXERCICE N°3

$$\vec{M_p}(t)\begin{cases} x(t) = 1 + 3y - tz \\ y(t) = -3x + 2tz \\ z(t) = 2 + tx - t^2 y \end{cases}$$

1/ Pour Quelle valeur de t $M_p t$ est un torseur

* $\vec{op} \in E$

$$\vec{op} \xrightarrow{f_{as}} f_{as}(\vec{op}) = \vec{M_p}^t - \vec{M_o}$$

$$f_{as}(\vec{op}) = \vec{M_p}^t - M_o$$

$$= \vec{R} \wedge \vec{op}$$

$$\boxed{f_{as}(\vec{op}) = M_{as}\ \vec{op}}$$

ou encore

$$\vec{PQ} \cdot \vec{M_p}^t = \vec{PQ}\, M_Q^t$$

on a:

$$M_{as} = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -t \\ -3 & 0 & 2t \\ t & -t^2 & 0 \end{pmatrix}$$

$t^2 = 2t \Rightarrow t^2 - 2t = 0$ ...

$t(t-2) = 0 \Rightarrow t = 0$ ou $t = 2$

$\vec{M_p}^t$ est un torseur si $t = 0$ ou $t = 2$

* pour $t = 0$

$$M_{as} = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

* pour $t = 2$

$$M_{as} = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 \\ -3 & 0 & 4 \\ 2 & -4 & 0 \end{pmatrix}$$

pour $t = 0$

$$\vec{M_p}^{t=0}\begin{cases} x = 1 + 3y \\ y = -3x \\ z = 2 \end{cases}$$

pour $t = 2$

$$\vec{M_p}^{t=2}\begin{cases} x = 1 + 3y - 2z \\ y = -3x + 4z \\ z = 2 + 2x + 4y \end{cases}$$

1*/ Pour chaque Valeur de t Calculer les ~~resultats~~ resultantes $(\vec{R})$

. Cas $t = 0 \Rightarrow \vec{R_o} = ?$

$$\vec{R_o} \wedge \vec{op} = M_{as}\ \vec{op}$$

$$\begin{pmatrix} R_{x_o} \\ R_{y_o} \\ R_{z_o} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 0x - R_{z_o} y + z R_{y_o} \\ R_{z_o} x + 0y - R_{x_o} z \\ -R_{y_o} x + R_{x_o} y + 0z \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} 0x + 3y + 0z \\ -3x + 0y + 0z \\ 0x + 0y + 0z \end{pmatrix}$$

$$\vec{R_o}\begin{cases} R_{x_o} = 0 \\ R_{y_o} = 0 \\ R_{z_o} = -3 \end{cases}$$

$$\boxed{\vec{R}_{t=0} = -3\vec{k}}$$

• Cas $t=2$

$\vec{R}_2 \wedge \vec{M_P} = \boxed{\vec{R}_2 = -6\vec{i} - 3\vec{j} - 3\vec{k}}$

NB : pour la démarche voir le cas où $t=0$, c'est la même démarche

2/ Calculer pour chaque (t) les invariants scalaires et vectoriels

• Cas $t=0$

$I_{O_0} = \vec{R}_0 \cdot \vec{M_0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = -6$

$\vec{I}_{V_0} = \vec{R}_0 \left(\frac{I_0}{R_0^2} \right) = \left(-\frac{6}{9} \right) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\boxed{\vec{I}_{V_0} = 2\vec{k}}$

• Cas $t=2$

$I_{O_2} = \vec{R}_2 \cdot \vec{M_0} = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = -10$

$\vec{I}_{V_2} = \vec{R}_2 \left(\frac{I_{O_2}}{R_2^2} \right) = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix} \left(-\frac{10}{29} \right)$

$\boxed{\vec{I}_{V_2} \begin{pmatrix} 40/29 \\ 20/29 \\ 30/29 \end{pmatrix} = \frac{1}{29} \left(40\vec{i} + 20\vec{j} + 30\vec{k} \right)}$

3/ Les equation des axes des torseurs pour chaque t.

Δ : droite torseur = axe torseur

$\forall p \in \Delta \Leftrightarrow \vec{R} \wedge \vec{M}_p = 0$

$\Leftrightarrow \vec{R} = \lambda \vec{M_P}$

• Cas $t=0$

$\vec{R}_0^{t=0} = \lambda \vec{M_P}$

• Cas $t=2$

$\vec{R}_2^{t=2} = \lambda \vec{M_P}$

Donc

$\vec{R}_0^{t=0} = \lambda \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 3\lambda & 0 \\ -3\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

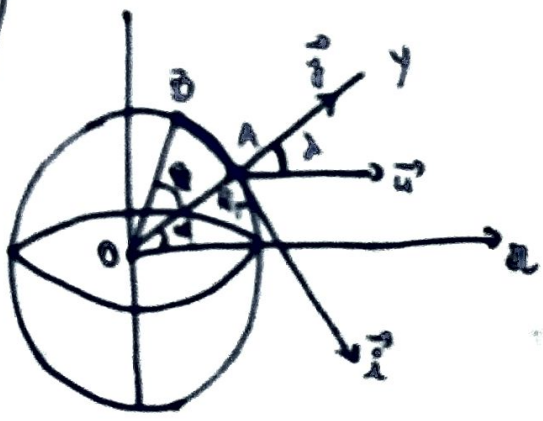
$\vec{R}_0 =$

$\vec{R}_2^{t=2} = \lambda \begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 \\ -3 & 0 & 4 \\ 2 & -4 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 3\lambda & -2\lambda \\ -3\lambda & 0 & 4\lambda \\ 2\lambda & -4\lambda & 0 \end{pmatrix}$

$\vec{R}_2 =$

EXERCICE 6

1/



ϕ = altitude = Complementaire à la Latitude (λ)

$\Rightarrow \phi + \lambda = \frac{\pi}{2}$

$$A = \begin{cases} R_T = 6400\ Km \\ \alpha_A = 30° \\ \lambda_A = 45° \Rightarrow \phi_A = 45° \end{cases}$$

$$B = \begin{cases} R_T = 6400\ Km \\ \alpha_B = 45° \\ \lambda_B = 60° \Rightarrow \phi_B = 30° \end{cases}$$

$$\mathcal{M} = \begin{cases} r \\ \phi \\ \alpha \end{cases} \Rightarrow A \begin{cases} r = R_T = 6400\ Km \\ \alpha_A = 30° \\ \phi_A = 45° \end{cases}$$

$$B \begin{cases} r = R_T = 6400\ Km \\ \phi_B = 30° \\ \alpha_B = 45° \end{cases}$$

$$\overrightarrow{OA} \begin{cases} x_A = R_T \sin\phi_A \cos\alpha_A = 3919,18 \\ y_A = R_T \sin\phi_A \sin\alpha_A = 2262,74 \\ z_A = R_T \cos\phi_A = 4525,48 \end{cases}$$

$$\overrightarrow{OB} \begin{cases} x_B = r \sin\phi_B \cos\alpha_B = 2262,74 \\ y_B = r \sin\phi_B \sin\alpha_B = 2262,74 \\ z_B = r \cos\phi_B = 5542,56. \end{cases}$$

Difficile à Comprendre sans détailler

CHAMP SCALAIRE ET VECTORIEL

EXERCICE 1

hypothèse $\overrightarrow{AB} \begin{cases} 3 \\ 2 \\ -5 \end{cases}$ $\overrightarrow{OA} \begin{cases} 2 \\ 1 \\ 6 \end{cases}$

1/ Calculer le moment de $\vec{F}$ par rapport à l'origine du répère (o) des axes (ox, oy ; oz)

$$M_{/0}\ \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{AB} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 1 & 6 \\ 3 & 2 & -5 \end{vmatrix}$$

$M_{/O}(\vec{AB}) = -17\vec{i} + 28\vec{j} + \vec{k}$

$M_{/O}(\vec{AB}) = \begin{vmatrix} -17 \\ +28 \\ 1 \end{vmatrix}$

2/ le moment de Chacun des axes d'où le vecteur unitaire est respc. $(\vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

$M_{/ox}(\vec{AB}) = \vec{i} \cdot \vec{M}_{/O}(\vec{AB})$

$= \vec{i}(-17\vec{i} + 28\vec{j} + \vec{k})$

$\boxed{M_{/ox}(\vec{AB}) = -17 \text{ N.m}}$

$M_{/oy}(\vec{AB}) = \vec{j} \cdot M_{/O}(\vec{AB})$

$\boxed{M_{/oy} = 28 \text{ N.m}}$

$\boxed{M_{/oz}^{(\vec{AB})} = \vec{k} \cdot \vec{AB} = 1 \text{ N.m}}$

3/ Moment de $\vec{F}$ par rapport à un point A'

$\vec{M}_{/A'}(\vec{AB}) = (\vec{A'A} \wedge \vec{AB})$

$= (\vec{A'O} + \vec{OA}) \wedge \vec{AB}$

$= (\vec{A'O} \wedge \vec{AB}) + (\vec{OA} \wedge \vec{AB})$

$= (\vec{A'O} \wedge \vec{AB}) + M_{/O}(\vec{AB})$

or $\vec{A'O} = -\vec{OA'} \begin{vmatrix} -1 \\ -7 \\ 3 \end{vmatrix}$

$\vec{M}_{/A'}(\vec{AB}) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -1 & -7 & -1 \\ 3 & 2 & -5 \end{vmatrix} + \vec{M}_{/O}(\vec{AB})$

$\vec{M}_{/A'}(\vec{AB}) = (7\vec{i} - 8\vec{j} + \vec{k}) + (-17\vec{i} + 28\vec{j} + \vec{k})$

$\vec{M}_{/A'}(\vec{AB}) = -10\vec{i} + 20\vec{j} + 2\vec{k}$

$\Rightarrow M_{/A'} = \begin{vmatrix} -10 \\ 20 \\ 2 \end{vmatrix}$

4/ Calculons le moment de $\vec{F}$ par rapport à un axe Δ passant par l'origine (O)

$M_{\Delta/O}(\vec{AB}) = \vec{M}_{\Delta/O} \cdot \vec{M}_{/O}(\vec{AB})$

$= \begin{pmatrix} 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{3} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -17 \\ 28 \\ 1 \end{pmatrix}$

$M_{\Delta/O}(\vec{AB}) = -17/\sqrt{3} + \frac{28}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\boxed{M_{\Delta/O}(\vec{AB}) = 4\sqrt{3} \text{ N.m}}$

5/ le moment de $\vec{F}$ par rapport à un axe $\Delta' \parallel \Delta$ tq Δ' passe par le point $A'(1,1,1)$

$M_{\Delta'/\Delta}$? on a $\Delta' \parallel \Delta \Rightarrow \vec{u}_{\Delta} = \vec{u}_{\Delta'}$

$M_{\Delta' \parallel \Delta}(\vec{AB}) = \vec{M}_{\Delta} \cdot \vec{M}_{\Delta'}(\vec{AB})$

$$M_{\Delta'//\Delta}(\vec{AB}) = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{3} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -10 \\ 20 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$= -\frac{10}{\sqrt{3}} + \frac{20}{\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\boxed{M_{\Delta'//\Delta}(\vec{AB}) = \frac{12}{\sqrt{3}} \text{ N.m} = 4\sqrt{3} \text{ N.m}}$$

b/ si $\Delta'' \perp \Delta \Rightarrow \vec{u}_{\Delta''} \perp \vec{u}_{\Delta}$

$\vec{u}_{\Delta''} \cdot \vec{u}_{\Delta} = 0$ donc

$$\vec{u}_{\Delta''}\begin{pmatrix} a'' \\ b'' \\ c'' \end{pmatrix} \cdot \vec{u}_{\Delta}\begin{pmatrix} 1/\sqrt{3} = a \\ 1/\sqrt{3} = b \\ 1/\sqrt{3} = c \end{pmatrix} = 0$$

$$M_{\Delta''\perp\Delta}(\vec{AB}) = \frac{a''}{\sqrt{3}} + \frac{b''}{\sqrt{3}} + \frac{c''}{\sqrt{3}}$$

$$\left.\begin{array}{l} a''.a = -1 \\ b''.b = -1 \end{array}\right| \Rightarrow c'-c = 2$$

EXERCICE 2

$E_{C\,rela} = (m - m_0)c^2$

$E_{C\,rela} = \frac{1}{2} m_0 V^2$?

on a : $m = \dfrac{m_0}{\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)^{1/2}}$

$$m = m_0\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)^{-1/2}$$

$$m - m_0 = \Delta m = m_0\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)^{-1/2} - m_0$$

$V \ll c \Rightarrow \dfrac{V^2}{c^2} = \varepsilon$

DL

$\Rightarrow (1-\varepsilon)^{-1/2} = 1 + \dfrac{\varepsilon}{2} + o(\varepsilon)$

$m = m_0\left(1 + \dfrac{\varepsilon}{2}\right)$

$E_{C\,rela} = (m - m_0)c^2$

$= \left(m_0\left(1 + \frac{\varepsilon}{2}\right) - m_0\right)c^2$

$= \left(m_0 + \frac{1}{2} m_0 \varepsilon - m_0\right)c^2$

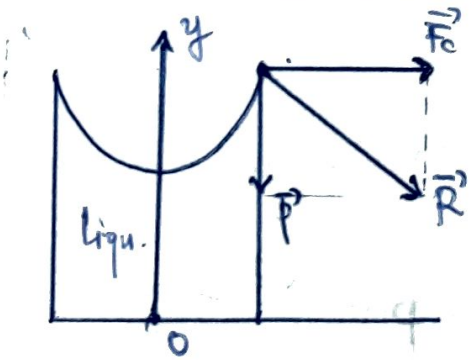
$= \frac{1}{2} m_0 \varepsilon c^2$

$= \left(\frac{1}{2} m_0 \frac{V^2}{c^2}\right)c^2$

$$\boxed{E_{C\,rela} = \frac{1}{2} m_0 V^2}$$

donc $V \ll c$

EXERCICE N°8 (comp 2015 sujet 2)



Trouvons pendant la relation du tube l'equation de denivellation menisque formé par le liquide au dessus de la surface libre.

Daprès l'equation Fondamentale de la statique des Fluides on a:

$\vec{P} - \overrightarrow{grad}\, p\, dv - \vec{F_c} = m\vec{a}$

$m\vec{g} - \overrightarrow{grad}\, p\, dv - \vec{F_c} = m\vec{a}$

avec $m = \rho dv$

$\rho dv \vec{g} - \overrightarrow{grad}\, p\, dv - \vec{F_c} = m\vec{a}$ (1)

où $\vec{P}$ etant le poids qui Contient la Force d'inertie d'entrainement $\vec{F_c}$ la force d'inertie de Coriolis ; $-\overrightarrow{grad}\, p\, dv$ la Force de pression Ainsi dv est l'élément de Volume et ρ la masse volumique.

Comme le referentiel n'est pas galiléen alors, on tient Compte de la Force d'inertie d'entrainim Celle de Coriolis etant nulle du Fait du repos dans ce referentiel.

Donc (1) $\Rightarrow \rho \vec{g} dv - \overrightarrow{grad}\, p dv = \vec{0}$

où $m\vec{a} = 0$

$\Rightarrow \overrightarrow{grad}\, p = \rho \vec{g}$

$\overrightarrow{grad}\, p = \rho(\vec{g} - \vec{a}) = \rho \vec{R}$

Car $\vec{R} = \vec{P} + \vec{F_c}$

Projetons la loi Fondamentale de la statique des Fluides dans le referentiel tournant

on a: $\frac{\partial P}{\partial x} = \rho \omega^2 x$

et $\frac{\partial P}{\partial y} = -\rho g$

on en deduit que:

$P(x,y) = \frac{\rho \omega^2 x^2}{2} + f(y)$

et $\frac{\partial P}{\partial y}(x,y) = \frac{df(y)}{dy} = -\rho g$

donc $P(x,y) = \frac{\rho \omega^2 x^2}{2} - \rho g y + cste$

Au point le plus bas de la Surface du Fluide en rotation de Côté y_0, la pression est egale à la pression atmospherique P_a.

Alors $P(0,y_0) = -\rho g y_0 + cste$

$P(0,y_0) = P_a$

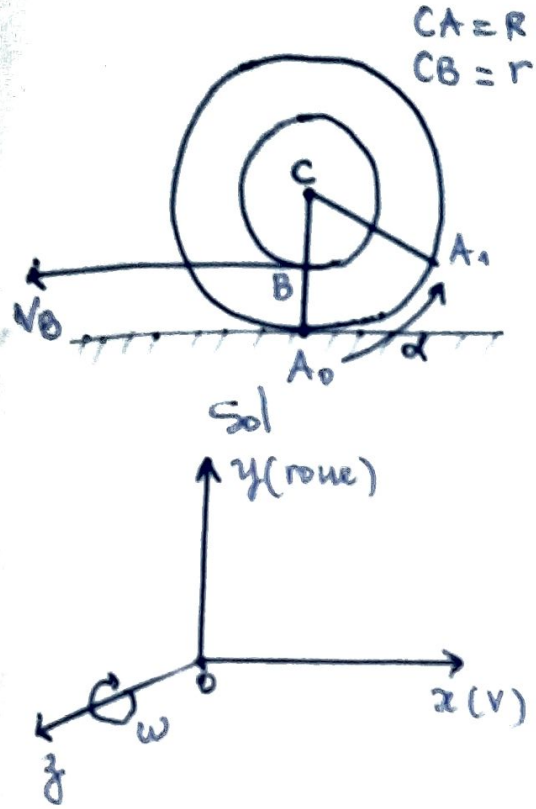
d'où $P(x,y) = \frac{\rho \omega^2 x^2}{2} - \rho(y - y_0) + P_a$

Par Consequent l'equation de denivellation Formé par le liquide au dessus de la Surface libre en rotation est:

$$\boxed{y = \frac{\omega^2 x^2}{2g} + y_{cste}}$$

C'est une paraboloïde de de révolution.

Sujet 3 Compo 2015



a/ Expression de $\vec{V_c}$ en translation du centre C à partir du point de contact ponctuel A au sol.

$\vec{V_c} = \vec{V_A} + \vec{\omega}_{/R_0} \wedge \vec{AC}$

$V_A = 0$ car A au sol.

$\vec{\omega}_{/R_0} \wedge \vec{AC} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\dot{\alpha} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ R \\ 0 \end{pmatrix} = \dot{\alpha} R \vec{i}$

$\boxed{\vec{V_c} = \dot{\alpha} R \vec{i}}$ car $\begin{pmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & -\alpha \\ 0 & R & 0 \end{pmatrix}$

b/ Expression de $\dot{\alpha} = \omega$

$\vec{V_c} = \vec{V_B} + \vec{\omega}_{/R_0} \wedge \vec{BC}$

$= \vec{V_B} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\dot{\alpha} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ r \\ 0 \end{pmatrix}$

$\vec{V_c} = \vec{V_B} + \dot{\alpha} r \vec{i}$

$= -V_B \vec{i} + \dot{\alpha} r \vec{i} = \dot{\alpha} r \vec{i} - V_B \vec{i}$

$\boxed{\vec{V_c} = (\dot{\alpha} r - V_B) \vec{i}}$

$\vec{V_c} = (\dot{\alpha} r - V_B) \vec{i}$ or $\vec{V_c} = \dot{\alpha} R \vec{i}$

$\dot{\alpha} R = \dot{\alpha} r - V_B$

$\dot{\alpha}(R - r) = -V_B$

$\boxed{\dot{\alpha} = \omega = \frac{-V_B}{R - r}}$

c/ $\omega_{/R_0} = \text{Cste}$

Expression de l'accélération $\vec{a}_c$ du centre C telle que

$a_c = R \left(\frac{V_B}{R - r} \right)^2$

$\vec{V_c} = \vec{V_A} + \vec{\omega}_{/R_0} \wedge \vec{AC}$

$\vec{a_c} = \frac{d\vec{V_c}}{dt} = \frac{d\vec{V_A}}{dt} + \frac{d}{dt} \vec{\omega}_{/R_0} \wedge \vec{AC} + \omega_{/R_0} \wedge \frac{d\vec{AC}}{dt}$

A est au sol et $\omega_{/R_0} = \text{Cste}$

$\vec{a_c} = \vec{\omega}_{/R_0} \wedge \vec{\omega}_{/R_0} \wedge \vec{AC}$

$= \vec{\omega}_{/R_0} (\vec{\omega}_{/R_0} \cdot \vec{AC}) - \vec{AC} \, \omega^2_{/R_0}$

$= -\dot{\alpha} \vec{k} \cdot (-\dot{\alpha} \vec{k} \cdot R \vec{j}) - R \vec{j} \cdot \dot{\alpha}^2$

$\vec{a_c} = -\dot{\alpha} \vec{k} \cdot (-\dot{\alpha} R \cdot \vec{k} \cdot \vec{j}) - R \vec{j} \cdot \alpha^2$

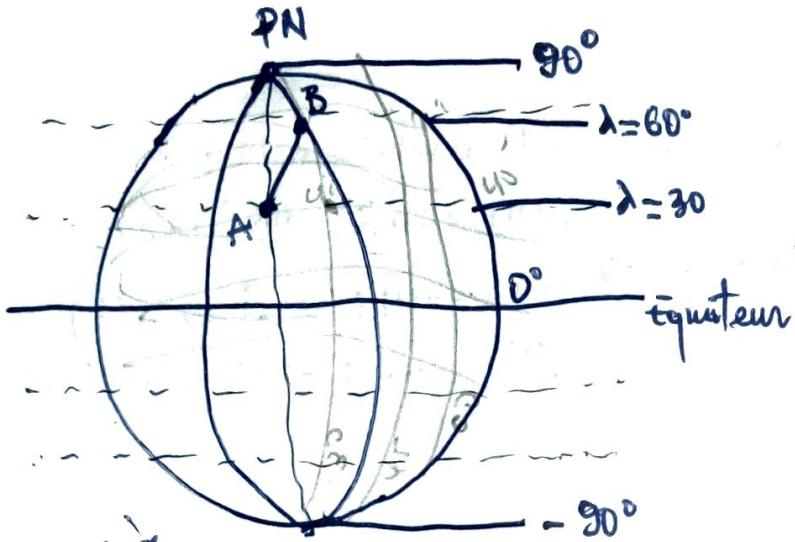
$\vec{k} \perp \vec{j} \Rightarrow \vec{k} \cdot \vec{j} = \vec{0}$

$\vec{a_c} = -R \dot{\alpha}^2 \vec{j}$

$a_c = -R \left(\frac{V_B}{R - r} \right)^2 \vec{j}$

$\boxed{a_c = R \left(\frac{V_B}{R - r} \right)^2}$

Rappel: sujet 6.



Mauvais représentation

Methode 1

$\overrightarrow{AB} = R_T \sin(\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OB})$

$\boxed{\overrightarrow{AB} = R_T \sin \hat{F}}$

$\cos \hat{F} = \dfrac{\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}}{OA.OB}$

$\overrightarrow{OA} \mid R_{TA} = R_T \;\; \lambda_A \;\; \alpha_A$ $\qquad$ $\overrightarrow{OB} \mid R_{TB} = R_T \;\; \lambda_B \;\; \alpha_B$

les Conversions en coordonnés Cartesien

$\overrightarrow{OA} \mid x_A \; y_A \; z_A$ $\qquad$ $\overrightarrow{OB} \mid x_B \; y_B \; z_B$

Methode 2

$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$

Correction sujet N°3 – les Torseurs

$\vec{M}_p(t) \mid \begin{cases} x_{\vec{M}p} = 1 + 3y - tz \\ y_{\vec{M}p} = -3x + 2tz \\ z_{\vec{M}p} = 2 + tx - t^2 y \end{cases}$

1/ Trouver la valeur de t pour que $\vec{M}_p^t$: moment torseur?

Equation du Torseur: f = application linéaire antisymetrique

$f(\overrightarrow{op}) = \vec{M}_p - \vec{M}_o = \vec{R} \wedge \overrightarrow{op} \Rightarrow$ Mas $\overrightarrow{op}$ | Voir Cours

$\Rightarrow \vec{M}_p = \vec{M}_o - \text{Mas}\,\overrightarrow{op} = \vec{M}_o + \vec{R} \wedge \overrightarrow{op}$

$\vec{M}_p^t \mid \begin{matrix} 1 + 3y - tz \\ -3x + 2tz \\ 2 + tx - t^2 y \end{matrix} = \begin{matrix} 1 + 0x + 3y - tz \\ 0 - 3x + 0y + 2tz \\ 2 + tx - t^2 y + 0z \end{matrix}$

$$\vec{M}_P^t = \begin{pmatrix}1\\0\\2\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}0 & 3 & -t\\ -3 & 0 & 2t\\ t & -t^2 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} = \vec{M}_o + Mas\,\vec{op}.$$

b

1/ Trouvons t pour que la Matrice Mas^t soit antisymetrique

$$Mas^t = \begin{pmatrix}0 & 3 & -t\\ -3 & 0 & 2t\\ t & -t^2 & 0\end{pmatrix} \text{ est symetrique} \Rightarrow \begin{cases} a_{ij} = -a_{ji} & \text{OK } (3+3)\\ a_{ik} = -a_{ki} \Rightarrow -t \Rightarrow -(t) & \\ a_{jk} = -a_{kj} \Rightarrow 2t \Rightarrow -(-t^2) = t^2 & \end{cases}$$

$$\begin{cases} -t = t \Rightarrow t = 0\\ 2t = t^2 \Rightarrow t(2-t) = 0 \end{cases} \Rightarrow \left|\begin{array}{l} t=0\\ t=2\end{array}\right.$$

2/ <u>Etude du torseur</u> à $t=0$

a)

- $Mas^{t=0} = \begin{pmatrix}0 & 3 & -t\\ -3 & 0 & 2t\\ t & -t^2 & 0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0 & 3 & 0\\ -3 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix} \Rightarrow Mas^{t=0}\,\vec{op}\begin{pmatrix}0 & 3 & 0\\ -3 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3y\\-3x\\0\end{pmatrix}$

- $\vec{M}_P^{t=0} = \vec{M}_o + Mas^{t=0}\,\vec{op} = \begin{pmatrix}1\\0\\2\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}3y\\-3x\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1+3y\\-3x\\2\end{pmatrix}$ Car $\vec{M}_o \left|\begin{array}{l}1\\0\\2\end{array}\right.$

$$\vec{M}_P^{t=0} \left|\begin{array}{l} 1+0x+3y+0z\\ 0-3x+0y+0z\\ 2+0x+0y+0z\end{array}\right. \qquad \vec{M}_P^t \left|\begin{array}{l} x_{\vec{M}_P} = 1+3y-tz\\ y_{\vec{M}_P} = -3x+2tz\\ z_{\vec{M}_P} = 2+tx-t^2y\end{array}\right.$$

b/ $\vec{R}^{t=0} = ?$

on ecrit la Formule du torseur

$$\vec{f}(o\vec{p}) = \vec{M}_P - \vec{M}_o = Mas\,\vec{op} = \vec{R}\wedge\vec{op}$$

Donc $\vec{R}\wedge\vec{op} = \begin{pmatrix}Rx\\Ry\\Rz\end{pmatrix}\wedge\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0x - yRz + zRy\\ xRz + 0y - zRx\\ xRy + yRx + 0z\end{pmatrix}$ (1)

$$\Downarrow$$

$$Mas^{t=0}\,\vec{op} = \begin{pmatrix}0x+3y+0z\\ -3x+0y+0z\\ 0x+0y+0z\end{pmatrix} \quad (2)$$

Selon equation ① et ② on trouve par identification:

$\vec{R}^{t=0} \begin{cases} Rx = 0 \\ Ry = 0 \\ Rz = -3 \end{cases} \Rightarrow \vec{R}^{t=0} = -3\vec{k} \Rightarrow \boxed{R = 3 \text{ Newton}}$

3/ Calcul l'Invariant Scalaire (I_0) et l'Invariant Vectoriel ($\vec{I}_v$)..

à $t=0$ $\quad I_0^{t=0} = \vec{R}\,\vec{M_0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = -6.$

$$\vec{I}_v = \left(\frac{I_0}{R^2}\right)\vec{R} = \left(\frac{-6}{3^2}\right) - 3\vec{k} = 2\vec{k}$$

4/ Equation de l'axe central Δ du torseur

$\forall p \in \Delta \Rightarrow \vec{R} \wedge \vec{M_p} = \vec{0} \Rightarrow \vec{R}^{t=0} \wedge \vec{M_p}^{t=0} = \vec{0}$.

$\vec{M_p}^{t=0} = \lambda \vec{R}^{t=0}$ $\quad \vec{M_p}$ et $\vec{R}$ sont Colineaire

$$\vec{R}^{t=0} \wedge \vec{M_p}^{t=0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 1+3y \\ -3x \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9x \\ -3-9y \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 1+3y = 0 \\ 0 \end{cases}$$

les equations pour Tracer Δ sont $\begin{cases} x = 0 \\ 1+3y = 0 \end{cases}$

B/ Etude du Torseur pour $t=2$ (A Faire : inspire toi de la question 2. à $t=0$).

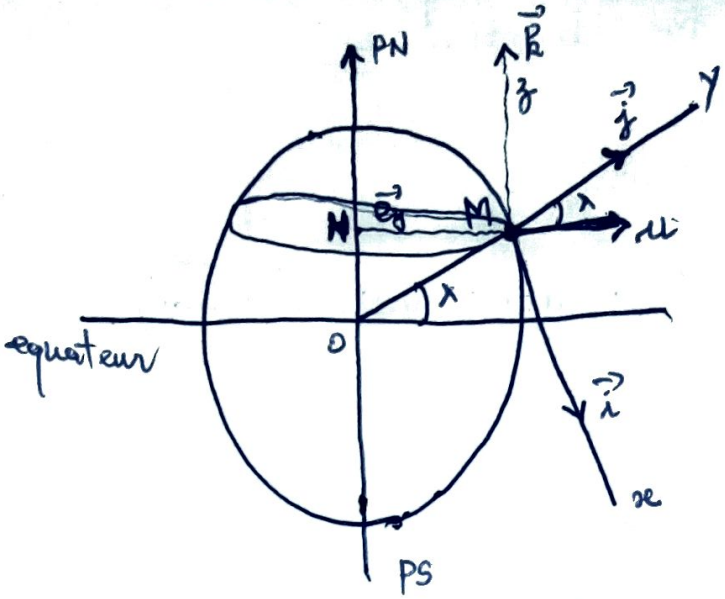
$\begin{cases} \vec{M_p}^{t=2} (\quad) \; ; \; I^{t=2} = (\quad) \\ \vec{R}^{t=2} (\quad) \quad \vec{I}_y^{\,t=2} = (\quad) \end{cases}$

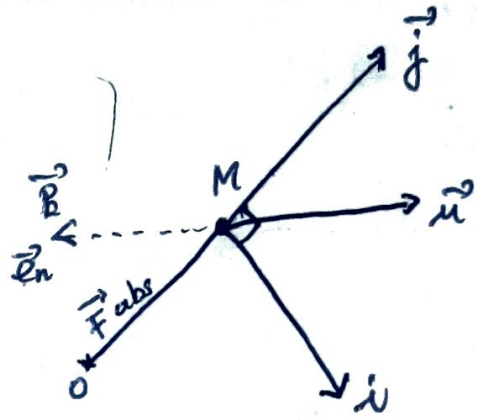
⋮

Sujet N°I: poids relatif d'un engin sur la terre (ref. non galliléen)

A/ Cas engin Immobile

B/ Cas engin en mouvement à $(\vec{V_B'})$ vers l'ouest.





A/ Cas engin M au repos = $\vec{V}'_M = \vec{0}$

Nous sommes en changement de référentiel

Terre → référentiel accéléré (non galiléen)

à $\vec{\omega}_{S/R_0} \neq 0 \Rightarrow a_n = R_T 10^2$ et $\vec{V_t} = R_T \vec{\omega}$

Écrivons la formule générale des accélérations ($\vec{a}_{abs}$; $\vec{a}_{rela}$, $\vec{a}_{entr}$; $\vec{a}_{coriolis}$)

$\vec{a}_{abs/R_0} = \vec{a}_{rel/R'} + \vec{a}_{coriolis\ R'/R_0} \Rightarrow \vec{F}_{abs/R_0} = \vec{F}_{entr\ R'/R_0} + \vec{F}_{rel/R'} + \vec{F}_{Coriolis\ R'/R_0}$

$\Rightarrow \vec{F}_{rel/R'} = \vec{P}_{oids\ apparent/R'} = \vec{F}_{abs/R} - \vec{F}_{entr\ R'/R_0} - \vec{F}_{coriolis/R'/R_0}$

$\Rightarrow m\vec{a}_{rel/R'} = m\vec{a}_{abs/R_0} - m\vec{a}_{ent\ R'/R_0} - m\vec{a}_{coridis/R'/R}$

Identification des Forces

- base $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$
  - Ox → ouest
  - Oy → vertical (Zenith)
  - Oz → Nord

* $\vec{F}_{abs} = \vec{P}_{oids\ absolu} = m\dfrac{GM_T}{R_J^2}(-\vec{j})$

* $\vec{F}_{entr/R'/R_0} = m\vec{a}_{ent/R'/R_0}$ décrit un cercle de rayon $= HM \Rightarrow \vec{a}_{en} = r\omega^2_{R'/R_0} = HM\,\omega^2$ avec $r = HM = R_T \cos\lambda$

* $\vec{F}_{Coriolis} = m(2\omega\vec{k} \wedge \vec{V}'_R\vec{i}) = 2mV'_R\omega(\vec{k}\vec{u})$
$= 2mV'_R\omega\vec{j}$ avec $\vec{j} = \vec{k}\vec{u}$.

* $\vec{F}_{\text{coriolis Fuge}} = -\vec{F}_{ent\ R'/R_0} = m a_{en} \vec{u}$

$\vec{u} = -\vec{e}_m = f(\vec{i};\vec{j}) = \cos\lambda \vec{j} + \sin\lambda \vec{i}$.

à $\vec{V}'_R = \vec{0}$: poids apparent : $-m\frac{G}{R_T^2} M_T \vec{j} - m\omega^2 R_T \cos\lambda \vec{e}_m + \vec{0}$.

Soit $\vec{P}_{apparent} = -m\left(\frac{GM_T}{R_T^2}\right)\vec{j} + m\omega^2 R_T \cos\lambda(\cos\lambda \vec{j} + \sin\lambda \vec{i}) + \vec{0}$ (3)

$F_{centrifuge\ R'/R_0} = -\vec{F}_{entr\ R'/R_0}$

Selon equation (3) $\vec{P}_{app}$ à $\vec{V}_n = 0$ $\left|\begin{array}{l} P_{app_x} = m\omega^2 R_T \cos\lambda \sin\lambda \\ P_{app_y} = m\omega^2 R_T \cos^2\lambda - m\frac{GM^2}{R_T^2} \\ P_{app_z} = 0 \end{array}\right.$ $\quad \frac{1}{2}(m\omega^2 R_T \sin 2\lambda)$

. donc P_{app} à $\vec{V}'_M = \vec{0} = \sqrt{P_{app_x}^2 + P_{app_y}^2 + P_{app_z}^2}$

Sujet 2.

$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{V^2}{C^2}}}$ avec m_0 = masse

$E_{c\,relat} = (m - m_0)c^2$ avec $V \ll c$

Mq : $E_{c\,relat} = \frac{1}{2} m_0 V^2$.

$m = m_0\left(1 - \frac{V^2}{C^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$. posons : $\varepsilon = \frac{V^2}{C^2}$

$m = m_0(1-\varepsilon)^{-\frac{1}{2}}$

$(1-\varepsilon)^{-\frac{1}{2}} = 1 + \frac{\varepsilon}{2}$

Alors : $m = m_0\left(1 + \frac{\varepsilon}{2}\right)$

$E_{c\,relat} = \left(m_0\left(1+\frac{\varepsilon}{2}\right) - m_0\right)c^2$

$= \left(m_0\left(1 + \frac{\varepsilon}{2} - 1\right)\right)c^2$

$E_{c\,relat} = m_0 \frac{\varepsilon}{2} c^2 = m_0 \frac{V^2}{2C^2} c^2 = \frac{1}{2} m_0 V^2$