

$\forall a, b, x, y \in \mathbb{Z}$, on a:

$$(x; y) \blacksquare (a; b) = (xb + ay; yb) \text{ et } (x; y) * (a; b) = (xa; yb).$$

Question 5: L'élément neutre de la loi \blacksquare est:

- A) (1;1) B) (0;1) C) (1;0) D) Autre réponse.

Question 6: L'élément neutre de la loi $*$ est:

- A) (1;1) B) (0;1) C) (1;0) D) Autre réponse.

Question 7: Cochez les assertions justes:

- A) $(\mathbb{Z}^2, \blacksquare)$ est un groupe abélien B) $(\mathbb{Z}^2, \blacksquare, *)$ est un anneau
C) $(\mathbb{Z}^2, *)$ est un groupe D) $(\mathbb{Z}^2, \blacksquare, *)$ est un corps.

Exercice 4

Soient σ_1 , σ_2 , et σ_3 trois éléments du groupe (S_9, \circ) définis par :

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 6 & 9 & 5 & 8 & 2 & 1 & 7 & 3 \end{pmatrix}, \sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 6 & 9 & 7 & 8 & 2 & 1 & 5 & 3 \end{pmatrix},$$
$$\sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 6 & 9 & 1 & 4 & 2 & 8 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

Question 8: Le calcul de $\sigma_1 \circ \sigma_2$ est égal à

- A) σ_1 B) σ_2 C) σ_3 D) Autre réponse.

Question 9: Le symétrique de σ_1 dans le groupe (S_9, \circ) est:

- A) σ_1 B) σ_2 C) σ_3 D) Autre réponse.

Question 10: La signature de σ_1 est:

- A) -1 B) +1 C) -2 D) Autre réponse.

Exercice 5

On considère la relation \mathcal{R} définie, quels que soient $(x; y)$ et $(a; b)$ deux éléments de \mathbb{N}^2 , par: $(x; y) \mathcal{R} (a; b) \Leftrightarrow (x \leq a \text{ et } y \leq b)$.

Question 11: Cochez les assertions justes:

- A) \mathcal{R} est réflexive. B) \mathcal{R} est symétrique. C) \mathcal{R} est antisymétrique.
D) \mathcal{R} est transitive E) \mathcal{R} est une relation d'équivalence.

On suppose que la relation \mathcal{R} est une relation d'ordre sur \mathbb{N}^2 et soit $A = \{(1; 1), (0; 2), (2; 3), (2; 4), (4; 5), (5; 2), (1; 5), (3; 6)\}$ une partie de \mathbb{N}^2 .

Question 12: La borne inférieure de A est:

- A) (1; 1) B) (0; 2) C) (0; 1)
D) (5; 6) E) Autre réponse.

Question 13: La borne supérieure de A est:

- A) (1; 1) B) (0; 2) C) (0; 1)
D) (5; 6) E) Autre réponse.