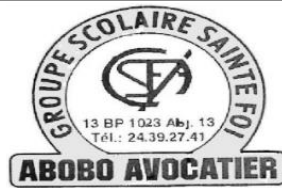


TEST DE NIVEAU

SESSION 2023



Coefficient : 3

NIVEAU : T^{le} A₁

Durée : 3h

MATHEMATIQUES

*Cette épreuve comporte deux pages numérotés 1/2 et 2/2
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisée*

EXERCICE 1(2pts)

Ecris le numéro de chaque affirmation suivie de **V** si l'affirmation est vraie ou de **F** si l'affirmation est fausse.

1. Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 5$ alors la droite d'équation $y = 5$ est une asymptote horizontale à (C_f) en $+\infty$.
2. Soit f une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle $[a; b]$ tel que $f(a) \times f(b) < 0$ alors l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique sur $[a; b]$.
3. L'équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse a est $y = f'(a)(x + a) + f(a)$.
4. Si $\forall x \in D_f, f(-x) = -f(x)$ alors $f(x)$ est une fonction paire.

EXERCICE 2 (2pts)

Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, une seule affirmation est juste. Ecris sur ta copie le numéro de chaque ligne et la lettre de la colonne permettant d'avoir l'affirmation correcte.

N°	Enoncé	A	B	C
1	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x^2+5x-7}{x+1}$ Égale à	$+\infty$	-2	$-\infty$
2	La dérivée de la fonction $\frac{2x^2-3}{1-x}$ est	$\frac{2x^2 - 4x + 3}{(1-x)^2}$	$\frac{-2x^2 + 4x - 3}{(1-x)^2}$	$\frac{2x^2 - 4x - 3}{(1-x)^2}$
3	Soit f une fonction et (D) la droite d'équation $y = ax + b$ Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - y) = 0$	La droite (D) est une asymptote verticale à (C_f) en $+\infty$	La droite (D) est une asymptote horizontale à (C_f) en $+\infty$	La droite (D) est une asymptote oblique à (C_f) en $+\infty$
4	L'équation : $x^2 - 5x - 6 = 0$ admet	Deux solutions distinctes dans \mathbb{R}	Une seule solution dans \mathbb{R}	Aucune solution dans \mathbb{R}

EXERCICE 3(4pts)

On admet le tableau de variation suivant :

x	$-\infty$	-1	0
$f(x)$	-2	-10	5

1. Déterminer l'ensemble de définition de f .
2. Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
3. Déterminer le signe de la dérivée f' sur D_f
4. Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique sur $[-1; 0]$

EXERCICE 4(7pts)

Soit g la fonction définie de \mathbb{R} vers \mathbb{R} par : $g(x) = \frac{x^2-2x+5}{x-1}$ de représentation graphique (Cg) dans le plan muni d'un repère (O, I, J) .

1. Déterminer l'ensemble de définition Dg de g et l'écrire sous forme de réunion d'intervalles.
2. Calculer les limites de g en $-\infty$, en $+\infty$, en 1 à gauche et en 1 à droite puis interpréter si possible.
3. Calculer la fonction dérivée g' de g .
4. Etudier le signe de g' sur Dg puis en déduire le sens de variation de g .
5. Dresser le tableau de variation de g .
6. Déterminer les nombres réels a, b et c tels que pour tout x élément de Dg ,
$$g(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}.$$
7. Démontrer que la droite (D) d'équation $y = x - 1$ est une asymptote à (Cg) .
8. Etudier les positions relatives de (D) et (Cg) .
9. Démontrer que le point $E(1 ; 0)$ est un centre de symétrie de (Cg)

EXERCICE 5 (5pts)

Lors d'une visite d'une entreprise qui fabrique entre 9 et 18 machines à coudre par jour, le Directeur affirme que toute la production est vendue au prix de 122000fr l'unité. Le cout de production de x machines à coudre exprimer en milliers de francs est donné par

$$f(x) = 2x^3 - 54x^2 + 458x.$$

L'entreprise souhaite déterminer le nombre de machine à coudre à fabriquer pour réaliser un bénéfice maximal. Il te sollicite.

Utilise *tes connaissances mathématiques* pour déterminer le nombre de machines à coudre, à produire pour que le bénéfice soit maximal.