

MATHEMATIQUES

NIVEAU : PREMIERE D

*Ce devoir comporte deux pages numérotées 1/2 et 2/2
Seules les calculatrices scientifiques non graphiques sont autorisées*

EXERCICE 1 (2 points)

Ecris le numéro de chacune des affirmations ci-dessous suivi de V si l'affirmation est vraie ou de F si l'affirmation est fausse

- 1- Les fonctions : $x \mapsto \sqrt{(x-4)^2}$ et $x \mapsto x-4$ sont égales sur $[4; +\infty[$
- 2- Si β_1 et β_2 sont les solutions distinctes de l'équation : $x \in \mathbb{R}, ax^2 + bx + c = 0$
où ($a \in \mathbb{R}^*, b \in \mathbb{R}$ et $c \in \mathbb{R}$) alors $\beta_1\beta_2 = \frac{c}{a}$
- 3- Une fonction f d'ensemble de définition D_f est dite paire lorsque pour tout x élément de D_f , on a :
 $-x \in D_f$ et $f(-x) = -f(x)$
- 4- \vec{u} et \vec{v} sont des vecteurs non nuls. On a $(-\vec{u}; 3\vec{v})$ est égal à $(\vec{u}; \vec{v}) + \hat{\pi}$

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chaque affirmation, trois réponses A, B et C sont proposées dont une seule est vraie.

Ecris sur ta copie, le numéro de l'affirmation suivie de la lettre correspondante à la réponse juste.

- 1- La composée de $f : x \mapsto x^2$ suivie de $g : x \mapsto x-3$ est
A) $x \mapsto (x-3)^2$; B) $x \mapsto x^2-3$; C) $x \mapsto x^2-9$
- 2- Pour tout nombre réel a , On a $\sin^2 a$ est égal à
A) $\frac{1-\cos a}{2}$; B) $\frac{1+\cos 2a}{2}$; C) $\frac{1-\cos 2a}{2}$
- 3- On considère l'équation : $x \in \mathbb{R}, ax^2 + bx + c = 0$ où ($a \in \mathbb{R}^*, b \in \mathbb{R}$ et $c \in \mathbb{R}$) de discriminant nul alors l'équation : $x \in \mathbb{R}, ax^2 + bx + c = 0$ où ($a \in \mathbb{R}^*, b \in \mathbb{R}$ et $c \in \mathbb{R}$)
A) admet deux solutions distinctes ; B) admet une solution double ; C) n'admet pas de solution
- 4- la droite (D) d'équation $x = 3$ est un axe de symétrie de la représentation graphique d'une fonction f lorsque pour tout nombre réel x élément de D_f , on a :
A) $6-x \in D_f$ et $f(6-x) = -f(x)$; B) $6-x \in D_f$ et $f(6+x) = f(x)$; C) $6-x \in D_f$ et $f(6-x) = f(x)$

EXERCICE 3 (4 points)

Soit f et g les fonctions de \mathbb{R} vers \mathbb{R} définies par $f(x) = \frac{1}{x+1}$ et $g(x) = \frac{x-1}{x}$

- 1- Détermine les ensembles de définitions de f , de g et de $\frac{f}{g}$
- 2- Détermine $\forall x \in D_{\frac{f}{g}}, \left(\frac{f}{g}\right)(x)$

EXERCICE 4 (7 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O,I,J).

Soit h et k les fonctions de \mathbb{R} vers \mathbb{R} définies par $h(x) = x^2 - x - 12$ et $k(x) = x^2$.

(\mathcal{C}_h) est la courbe représentative de la fonction h et (\mathcal{C}_k) est la courbe représentative de la fonction k .

- 1- a) Justifie que $\forall x \in \mathbb{R}, h(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{49}{4}$
b) Justifie que $\forall x \in \mathbb{R}, h(x) = k\left(x - \frac{1}{2}\right) - \frac{49}{4}$
c) Dédus-en que (\mathcal{C}_h) est l'image de (\mathcal{C}_k) par la translation de vecteur \vec{w} dont on précisera ses coordonnées.
- 2- a) Justifie que $3x^2 - 11x + 21 - (2x - 3)^2 = -x^2 + x + 12$
b) Résous dans \mathbb{R} l'inéquation $-x^2 + x + 12 \leq 0$
- 3- En utilisant la question 2) Résous dans \mathbb{R} l'inéquation : $\sqrt{3x^2 - 11x + 21} \leq 2x - 3$

EXERCICE 5 (5 points)

Un élève de première D fait une balade au bord de la mer avec un de ses oncles qui astrophysicien. A l'aide de son télescope, l'élève a découvert un astre qu'il a du mal à bien voir à cause de la position d'autres astres. Pour atteindre son objectif, il décide donc de déterminer l'angle que doit former son appareil avec le sol. Il soumet sa requête à son oncle. Celui-ci, après ses recherches et voulant mettre aussi son neveu à contribution, lui donne simplement les informations suivantes et lui demande de trouver la mesure de l'angle lui-même sans utiliser une calculatrice scientifique.

- $\cos \frac{\pi}{4} = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$ et $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- L'angle que doit former ton appareil avec le sol est l'angle α tel que $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6}}{4}$, avec $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

A l'aide d'une production argumentée, réponds à la préoccupation de cet élève de première D.