

CORRIGE ET BARÈME DE LA COMPOSITION GÉNÉRALE UP 13 DRENA ABIDJAN 4
SESSION DÉCEMBRE 2025

EXERCICE 1 : (0, 5pt × 4 = 2 Points)

- 1- Vrai **0, 5pt**
- 2- Faux **0, 5pt**
- 3- Vrai **0, 5pt**
- 4- Vrai **0, 5pt**

EXERCICE 2 : (0, 5pt × 4 = 2 Points)

- 1- C **0, 5pt**
- 2- C **0, 5pt**
- 3- A **0, 5pt**
- 4- C **0, 5pt**

EXERCICE 3 : (3 Points)

1) Je justifie que l'ensemble de définition de f est $Df =]-\infty; -\frac{1}{5}] \setminus \{-2\}$.

$Df = \{x \in \mathbb{R} / -1 - 5x \geq 0 \text{ et } 3 - \sqrt{-1 - 5x} \neq 0\}$ **0,25pt**

$Df = \{x \in \mathbb{R} / x \leq -\frac{1}{5} \text{ et } x \neq -2\}$

Donc : $Df =]-\infty; -\frac{1}{5}] \setminus \{-2\}$ **0,5pt**

2) Je calcule la limite de f en $-\infty$.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 4}{3 - \sqrt{-1 - 5x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^2 - 4}{10 + 5x}\right)(3 - \sqrt{-1 - 5x}) = -\infty$ **0,5pt**

3) Je démontre :

$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{3 - \sqrt{-1 - 5x}} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x-2)(x+2)(3 + \sqrt{-1 - 5x})}{(3 - \sqrt{-1 - 5x})(3 + \sqrt{-1 - 5x})}$

$= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x-2)(3 + \sqrt{-1 - 5x})}{5}$ **0,25pt**

$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -\frac{24}{5}$ **0,5pt**

4) Je déduis des questions précédentes que f admet en -2 un prolongement par continuité

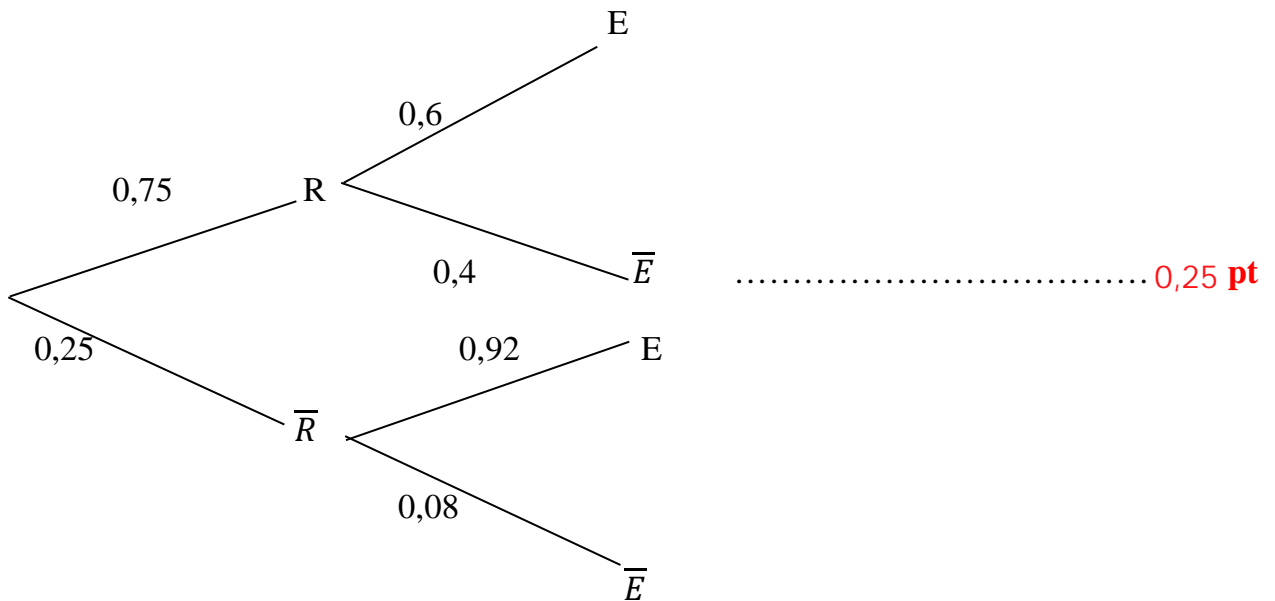
On a : $-2 \notin Df$ et $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -\frac{24}{5}$ avec $2 \in \mathbb{R}$ donc f est prolongeable par continuité en -2 **0,5pt**

Ce prolongement est : la fonction h définie sur $D_f \cup \{-2\}$ par :

$$\begin{cases} h(x) = \frac{x^2 - 4}{3 - \sqrt{-1 - 5x}} & \text{si } x \in]-\infty; -\frac{1}{5}] \setminus \{-2\} \\ h(-2) = -\frac{24}{5} \end{cases}$$
 **0,5pt**

EXERCICE 4 : (03 Points)

1) a) Je traduis la situation par un arbre pondéré



b) Je Donne les probabilités suivantes : $P(R)$; $P_{\bar{R}}(\bar{E})$; $P_R(E)$.

- $P(R) = 0,75$ 0,25 pt
- $P_{\bar{R}}(\bar{E}) = 0,08$ 0,25 pt
- $P_R(E) = 0,6$ 0,25 pt

2) a) Je calcule $P_R(\bar{E})$

$P_R(\bar{E}) = 1 - 0,6 = 0,4$ 0,25 pt

b) Je justifie que $P(\bar{R} \cap E) = 0,23$.

- $P(\bar{R} \cap E) = P(\bar{R}) \times P_{\bar{R}}(E)$ 0,25 pt
- $P(\bar{R} \cap E) = 0,25 \times 0,92 = 0,23$ 0,25 pt

3) a) Je justifie que la probabilité qu'un scientifique interrogé soit un écologiste est 0,68

$P(E) = P(R \cap E) + P(\bar{R} \cap E)$ 0,25 pt
 $= P(R) \times P_R(E) + P(\bar{R}) \times P_{\bar{R}}(E)$ 0,25 pt
 $= 0,75 \times 0,6 + 0,23 = 0,68$ 0,25 pt

b) Un scientifique interrogé est un écologiste. Je calcule la probabilité qu'il ne croit pas au réchauffement climatique.

$P_E(\bar{R}) = \frac{P(\bar{R} \cap E)}{P(E)}$ 0,25 pt
 $= \frac{0,23}{0,68}$
 $= 0,34$ 0,25 pt

EXERCICE 5 : (05 Points)

1) a) J'étudie la dérivabilité de f à droite de -1 .

$$f(-1) = (-1)^2 - \sqrt{-1+1} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{f(x)-f(-1)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{(x^2-\sqrt{x+1})-1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{(x^2-1)-\sqrt{x+1}}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{(x-1)(x+1)-\sqrt{x+1}}{x+1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -1^+} \left(\frac{(x-1)(x+1)}{x+1} - \frac{\sqrt{x+1}}{x+1} \right) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \left(x - 1 - \frac{\sqrt{x+1}}{x+1} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow -1^+} \left(x - 1 - \frac{1}{\sqrt{x+1}} \right) \dots\dots\dots 0,25 \text{ pt}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{f(x)-f(-1)}{x+1} = -\infty \dots\dots\dots 0,25 \text{ pt}$$

b) J'interprète graphiquement le résultat

(C) admet une demi-tangente verticale au point d'abscisse -1 0,25 pt

2) a) Je Calcule la limite de $f(x)$ en $+\infty$ et la limite de $\frac{f(x)}{x}$ en $+\infty$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - \sqrt{x+1}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x+1} \left(\frac{x\sqrt{x+1}}{1+\frac{1}{x}} - 1 \right) = +\infty \dots\dots\dots 0,25 \text{ pt}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x+1} \left(\frac{x\sqrt{x+1}}{1+\frac{1}{x}} - 1 \right) \times \frac{1}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x+1} \left(\frac{\sqrt{x+1}}{1+\frac{1}{x}} - \frac{1}{x} \right) = +\infty \dots\dots\dots 0,25 \text{ pt}$$

NB : Toute autre méthode cohérente et juste est acceptée.

b) Je donne une interprétation graphique des résultats obtenus.

(C) admet une branche parabolique de direction (OJ) en $+\infty$.

3) a) Je démontre que :

$$\forall x \in]-1; +\infty[, f'(x) = \frac{g(x)}{2\sqrt{x+1}} \dots\dots\dots 0,25 \text{ pt}$$

b) **Signe de $f'(x)$**

$$\forall x \in]-1; \alpha[, f'(x) < 0 \dots\dots\dots 0,25 \text{ pt}$$

$$\forall x \in]\alpha; +\infty[, f'(x) > 0$$

Sens de variation

f est strictement décroissante sur $[-1; \alpha]$

f est strictement croissante sur $[\alpha; +\infty[\dots\dots\dots 0,25 \text{ pt}$

Tableau de variation 0,5 pt

x	-1		α		$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$		
$f(x)$	1	↘		$f(\alpha)$	↗ $+\infty$	

4) Je détermine une équation de la tangente (T) au point d'abscisse 3.

(T) : $y = \frac{23}{4}x - \frac{41}{4}$ 0,5 pt

5.) Je démontre que $f(\alpha) = \alpha^2 - \frac{1}{4\alpha}$

$g(\alpha) = 0 \Leftrightarrow -1 + 4\alpha\sqrt{\alpha+1} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{\alpha+1} = \frac{1}{4\alpha}$ d'où $f(\alpha) = \alpha^2 - \frac{1}{4\alpha}$

6.) a) Je démontre que h réalise une bijection de $[\alpha; +\infty[$ vers un intervalle K .

f est continue et strictement croissante sur $[\alpha; +\infty[$ h étant sa restriction est aussi continue et

strictement croissante sur $[\alpha; +\infty[$ et $h([\alpha; +\infty[) = \left[\alpha^2 - \frac{1}{4\alpha}; +\infty\right[$ donc h est une bijection de

$[\alpha; +\infty[$ vers $\left[\alpha^2 - \frac{1}{4\alpha}; +\infty\right[$ 0,5 pt

b) Je calcule $h(3)$ et je justifie que h^{-1} est dérivable en 7.

$h(3) = 7$ 0,25 pt

On en-déduit que $x_0 = 3$ et $y_0 = 7$

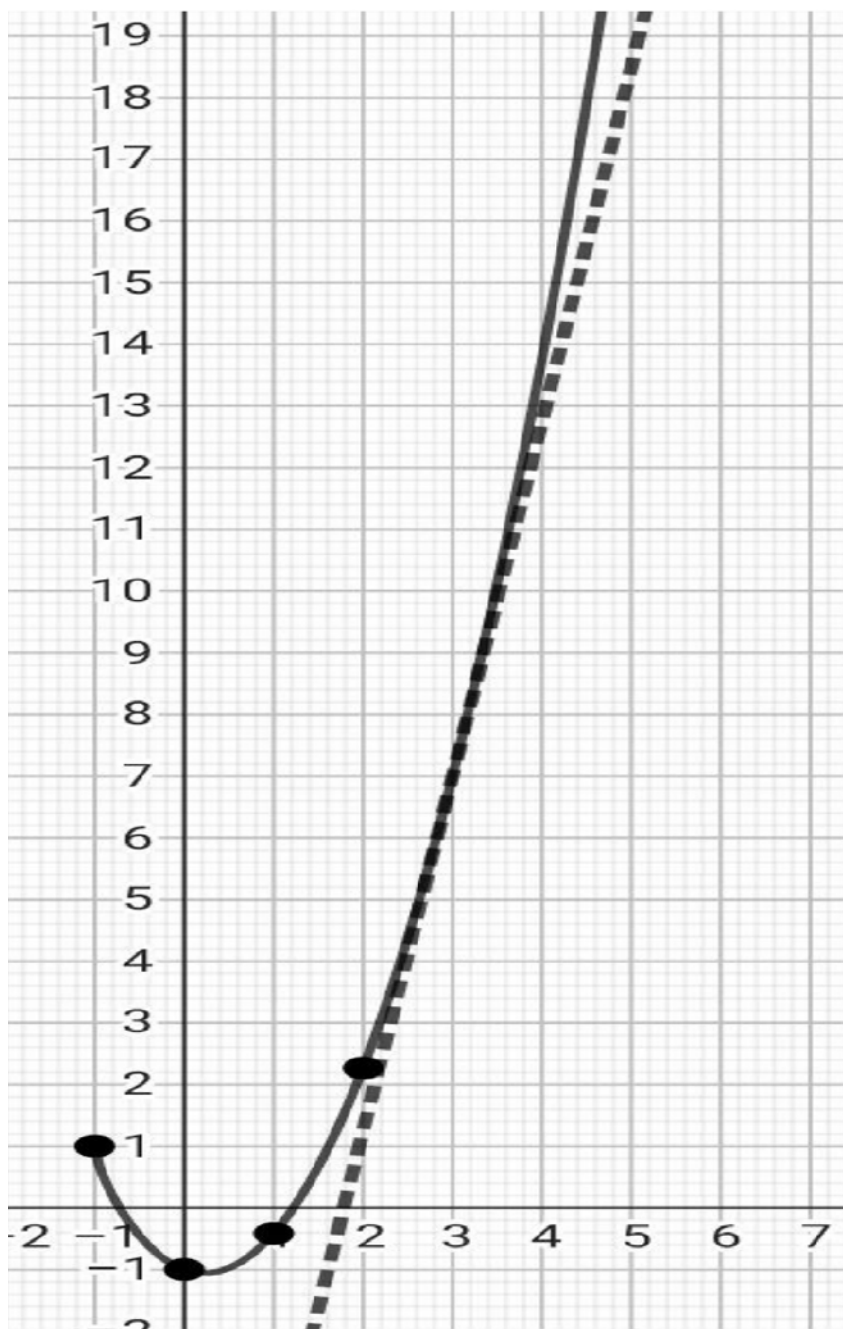
On a : $h'(3) = \frac{23}{4}$ d'où $h'(3) \neq 0$ alors h^{-1} est dérivable en 7 0,25 pt

c) Je calcule $(h^{-1})'(7)$

$(h^{-1})'(7) = \frac{1}{h'(3)} = \frac{4}{23}$ 0,5 pt

7) Je construis la courbe 0,75 pt

$\alpha \approx 0,3$; $f(\alpha) \approx -1$; $f(0) = -1$; $f(-0,7) \approx 0$ et $f(1,2) \approx 0$.



EXERCICE 6 : (5 points)**Grille de correction critériée de la situation complexe**

Critères	Indicateurs de performance	Barème de correction
<p>CM1 : Pertinence Identification du modèle correspondant au problème posé (interprétation correcte de la situation complexe, pertinence des choix opérés sur les données de la situation)</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Pour trouver une solution à la préoccupation du président du conseil scolaire, je vais utiliser mes connaissances mathématiques sur la leçon probabilité conditionnelle et variables aléatoires. • Pour ce faire, je vais : <ul style="list-style-type: none"> - définir la variable aléatoire égale au gain du joueur ; - déterminer les valeurs possibles de la variable aléatoire ; - établir la loi de probabilité de la variable aléatoire ; - résoudre l'équation où l'espérance mathématique égale 2500 ; - conclure. 	<p>0.75 point : 1 indic sur 4 → 0.25 pt 2 indic sur 4 → 0.50 pt 3 indic sur 4 → 0.75 pt</p>
<p>CM2 : -Utilisation correcte des outils mathématiques (concerne les étapes de la démarche). -choix des outils appropriés -application correcte des propriétés, règles et définitions.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Rédaction <ul style="list-style-type: none"> - Je définis la variable aléatoire égale au gain du joueur Soit X la variable aléatoire égale au gain du joueur. - Je détermine les valeurs possibles de la variable aléatoire X : <ul style="list-style-type: none"> ✓ $X = 1000 + S - 200 = 800 + S$ ✓ $X = S - 200$ ✓ $X = -1000 - 200 = -1200$ ✓ $X = -300 - 200 = -500$ ✓ $X = 200 - 200 = 0$ - J'établir la loi de probabilité de la variable aléatoire. $P(X = 800 + S) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$ $P(X = S - 200) = \frac{3}{10}$ $P(X = -1200) = \frac{4}{100} = \frac{2}{5}$ $P(X = 0) = \frac{1}{10} \times \frac{9}{10} = \frac{9}{100}$ 	<p>2.5 points : 1 indic sur 5 → 0.5 pt 2 indic sur 5 → 1 pt 3 indic sur 5 → 1.5 pt 4 indic sur 5 → 2.5 pt</p>

	$P(X = -500) = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100}$ <p>La loi de probabilité est :</p> <table border="1" data-bbox="402 320 1128 535"> <tr> <td>x_i</td> <td>-1200</td> <td>-500</td> <td>0</td> <td>$S - 200$</td> <td>$800 + S$</td> </tr> <tr> <td>$P(X = x_i)$</td> <td>$\frac{2}{5}$</td> <td>$\frac{1}{100}$</td> <td>$\frac{9}{100}$</td> <td>$\frac{3}{10}$</td> <td>$\frac{1}{5}$</td> </tr> </table> <p>- Je résous l'équation $E(X)=2500$</p> $E(X) = 2500 \Leftrightarrow -385 + \frac{1}{2}S = 2500$ $\Leftrightarrow S = 5.770$ <p>- <u>Conclusion</u></p> <p>Le montant S recherchée est : 5. 770 Francs.</p>	x_i	-1200	-500	0	$S - 200$	$800 + S$	$P(X = x_i)$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{9}{100}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{5}$	
x_i	-1200	-500	0	$S - 200$	$800 + S$									
$P(X = x_i)$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{9}{100}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{5}$									
<p>CM3 :</p> <ul style="list-style-type: none"> - cohérence de la réponse - cohérence entre les étapes de la démarche - cohérence dans la Démonstration 	<ul style="list-style-type: none"> - Le montant S recherchée par le président du conseil scolaire est : 5. 770 Francs. - Le résultat produit est en adéquation avec la démarche. -La qualité des enchainements de la démarche. 	<p>1.25 points :</p> <ul style="list-style-type: none"> 1 indic sur 3 → 0.75 pt 2 indic sur 3 → 1.25 pt 												
<p>CP : Critère de perfectionnement</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Concision - Originalité - Bonne présentation 	<p>0.5 point :</p> <ul style="list-style-type: none"> 1 indic sur 3 → 0.25 pt 2 indic sur 3 → 0.5 pt 												

EXEMPLE REDACTION ELEVE

- Pour trouver une solution à la préoccupation du président du conseil scolaire, je vais utiliser mes connaissances mathématiques sur la leçon probabilité conditionnelle et variables aléatoires.

- Pour ce faire, je vais :
 - définir la variable aléatoire égale au gain du joueur ;
 - déterminer les valeurs possibles de la variable aléatoire ;
 - établir la loi de probabilité de la variable aléatoire ;
 - résoudre l'équation où l'espérance mathématique égale 2500 ;
 - conclure.

- - Je définis la variable aléatoire égale au gain du joueur

Soit X la variable aléatoire égale au gain du joueur.

- Je détermine les valeurs possibles de la variable aléatoire X :

$$X = 1000 + S - 200 = 800 + S$$

$$X = S - 200$$

$$X = -1000 - 200 = -1200$$

$$X = -300 - 200 = -500$$

$$X = 200 - 200 = 0$$

Les valeurs de X sont : -1200 ; -500 ; 0 ; $S - 200$; $800 + S$.

- J'établis la loi de probabilité de la variable aléatoire.

$$P(X = 800 + S) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

$$P(X = S - 200) = \frac{3}{10}$$

$$P(X = -1200) = \frac{4}{100} = \frac{2}{5}$$

$$P(X = 0) = \frac{1}{10} \times \frac{9}{10} = \frac{9}{100}$$

$$P(X = -500) = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100}$$

La loi de probabilité est :

x_i	-1200	-500	0	$S - 200$	$800 + S$
$P(X = x_i)$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{9}{100}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{5}$

- Je résous l'équation $E(X)=2500$

On a : $E(X) = -385 + \frac{1}{2}S$ Ainsi : $E(X) = 2500 \Leftrightarrow -385 + \frac{1}{2}S = 2500 \Leftrightarrow S = 5.770$

Conclusion : Le montant S recherchée est : **5.770 Francs.**