

Evaluation sommative n° 2

Classe : 1^{ère}A4 ; Durée : 3 h ; Coef : 04

Examineur : Georges Michaël TCHOUPA

*L'épreuve comporte quatre exercices sur deux pages numérotées 1 et 2.
Le correcteur tiendra compte de la rigueur dans la rédaction de la copie et de l'orthographe.
L'utilisation d'une calculatrice non programmable est autorisée.*

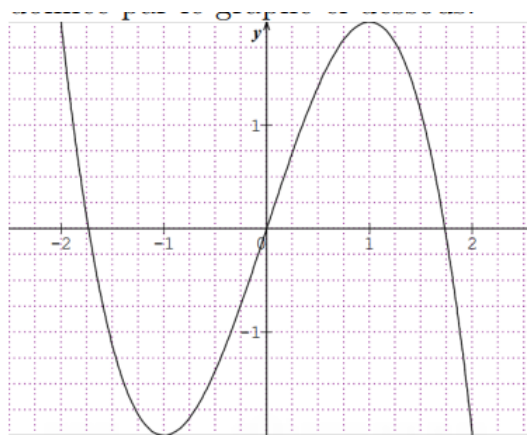
PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15.5 points)

Exercice 1 : 4.5 points

- On considère le polynôme $P(x) = -2x^2 + 10x - 12$.
 - Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation : $P(x) = 0$. [1pt]
 - Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'inéquation : $P(x) \geq 0$. [0.5pt]
- Un article qui coûtait 60 000F a subi une augmentation de $x\%$, puis une baisse de $x\%$ sur le nouveau prix.
 - Montrer que le prix définitif en Fcfa est égal à $60000 - 6x^2$. [2pts]
 - Déterminer x , sachant que cet article est vendu définitivement à 58 650F. [1pt]

Exercice 2 : 9 points

I- On considère la courbe de la fonction f et la droite (D) représentée dans un repère d'unité 1 cm.



- Déterminer l'ensemble de définition de f . [0.5pt]
- Déterminer les images par f de -1 ; 0 ; et 1. [1pt]
- Déterminer les antécédents éventuels par f de -1 et 1. [1pt]
- La fonction f est-elle continue sur son domaine de définition ? Justifie. [1pt]
- Déterminer en justifiant la parité de la fonction f . [1pt]

II- On considère les fonctions f et g définies par $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ et $g(x) = x^4 + x^2 - 1$.

- Déterminer le domaine de définition de f et celui de g . [1pt]
- Recopier et compléter les tableaux suivants : [1pt]

x	0	4	x	-1	1
$f(x)$			$g(x)$		

3. Calculer les limites suivantes :

[2pts]

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) \quad \lim_{x \rightarrow 2} g(x) \quad \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x).$$

4. La fonction f admet-elle une limite en -1 ?

[0.5pt]

5. Démontrer que la fonction g est paire.

[1pt]

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (4.5 points)

Mr NOAH possède un champ de 475 m^2 et de forme rectangulaire dont il a oublié les dimensions ; mais il se rappelle qu'il a fallu acheter 90 m de fil barbelé pour entourer tout le champ. Il transforme ce terrain en un grand point de rencontre, un centre de divertissement et de loisir.

Avec la crise sanitaire, il souhaite mettre à la disposition des visiteurs, des masques et des gels hydro alcooliques. Il fait les achats en deux phases. Pour la première phase, il achète 3 cartons de masques et 2 cartons de gels hydro alcooliques pour un montant total de 167 000F. Dans la deuxième phase, il achète 4 cartons de masques et 3 cartons de gels hydro alcooliques pour un montant total de 238 000F. Des jeunes s'organisent pour aller visiter le centre de Mr NOAH. Pour cela, ils louent un bus à 120 000F et la facture doit être partagée équitablement entre les jeunes. Au départ, 4 jeunes s'ajoutent et chacun des participants doit alors payer 1 000F de moins.

Tâche :

1. Aider Mr NOAH à déterminer les dimensions de son champ.

[1.5pts]

2. Déterminer le prix d'un carton de masques et le prix d'un carton de gels hydro alcooliques.
[1.5pts]

3. Déterminer le nombre de participants à la visite et la somme à payer par chacun.

[1.5pts]

MINESEC	EVALUATION HARMONISEE DE LA 3^{ème} SEQUENCE		ANNEE SCOLAIRE 2020/2021	
LYCEE BILINGUE DE NJOMBE	DEPARTEMENT MATHEMATIQUES	EPREUVE DE MATHEMATIQUES	1^{ère} AA et ABI	Durée : 1h30 Coef :2

« L'épreuve comporte trois parties indépendantes que le candidat traitera avec soin. »

PARTIE A RESSOURCES 15.5pts

EXERCICE I 06pts

- Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système d'équation suivant : $\begin{cases} x + y = 90 \\ 9x + 97y = 4330 \end{cases}$ 1.5pt
- Un commerçant se souvient d'avoir vendue à une date, 90 articles constitués uniquement de plats et de casseroles. La recette correspondante à cette vente était de 21 650fcfa. On désigne par x le nombre de plats et par y le nombre de casseroles vendus ce jour-là.
 - Sachant que ce commerçant vendait ce jour-là un plat à 45 frs et une casserole à 485 frs, justifié que x et y vérifient le système : $\begin{cases} x + y = 90 \\ 9x + 97y = 4330 \end{cases}$ 1pt
 - En déduire le nombre de plats et de casseroles vendus ce jour-là 1pt
 - Ces casseroles coûtent aujourd'hui 550 frs la pièce après une augmentation de $t\%$ où t est un nombre rationnel.
 - Justifier que t est une solution de l'équation $485 + 4,85t = 550$ 1.5pt
 - En déduire la valeur approchée de t à 0.1 près. 1pt

EXERCICE II 06pts

Pour chaque série de proposition ci-dessous, une seule réponse est exacte. Choisir la lettre correspondant à la bonne réponse. Vous présenterez sous la forme d'un tableau.

- L'ensemble de définition de la fonction $f(x) = \frac{2}{3}x^3 + 3x - 7$ est :
 - $\mathbb{R} - \{3\}$
 - $[0; +\infty]$
 - $\mathbb{R}$
 - $\emptyset$
- Le système (S) : $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 3x + 2y = 1 \end{cases}$ a pour ensemble solution :
 - $\{(-1; 1)\}$
 - $\{1; -1\}$
 - $\{(1; -1)\}$
 - $\{-1; 1\}$
- Soit la fonction f définie sur $I = [-2; 4]$ par $f(x) = \frac{3x}{x^2 - 2}$ est :
 - Paire
 - impaire
 - ni Paire, ni impaire
- L'ensemble solution de l'équation $\frac{x}{x-3} = \frac{2x-1}{x-3}$ est :
 - $\{3\}$;
 - $\{\frac{1}{2}\}$;
 - $\{1\}$;
 - $\{1; 3\}$.
- L'inéquation $2x^2 - 5x \leq -2$ admet pour ensemble solution :
 - $[1; 2]$
 - $[\frac{1}{2}; 2]$
 - $[\frac{-1}{2}; -2]$
 - $[-3; 2]$
- L'équation $-x^2 + x - 9 = 0$
 - possède une solution unique
 - n'a pas de solution
 - possède deux solutions distinctes

EXERCICE III 03.5pts

- On considère les fonctions suivantes A- $f(x) = \frac{3x-1}{x+2}$; C- $g(x) = x^2 + 4x - 5$
- Donner le domaine de définition des fonctions $f(x)$ et $g(x)$ 0.5pt×2
 - Déterminer l'image de 3 par la fonction $f(x)$ 0.5pt
 - Montrer que la droite $x = -2$ est axe de symétrie à la courbe de f 1pt
 - Montrer que le point $A(-\frac{2}{3})$ est centre de symétrie a la courbe de g 1pt

« Une démonstration n'est pas autre chose que la résolution d'une vérité en d'autres vérités déjà connues »

Jean aime les animaux. Dans sa cour il ya des canards et des chèvres. On y dénombre 34 têtes et 108 pattes. Il a acheté à 5832F un poste radio qui coutait 5000F et qui a subi deux hausses successives de $x\%$. Par ailleurs il possède un champ rectangulaire d'aire 800m^2 et dont la longueur dépasse la largeur de 20m.

Taches

- | | |
|--|--------------|
| 1. Trouver les dimensions de son champ. | 1,5pt |
| 2. Déterminer le nombre d'animaux de chaque espèce | 1,5pt |
| 3. Déterminer la valeur du taux x . | 1,5pt |

« Bonne Chance, Bonne et Heureuse Année de l'an de grâce 2021 »

Classe : $P^{\text{ère}}$ A ₄	EPREUVE DE MATHÉMATIQUES	Durée : 02h	Coef : 2
--	--------------------------	-------------	----------

Devoir Surveille N°4:

NB : La qualité de la rédaction entrera dans l'évaluation de la copie du candidat.

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES

15 points

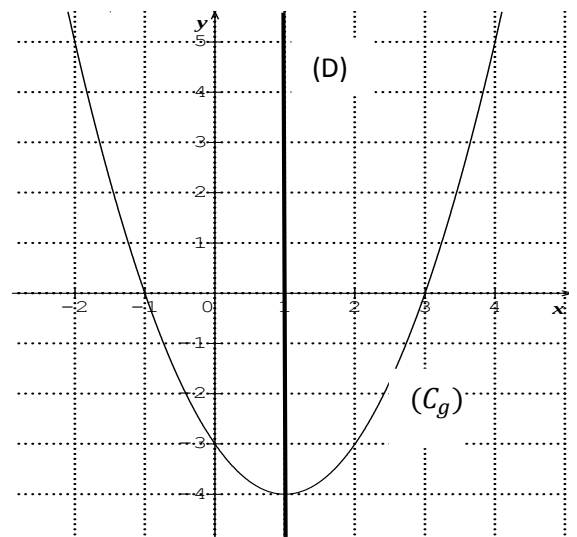
Exercice 1. 05 points

- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $x^2 + 28x - 60 = 0$. 0,75pt
 - Déduire la résolution dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation : $x^2 + 28x - 60 \geq 0$. 0,75pt
 - Trouver si possible deux nombres dont la somme vaut -28 et le produit -60 . 0,75pt
- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\frac{3x+10}{x+1} = -2$. 0,75pt
- Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ le système d'équation : $\begin{cases} a + b = 12 \\ 3a - 9 = 20 - 2b \end{cases}$. 1pt
 - En déduire le couple $(x; y)$ solution du système : $\begin{cases} (x^2 + 4) + (y + 9) = 12 \\ 3(x^2 + 4) - 9 = 20 - 2(y + 9) \end{cases}$. 1pt

Exercice 2. 04,75 points

La représentation graphique (C_g) ci-contre est celle d'une fonction g définie sur $[-2; 4]$. Par lecture graphique, répondre aux questions ci-dessous.

- Déterminer la limite de g en 4. 0,5pt
- Déterminer $g(0)$ et $g(1)$. 0,5pt
- La fonction g est-elle continue sur $[-2; 4]$? Justifier. 0,75pt
- Résoudre dans $[-2; 4]$ l'équations et l'inéquation : $g(x) = 0$ et $g(x) < -3$. 1pt
- Que représente la droite (D) d'équation $x = 1$ pour la courbe (C_g) ? 0,5pt
- Donner le sens de variation de g sur $[-2; 1]$ et sur $[1; 4]$. 0,5pt
- Sachant que $g(x) = x^2 - 2x - 3$, Calculer sa dérivée $g'(x)$ et étudier son signe. 1pt



Exercice 3. 05,25 points

On donne la fonction f définie sur $D = [-2; -1[\cup]-1; 4]$ par $f(x) = \frac{x-4}{x+1}$. On désigne par (C_f) la courbe représentative de f .

- Calculer $f(-2)$ et $f(4)$. 1pt
- Calculer les limites de f à gauche et à droite en -1 , puis en déduire l'équation de l'asymptote verticale à (C_f) . 1,5pt
- Justifier que f est dérivable sur D et montrer que pour tout $x \in D$, $f'(x) = \frac{3}{(x+1)^2}$. 1pt
- Donner le signe de $f'(x)$ et déduire le sens de variation de f sur D . 1pt
- Ecrire une équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse $x_0 = 0$. 0,75pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES

04,5 points

Situation : Déployer un raisonnement logique et communiquer à l'aide du langage mathématique en faisant appel aux extrémums relatifs, équations et système d'équations pour déterminer des quantités et des dimensions d'un terrain.

L'entreprise TOYOTA répare et vend des voitures. La capacité maximale de vente est de 60 voitures par mois et le bénéfice réalisé par la vente de x voitures est donné (en millions de francs) par $B(x) = -x^2 + 60x + 528$. Le chef d'entreprise aimerait savoir le nombre de voiture à vendre pour réaliser un bénéfice maximal.

Dans le but de réaliser comme projet après deux ans l'agrandissement de son usine de réparation; le chef d'entreprise a placé une somme de 1500000 FCFA dans une première banque au taux d'intérêt annuel de $x\%$; après un an, il décide de retirer son capital ainsi que les intérêts pour placer dans une nouvelle banque qui lui propose un taux d'intérêts annuel $(x + 2)\%$; et après un an ce chef d'entreprise perçoit de cette nouvelle banque un montant de 1848000 FCFA.

M. ATEBA et Mme Ella sont deux employés de cette entreprise qui aiment aussi bien la musique classique. Un soir de retour de leur service, ils décident d'aller assister à un concert payant chacun avec sa famille ; la famille ATEBA composée de deux adultes et de trois enfants paye 9800Fcfa tandis que Mme Ella accompagné de ses quatre enfants a payé 8900Fcfa.

Tâches :

1. Déterminer le nombre de voiture à vendre pour que le bénéfice soit maximal. 1,5pt
2. Déterminer le taux d'intérêts de chacune des banques. 1,5pt
3. Déterminer le prix d'un billet d'entrée pour enfant et celui d'un billet d'entrée pour adulte. 1,5pt

Présentation : 0,5pt

Épreuve de Mathématiques**PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES [15 Points]****Exercice 1 [3 Points]**

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation et l'inéquation suivantes :

a) $-x^2 - 2x + 3 = 0$ b) $-x^2 - 2x + 3 \leq 0$ [1pt+0,5pt=1,5 pt]

2. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système d'équations suivant : $\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 3x + 4y = 10 \end{cases}$. [1,5 pt]

Exercice 2 [6 Points]

On considère la fonction g définie sur $[-4; 2]$ par $g(x) = -x^2 - 2x + 3$

1. calculer $g'(x)$ et dresser le tableau de variation de g [1ptX2=2pts]

2. Préciser l'extrémum de g . [0,5pt]

3. Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe de g au point d'abscisse 1. [1pt]

4. Déterminer les coordonnées des points de rencontre de la courbe de g avec l'axe des ordonnées puis, avec l'axe des abscisses. [1pt]

5. Tracer (T) et la courbe de g sur un repère orthonormé. [1,5 pt]

Exercice 3 [6 Points]

On considère la fonction f définie sur $[-2; 6]$ par $f(x) = \frac{2x - 6}{2 - x}$.

1. Déterminer le domaine de définition D_f de la fonction f sous forme d'intervalles. [1pt]

2. Calculer les limites de f aux bornes de D_f . [1pt]

3. Dédire une équation d'une asymptote (D) à la courbe (C_f) de f . [0,5 pt]

4. Calculer la dérivée de f et dresser le tableau de variation de f . [1pt]

5. Déterminer les coordonnées des points de rencontre de la courbe de f avec l'axe des ordonnées puis, avec l'axe des abscisses. [1,5pt]

6. Tracer (D) et (C_f) sur un repère orthonormé. [1pt]

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES [5 Points]

En rentrant des classes, Noa achète deux pains et cinq galettes à 225 Fr; Obono achète dans cette même boutique A trois pains et quatre galettes à 250 Fr. Ngambi achète à 625 Fr dans une autre boutique B huit beignets constitués des beignets soufflets dont l'un coûte 125 Fr et des beignets au lait donc l'un

coûte 50 Fr. Une troisième boutique C rectangulaire d'aire $49m^2$ et de périmètre $28m$ attire l'attention de Meka qui dit qu'elle est carrée.

1. Déterminer le prix d'un pain et d'une galette dans la boutique A. [1,5pt]

2. Déterminer le nombre de beignets soufflets et au lait achetés par Ngambi . [1,5pt]

3. Meka a-t-il raison ? [1,5pt]

Présentation (bonne rédaction ; absence de fautes ; bonne écriture ; absence de tâches) [0,5 pt]

Examineur : NGUEFO Amour , *PLEG mathématiques*

Ministère des enseignements secondaires	GROUPE DE REPETITION LA REUSSITE LIEU : ECOLE PUBLIC DE NEW- TOWN Tel : 698195025 / 675763407	Classe : Première C-D
Département du Nyong et So'o		FEVRIER 2021
Epreuve de Mathématiques		Durée : 3h coefficient: 6/4

Exercice 1 : (Première C et D)

4,5pts

Parmi les questions suivantes, une seule proposition est correcte parmi les celles qui vous sont proposées. Recopier le numéro de la question ainsi la lettre correspondante a la bonne proposition. Réponse juste

0,75pt pas de réponse ou réponse fausse **Opt.**

- La suite (u_n) définie par $u_n = 3^{2n} \times 5^n$ est une suite géométrique de raison :
a. 45. b. 15. c. 9. d. 5. e. Aucune repose juste.
- La limite en $+\infty$ de la fonction f définie par $f(x) = \frac{-3x+5x^3-2}{x^4-x^3}$ est égale à :
a. -5 . b. $+\infty$. c. $-\infty$. d. 0. e. Aucune repose juste.
- La limite en 2^+ de la fonction f définie par $f(x) = \frac{-3x-1}{-x+2}$ est égale à :
a. 3. b. $-\frac{1}{2}$ c. $+\infty$. d. $-\infty$. e. $-\frac{7}{4}$. f. n'existe pas.
- On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{-2x^2-x+1}{x^2+1}$ et (C_f) sa courbe représentative.
a. (C_f) possède une unique asymptote horizontale en $+\infty$ et en $-\infty$.
b. (C_f) possède une asymptote horizontale en $+\infty$ mais pas en $-\infty$.
c. (C_f) possède une asymptote horizontale en $-\infty$ mais pas en $+\infty$.
d. (C_f) possède une asymptote verticale celle de la droite d'équation $x = -1$
e. (C_f) possède deux asymptotes horizontales : une en $+\infty$ d'équation $y = 2$ et l'autre en $-\infty$ d'équation $y = -2$.
- On considère les fonctions f et g définies de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $f(x) = \sqrt{x}$ et $g(x) = \frac{x}{x-1}$. $f \circ g$ a pour ensemble de définition :
a. $] -\infty; 0] \cup]1; +\infty[$. b. $[0; 1[$ c. $[0; 1[\cup]1; +\infty[$. d. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. e. $[0; +\infty[\setminus \{0; 1\}$.
- Pour les même fonctions définies a la question 5, l'ensemble de définition de $\frac{f}{g}$ est :
a. $]0; +\infty[$. b. $[0; +\infty[$ c. $[0; 1[\cup]1; +\infty[$. d. $\mathbb{R} \setminus \{0; 1\}$. e. $[0; +\infty[\setminus \{0; 1\}$.

Exercice 2 : (Première C)

5,5pts

Soit $E = \mathbb{R}^2$. $\mathcal{B} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ la base canonique de E et $\vec{u}(x, y)$ un vecteur de E.

- Démontrer que si u et h sont des endomorphismes de E alors $u \circ h$ est aussi un endomorphisme de E. **0,75pt**
- Soit f un endomorphisme de E définie par $f(\vec{e}_1) = 3\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$ et $f(\vec{e}_2) = -5\vec{e}_1 - \vec{e}_2$.
a. Déterminer les coordonnées de $f(\vec{u})$ dans la base $\mathcal{B}$. **0,75pt**
b. Démontrer que f est un endomorphisme bijectif de E et déterminer f^{-1} . **1pt**
c. En déduire $\text{Ker} f$ et $\text{Im} f$. **0,5pt**
- Soit g un endomorphisme de E définie par $g(\vec{e}_1) = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2$ et $f(\vec{e}_2) = \vec{e}_1 - \vec{e}_2$.
a. Déterminer une base de $\text{Ker} g$ et une base de $\text{Im} g$. **1pt**

- b. Déterminer $\text{Ker}(f \circ g)$ et $\text{Im}(f \circ g)$.
 c. Comparer $\text{Ker}(f \circ g)$ et $\text{Ker}f \cap \text{Ker}g$.

1pt

0,5pt

Exercice 3 : (Première D)

5,5pts

- Déterminer les nombres réels a , b et c sachant qu'ils sont dans cet ordre les termes d'une suite arithmétique et que $\begin{cases} a + b + c = 15 \\ a^2 - b^2 + c^2 = 33 \end{cases}$ **1,5pt**
- On considère une suite géométrique (u_n) de raison positive telle que $u_5 = 2$ et $u_{11} = 128$. Et la suite (v_n) par $v_n = u_n - 3$
 - Calculer u_{2011} et u_0 . **1pt**
 - Exprimer en fonction de n la somme $S'_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$. **0,75pt**
- On considère la suite (t_n) telles que $\begin{cases} t_0 = 2 \\ t_{n+1} = \frac{t_n}{t_{n+1}} \end{cases}$ et la suite (w_n) définie par $w_n = \frac{1}{t_n}$.
 - Justifier que la suite (t_n) n'est ni arithmétique ni géométrique. **0,75pt**
 - Justifier que (w_n) est une suite arithmétique dont on déterminera la raison et le premier terme. **0,75pt**
 - Exprimer w_n puis t_n en fonction de n . **0,75pt**

Exercice 4 : (Première C et D)

5,5pts

- On considère le nombre réel $A = \cos \frac{\pi}{32} \sin \frac{\pi}{32} \cos \frac{\pi}{16} \cos \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{4}$.
 - Démontrer que pour tout nombre réel x , $\cos x \sin x \cos 2x \cos 4x \cos 8x = \frac{1}{16} \sin 16x$. **0,75pt**
 - En déduire la valeur exacte du nombre réel A . **0,5pt**
- On considère l'inéquation trigonométrique : (I): $3\tan^2 x + 2\sqrt{3} \tan x - 3 \leq 0$.
 - Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $3x^2 + 2\sqrt{3}x - 3 \leq 0$. **0,75pt**
 - Résoudre dans l'intervalle $]-\pi; \pi]$ l'équation $3\tan^2 x + 2\sqrt{3} \tan x - 3 = 0$. **1pt**
 - Placer les points M_1, M_2, M_3 et M_4 sur le cercle trigonométrique images respectives des solutions x_1, x_2, x_3 et x_4 de l'équation précédente telles que $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$. **0,5pt**
 - Donner la nature exacte du quadrilatère $M_1M_2M_3M_4$ puis déterminer les coordonnées du point G barycentre des points pondérés $(M_1, 1)$; $(M_2, -1)$ et $(M_3, 1)$. **1pt**
- Résoudre dans l'intervalle $]-\pi; \pi]$ l'inéquation (I) en plaçant les images des solutions sur un cercle trigonométrique. **1pt**

ÉVALUATION DES COMPETENCES (Première C et D)

4,5pts

Une agence de presse à la charge de la publication d'un journal hebdomadaire traitant des informations d'une communauté de communes dans le but de mieux faire connaître les différents événements qui s'y déroulent. L'agence souhaite dépasser les 4000 journaux vendus par semaine. Un sondage prévoit un accueil favorable de ce journal dans la population. Une étude de marché estime à 1200 le nombre de journaux vendu l'ors du lancement du journal avec une progression des ventes de 2% chaque semaine pour les éditions suivantes.

- Déterminer le nombre de journaux vendus 20 semaines après le début de l'opération. **1,5pt**
- A partir de combien de semaines l'agence aura atteint son objectif? **1,5pt**
- Déterminer le nombre total de journaux vendus au bout de 52 semaines. **GROUPE**

DE REPETITION LA REUSSITE

1,5pt

Examineur : M. NGAMENI



EPREUVE DE MATHEMATIQUES. PC

L'épreuve comporte deux parties indépendantes réparties sur deux pages. La qualité de la copie, la rigueur du raisonnement seront pris en compte dans l'évaluation de la copie du candidat.

Partie A : EVALUATION DES RESSOURCES : 15 points

EXERCICE I : 5points

A/ Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$. On considère le point $E(2; 0)$ et F l'image de E par la rotation de centre O et d'angle $\frac{3\pi}{4}$. I est le milieu de $[EF]$.

1. a) Faire une figure soignée et justifier que $F(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$ et que $I(\frac{2-\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2})$. 1pt
- b) Déterminer la mesure principale de l'angle $(\vec{i}; \vec{OI})$. 0,5pt
- b) Dédurre les valeurs exactes de $\cos(\frac{3\pi}{8}) = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$ et $\sin(\frac{3\pi}{8}) = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$. 1pt
- c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\sqrt{2-\sqrt{2}}\cos x + \sqrt{2+\sqrt{2}}\sin x = -1$. 1,5pt

B/ Une boîte contient trois jetons rouges, quatre jetons noirs et un jeton blanc. On tire simultanément trois jetons de cette boîte. Un jeton blanc tiré rapporte la somme de 200frs, un jeton rouge tiré rapporte la somme de 100frs et un jeton noir tiré fait perdre la somme de 50frs. Le jeu est jugé favorable si au terme des trois tirages le joueur obtient un gain positif.

Quel est le nombre de possibilités où le jeu est favorable ?

1pt

EXERCICE II : 4,5points

1. On note $G = \text{bar}\{(A; 1); (B; 1); (C; -1)\}$ et on considère l'application f du plan dans le plan qui à tout point M associe le point M' tel que $\vec{MM'} = -\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC}$.

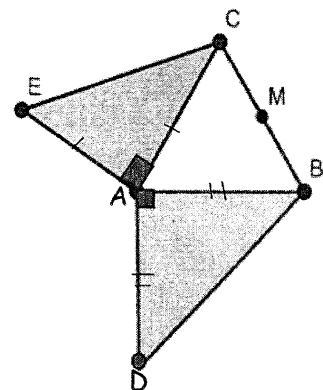
- a) Exprimer $\vec{GM'}$ en fonction de $\vec{GM}$. 0,75pt
- b) En déduire la nature de f . 0,5pt

2. ACE et ABD sont des triangles rectangles isocèles en A , M est le milieu de $[BC]$. h est l'homothétie de centre B et de rapport 2.

- a) Construis l'image A' de A par h . 0,75pt
- b) Montrer que $(A'C)$ et (AM) sont parallèles. 1pt

3. r est le quart de tour direct de centre A .

- a) Déterminer l'image de la droite $(A'C)$ par r . 1pt
- b) Justifier que les droites (AM) et (ED) sont perpendiculaires. 0,5pt



EXERCICE III : 5,5 points

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{1\}$ par $f(x) = \frac{x^2+3}{x-1}$ et on note (C_f) sa courbe représentative dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. a) Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition . 1pt
 - b) Déterminer trois réels a, b et c tels que pour tout $x \neq 1$, $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$. 0,75pt
 - c) Montrer que la droite $(D): y = x + 1$ est asymptote à (C_f) . 0,5pt
 - d) Etudier la position relative de (C_f) et (D) . 0,5pt
2. a) Montrer que pour tout $x \neq 1$ $f'(x) = \frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$ f' étant la dérivée première de f , puis dresser le tableau de variation de f . 1,5pt
 - b) Tracer (C_f) , et (D) . 1,25pt

Partie B : EVALUATION DES COMPETENCES 5 points

Situation :

Pour Noël, les jumeaux Sophie et Robin ont reçu des jouets : **Sophie**, un bonhomme au bout d'un parachute et **Robin** un arc avec des flèches. Sophie se hâte de lancer son parachute du haut de leur immeuble. Au même moment, Robin, qui s'est installé au pied de l'immeuble, lance une flèche verticalement. La hauteur du parachute à l'instant t exprimé en seconde durant la descente est donnée par la fonction p définie par $p(t) = -5t + 5,2$. La hauteur de la flèche à l'instant t est donnée par la fonction f définie par $f(t) = -5t^2 + 10t$. La flèche de Robin va rencontrer le parachute de Sophie. Avec leur ami **Yves** les trois amis vont participer à un jeu. Ils conviennent qu'à chaque partie, le perdant double l'avoir de chacun des deux autres. Ils font trois parties, chacun en perd une et réalise qu'à la fin chacun a un avoir de 2400frs.

Tâches

- Tâche1 : Quelle sera la hauteur maximale que la flèche pourra t-elle atteindre ? 1,5pt
- Tâche 2 ; A quel temps la flèche va-t-elle rencontrer le parachute ? 1,5pt
- Tâche 3 : Quels étaient les avoirs initiaux de chacun des trois amis? 1,5pt

Présentation : 0,5pt



EPREUVE DE MATHÉMATIQUE

Par FOTSO JULES

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15.5points)

EXERCICE1.4pts

1-On considère l'expression

$$P(x) = (\sqrt{2} + 1)\cos^2\left(\frac{3}{2}x\right) + (\sqrt{2} - 1)\sin^2\left(\frac{3}{2}x\right) + 2\cos\left(\frac{3}{2}x\right)\sin\left(\frac{3}{2}x\right) - \sqrt{2}.$$

a) Montrer que pour tout réel x , $P(x) = \cos 3x + \sin 3x$. 0.75pt

b) En déduire que pour tout réel x , $P(x) = \sqrt{2}\cos(3x - \frac{\pi}{4})$. 0.5pt

2-a) Résoudre dans $]-\pi; \pi]$ l'équation (E) : $\cos 3x + \sin 3x = \frac{\sqrt{6}}{2}$. 0.75pt

b) Représenter les points images des solutions sur le cercle trigonométrique. 0.5pt

3- On donne les expressions $A(x) = \frac{\cos 3x}{\cos x} + \frac{\sin 3x}{\sin x}$ et $B(x) = 4(1 - \sqrt{3} \sin 2x)$ avec $x \in]0; 2\pi[$

a- Montrer que $A(x) = 4 \cos 2x$. 0.5pt

b- Résoudre dans $]0; 2\pi[$ l'équation $A(x) = B(x)$. 1pt

EXERCICE2. 6.5pts

Le plan est muni du repère $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{-2x^2 - x + 1}{2x + 3}$ et (C_g) sa courbe représentative.

1-Déterminer les réels a , b et c tels que pour tout $x \neq -\frac{3}{2}$, on a $f(x) = ax + b + \frac{c}{2x+3}$. 0.5pt

2-Pour tout $x \neq -\frac{3}{2}$, calculer $f'(x)$ et étudier le signe de $f'(x)$. 1pt

3-Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. 1pt

4-Drésser le tableau de variation de f . 1pt

5-a) Démontrer que la droite $(D) : y = -x + 1$ est asymptote à (C_g) en $-\infty$ et $+\infty$. 0.5pt

b) Donner l'équation de l'autre asymptote. 0.25pt

6-Etudier le signe de $f(x) - (-x + 1)$ et en déduire les positions relatives de (D) et de (C_g) .

7-Préciser les points d'intersection de (C_g) avec les axes de coordonnées. 0.5pt

8-Tracer (C_g) . 0.75pt

9-Démontrer que le point $\Omega(-\frac{3}{2}; \frac{5}{2})$ est centre de symétrie de (C_g) . 0.5pt

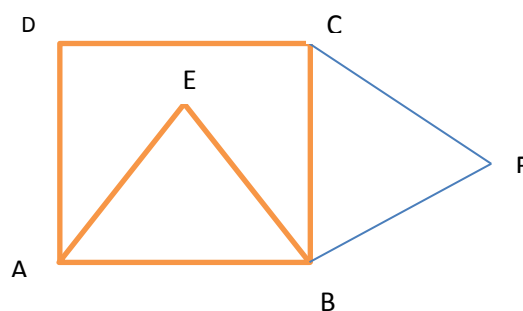
10-Soit la fonction définie par $h(x) = \frac{-2x^2 - |x| + 1}{2|x| + 3}$ et (C_h) sa courbe représentative.

a) Exprimer $h(x)$ à l'aide de $f(x)$. Exprimer comment déduire (C_h) de (C_f) . 0.75pt

b) Construire (C_h) . 0.5pt

EXERCICE3. 5pts

On considère la figure ci-contre où $ABCD$ est un carré direct. ABE et BFC sont des triangles équilatéraux directs. I et J sont des milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[CF]$. P et Q sont des points tels que $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AQ} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$; t est la translation de



Vecteur $\overrightarrow{CD}$ et r la rotation de centre B et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

- 1-Reproduire cette figure, puis construire P,Q,I, J $G=r(D)$ et H le point d'intersection des droites (EI) et (BJ). 1pt
- 2-Déterminer $r(E)$ et $r(F)$. 0.5pt
- 3-En admettant que G,A et C sont alignés, montrer que les points D,E et F le sont aussi. 0.75pt
- 4-Déterminer la droite (Δ) telle que $t = S_{EI}oS_{\Delta}$ et $r = S_{\Delta}oS_{BI}$, puis donner la nature et les éléments caractéristiques de tor . 1pt
- 5-Ecrire P et Q comme barycentre des points A,B et D. 0.5pt
- 6-En déduire que les points P,Q et C sont alignés. 0.5pt
- 7-Déterminer l'ensemble (δ) des points M du plan tels que les vecteurs $2\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM}$ et $3\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{DM}$ soient colinéaires. 0.5pt
- 8- Déterminer l'ensemble (γ) des points M du plan tels que : $\|2\overrightarrow{AM} - 2\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{DM}\| = \|3\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{DM}\|$ 0.5pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (4.5points)

Le conseil d'établissement TATIE voudrait viabiliser un espace libre de son site en y construisant un stade de Volley-ball, un stade de hand-ball et une piste d'athlétisme.

Le stade de hand-ball est délimité par les points images sur le cercle trigonométrique des solutions sur $]0; 2\pi[$ de l'équation (E) : $1 + 2 \sin x \cdot \cos x - 2 \cos 2x = 0$, l'unité étant 12 mètres. Pour éviter que la pelouse soit submergée de boue, le conseil a décidé de la daller à l'aide du sable et du ciment : le sable est vendu à 600Frs le seau de 15 litres et un seau peut couvrir un espace de $0,5 \text{ m}^2$. Un sac de ciment coutant 5 700Frs, peut couvrir 3 m^2 de surface.

Le stade de volley-ball est délimité par trois bornes dans le plan muni du repère orthonormé (O ; I ; J) représentées par les points E(20 ; -50) ; F(75; 25) et G(15 ; 0) , le conseil décide de recouvrir cette surface du gazon synthétique , n mètres carrés de gazon synthétique coute environ 36400fcfa où n est la solution de l'équation $4 + \sqrt{x - 2} = x$.

S'agissant de la piste d'athlétisme, elle est délimitée dans le plan autour d'une portion ayant la forme d'un triangle équilatéral ABC de côté 10 m et représentée par l'ensemble des points M tels que $15 \leq \|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| \leq \|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}\|$. Le conseil désire protéger cette piste en y installant des panneaux publicitaires le long des abords des deux pistes. Deux pieds de panneaux publicitaires permettent de recouvrir 0,15m de long et un pied coute 750Frs.

Tâches :

- 1) Déterminer le budget à prévoir par le conseil pour la construction du stade de hand-ball.
- 2) Déterminer le budget à prévoir par le conseil pour la construction du stade de volley-ball.
- 3) Déterminer le budget à prévoir par le conseil pour embellir la piste d'athlétisme.

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Evaluation : Trim 02	Année 2020/2021	Coefficient : 6	Classe : 1 ^{ère} C	Durée : 3h
Examineur : AZEBAZE TSAMO Théophile				

Partie A/ ÉVALUATION DES RESSOURCES / 15 pts

EXERCICE 1 : 05 points

A/ L'unité de longueur est le centimètre et ABC est un triangle rectangle en A tel que $AB = 3$ et $AC = 4$; G est le barycentre des points pondérés $(A ; 2)$; $(B ; -5)$ et $(C ; 2)$. H est le point du plan tel que $\overrightarrow{BH} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{BA}$.

- Démontrer que les points C ; G et H sont alignés (0,75pt)
- Placer les points G et H sur la figure. (0,5pt)
- Donner la nature et les éléments caractéristiques de l'ensemble (Σ) des points M du plan tel que : $CM^2 + AM^2 = 34$. (0,75pt)
- Tracer (Σ) . (0,5pt)

B/ Mme Aicha est au volant d'une voiture et aborde une piste sur un plan incliné de pente 15% avec une vitesse instantanée $V(t)$ en fonction du temps t (en s) .

Sa distance parcourue $d(t)$ en fonction du temps t est donnée par la relation $d(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + 5t$; (en m) en supposant qu'elle entame son voyage au pied de ce plan incliné ; où $g = 9,8 \text{ m}^2/\text{s}$ est la pesanteur au lieu du mouvement.

- Montrer que la boîte à vitesse de Mme Aicha indique une vitesse initiale de 5 m/s ; (0,5pt)
- Trouver la vitesse V_1 de Mme Aicha après 10 secondes de parcours. (0,75pt)
- Exprimer $V(t)$ en fonction du temps t (en s) . (1,25pt)

EXERCICE 2 : 04 points

Un clavier de 12 touches permet de composer le code d'entrée d'un immeuble, à l'aide d'une lettre suivi d'un nombre de 4 chiffres distincts ou non.

1	2	3	0
4	5	6	9
A	B	C	D

- Combien de codes différents peut-on former ? (1 pt)
- Combien y a-t-il de codes sans le chiffre 1 ? (0,75 pt)
- Combien y a-t-il de codes comportant au moins une fois le chiffre 1 ? (0,75 pt)
- Combien y a-t-il de codes comportant des chiffres distincts ? (0,75 pt)
- Combien y a-t-il de codes comportant au moins deux chiffres identiques ? (0,75 pt)

EXERCICE 3 : 06 points

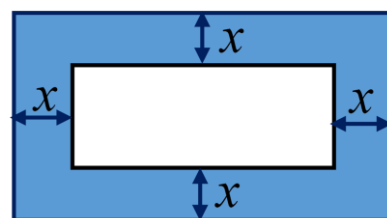
On considère la fonction f définie par : $f(x) = \frac{2x^2 - 3x}{2x - 4}$ et on note (C_f) sa courbe représentative dans un repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ orthonormé. Désignons par f' est la fonction dérivée de f .

- 1) a) Quel est le domaine D_f de la fonction f ? (0,25pt)
 b) Calculer les limites aux bornes du domaine D_f de la fonction f ; (1pt)
- 2) a) Montrer que $\forall x \in D_f ; f'(x) = 1 - \frac{1}{x-2}$; (0,75pt)
 b) Dresser le tableau de variation de la fonction f ; (1pt)
- 3) Déterminer les points de rencontre de (C_f) avec les axes du repère. (0,75pt)
- 4) a) Déterminer les nombres réels a ; b et c tels que $\forall x \in D_f ; f(x) = ax + b + \frac{c}{x-2}$; (0,75pt)
 b) En déduire que la droite $(\Delta): y = x + \frac{1}{2}$ est asymptote à (C_f) . (0,75pt)
- 5) Montrer que le point $\Omega\left(2 ; \frac{5}{2}\right)$ est le centre de symétrie pour (C_f) ; (0,75pt)

Partie B/ EVALUATION DES COMPETENCES / 4,5 Points

Observe la figure ci-contre :

M. Abdoul possède un jardin de forme rectangulaire ayant pour longueur 4 dam et pour largeur 3 dam. Il veut agrandir ce jardin à une superficie de 552 dam² en ajoutant une parcelle d'épaisseur x dam comme l'indique la figure (**Fig 2**).



(Fig 2)

Son aîné **Aboubacar**, élève en classe de Première se rend chez un libraire pour acheter trois livres (un livre de Mathématiques ; un livre de Physique et un livre d'Anglais). Sur les livres, sont affichés les prix par feuille suivants : **Mathématiques** (25 FCFA) ; **Physique** (20 FCFA) ; **Anglais** (15 FCFA) etc... Il dépense au total la somme de **14 400 FCFA** tout en réalisant que tous ces trois livres ont au total 1470 pages toutes non vierges et que le livre de Mathématiques possède 15 feuilles de moins que celui de Physique.

M. Abdoul et **Aboubacar** se livrent à un jeu en propulsant verticalement une boule du sol. Cette boule est alors animée d'un mouvement rectiligne et la loi horaire est donnée approximativement par : $f(t) = -4,5t^2 + 14,7t$ jusqu'à ce qu'elle touche le sol à nouveau en retombant ; avec $f(t)$ la distance parcourue en mètre par la boule.

Tâche 1 : Quelles sont les valeurs possibles de x ? (1,5pt)

Tâche 2 : Quel est le prix d'un livre de mathématiques ? (1,5pt)

Tâche 3 : Quelle est la distance maximale parcourue par cette boule ? (1,5pt)

Présentation : 0,5pt

« La réussite, c'est au bout de l'effort! »

EPREUVE N°4 DE MATHÉMATIQUES

Proposée par : M. MAHAMETTE A.

Partie A : Evaluation des ressources 15,5 points

Exercice 1 : 6,5 points

Soit f la fonction numérique définie par $f(x) = \frac{x^2}{|x|-2}$. On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. Préciser D_f , puis calculer les limites de f aux bornes de ce domaine. 1pt
2. Étudier la continuité et la dérivabilité de f en 0. 1pt
 - a) Déterminer trois réels a , b et c tels que pour tout $x \geq 0$, $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-2}$ 0,5pt
 - b) De même, trouver trois réels a' , b' et c' tels que pour tout $x \leq 0$, $f(x) = a'x + b' + \frac{c'}{x+2}$ 0,5pt
 - c) Dédire que (C) admet 4 asymptotes dont on donnera les équations, puis étudier la position relative de (C) par rapport à ses asymptotes obliques. 1pt
3. Montrer que f est une fonction paire et étudier ses variations sur $[0; +\infty[$. 1pt
4. Dresser alors le tableau de variation de f sur son domaine de définition. 0,5pt
5. Tracer soigneusement la courbe (C) . 1pt

Exercice 2: 2,5 points

Soit E un espace vectoriel de dimension deux dont une base est $\mathcal{B} = (\vec{i}; \vec{j})$; soit f un endomorphisme de E tel que $\forall \vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} \in E, f(\vec{u}) = [ax + (1-a)y]\vec{i} + [bx + (1-b)y]\vec{j}$.

1. Détermine la matrice de f dans la base $\mathcal{B}$. [0,25pt]
2. Déterminer une condition sur a et b pour que f soit un automorphisme de E . [0,5pt]
3. On suppose dans la suite que $a = b = \frac{1}{3}$.
 - (a) Détermine $\text{Ker } f$ et $\text{Im } f$. On précisera une base $\vec{e}_1$ de $\text{Ker } f$ et une base $\vec{e}_2$ de $\text{Im } f$. [1pt]
 - (b) Montre que $(\vec{e}_1; \vec{e}_2)$ est une base de E , puis détermine la matrice de f dans cette base. [0,75pt]

Exercice 4 : 5 points

- I) Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$. Soit f la transformation du plan qui à tout point $M(x; y)$ associe le point $M'(x'; y')$ tel que : $\begin{cases} x' = -2x + 3 \\ y' = -2y + 3 \end{cases}$
 1. Déterminer les coordonnées de l'unique point Ω , invariant par f . 0,5pt
 2. Etablir une relation vectorielle entre les vecteurs $\overrightarrow{\Omega M'}$ et $\overrightarrow{\Omega M}$. 0,5pt
 3. En-dédire la nature et les éléments caractéristiques de f . 0,5pt
 4. Déterminer l'expression analytique de la réciproque f^{-1} de f . 0,5pt
 5. Soit (C) le cercle de centre $A(1, 0)$ et de rayon 3.
 - a) Donner une équation cartésienne de (C) . 0,5pt
 - b) Déterminer une équation de (C') , image de (C) par f . 0,5pt
 - c) Donner la nature et les éléments caractéristiques de (C') . 0,5pt
- II) ABCD est un losange de sens direct tel que $\text{mes } \hat{A} = \frac{\pi}{3}$
 1. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques des transformations suivantes : $f = S_{(BC)} \circ S_{(AD)}$ et $g = S_{(CD)} \circ S_{(AB)}$. 1pt
 2. Démontrer que $f \circ g = \text{rot}_{AC}$ 0,5pt

Exercice 2 : 2,5 points

ABCDEFGH est un cube de base ABCD et EFGH

- | | |
|---|-------|
| 1) Justifier que la droite (AD) est orthogonale au plan (ABF) . | 1pt |
| 2) En déduire que les droites (AD) et (BE) sont orthogonales | 0,5pt |
| 3) En déduire que les plans (AEF) et (BDC) sont perpendiculaires. | 0,5pt |
| 4) Démontrer que les droites (EF) et (BG) sont orthogonales. | 0,5pt |

Partie B: Evaluation des Compétences 4,5 points

Le conseil d'établissement d'un Lycée de la place voudrait viabiliser un espace libre de son site en y construisant un stade de Volley-ball, un stade de hand-ball et une piste d'athlétisme.

Le stade de hand-ball est délimité par les points images sur le cercle trigonométrique des solutions sur $[0 ; 2\pi[$ de l'équation (E) : $1 + 2\sin x \cdot \cos x - 2\cos 2x = 0$, l'unité étant 12 mètres. Pour éviter que la pelouse soit submergée de boue, le conseil a décidé de la daller à l'aide du sable et du ciment : le sable est vendu à 600Fr le seau de 15 litres et un seau peut couvrir un espace de $0,5 \text{ m}^2$. Un sac de ciment coûtant 5 700Fr, peut couvrir 3 m^2 de surface.

Le stade de volley-ball est délimité par trois bornes dans le plan muni du repère orthonormé $(O ; I ; J)$ représentées par les points $E(20 ; -50)$; $F(75 ; 25)$ et $G(15 ; 0)$, le conseil décide de recouvrir cette surface du gazon synthétique, n mètres carrés de gazon synthétique coûte environ 36 400Fr où n est la solution de l'équation $4 + \sqrt{x - 2} = x$.

S'agissant de la piste d'athlétisme, elle est délimitée dans le plan autour d'une portion ayant la forme d'un triangle équilatéral ABC de côté 10 m et représentée par l'ensemble des points M tels que

$15 \leq \|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| \leq \|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}\|$. Le conseil désire protéger cette piste en y installant des panneaux publicitaires le long des abords des deux pistes. Deux pieds de panneaux publicitaires permettent de recouvrir 0,15m de long et un pied coûte 750Fr.

Tâches :

- 1) Déterminer le budget à prévoir par le conseil pour la construction du stade de hand-ball.
- 2) Déterminer le budget à prévoir par le conseil pour la construction du stade de volley-ball.
- 3) Déterminer le budget à prévoir par le conseil pour embellir la piste d'athlétisme.

L'épreuve comporte 2 parties A et B tous obligatoires.

Partie A : Évaluation des ressources 15 points

Exercice 1 : 5 points

On considère la fonction numérique d'une variable réelle f définie par $f(x) = \frac{2x^2+|x|-1}{|x|-1}$ et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthogonal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ où $||\vec{i}|| = 2||\vec{j}|| = 1\text{cm}$.

1. Montrer que l'ensemble de définition de f est $D_f =]-\infty; -1[\cup]-1; 1[\cup]1; +\infty[$. [0.5 pt]
2. Montrer que f est une fonction paire puis donner une interprétation graphique du résultat. [0.5 pt]
3. Écrire $f(x)$ sans le symbole valeur absolue puis étudier la dérivabilité de f en 0. [0.5 pt]
4. Montrer que pour tous x de $[0; 1[\cup]1; +\infty[$, $f(x) = 2x+3+\frac{2}{x-1}$ puis montrer que la droite $(D) : y = 2x+3$ est asymptote à (C_f) en $+\infty$. [0.75 pt]
5. Étudier les variations de f sur $[0; 1[\cup]1; +\infty[$ puis dresser son tableau de variation. [0.75 pt]
6. Tracer la courbe (D) et (C_f) sur (D_f) . [1 pt]
7. Discuter graphiquement suivant les valeurs du paramètre réel m du nombre de solutions de l'équation $2x^2 + (1-m)|x| + m - 1 = 0$ [1 pt]

Exercice 2 : 5 points

$ABCD$ est un carré direct de centre O de côté 5cm . On désigne par J le milieu du segment $[BC]$, r la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$; r' la rotation de centre A et d'angle $-\frac{\pi}{2}$ et t la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$.

1. (a) Déterminer les droites (D) et (D') telle que :
 $t = S_{(OJ)} \circ S_{(D)}$, $r = S_{(D')} \circ S_{(OJ)}$ et $r' = S_{(AB)} \circ S_{(D')}$. [0.5 pt]
- (b) En déduire la nature et les éléments caractéristiques des transformations :
 $R = r \circ t$, $T_1 = r' \circ r$ et $T_2 = r' \circ r \circ t$ [1.5 pt]
2. On muni le plan du repère $(A; B; D)$. On considère l'homothétie h de centre $E(1; 2)$ et de rapport 2 et t' la translation de vecteur $\vec{u}(2; -1)$.
 - (a) Déterminer les expressions analytiques de h et t' . [1 pt]
 - (b) Déterminer l'expression analytique de $g = t' \circ h$ puis déduire sa nature et ses éléments caractéristiques. [0.75 pt]
3. (a) Montrer que le point D est le barycentre des points pondérés $(A; 1)$, $(B; -1)$ et $(C, 1)$. [0.25 pt]
- (b) Déterminer l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que $||\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|| = \frac{5\sqrt{2}}{2}$. [0.5 pt]
- (c) Vérifier que $O \in (\Gamma)$, puis construire (Γ) . [0.5 pt]

Exercice 3 : 5 points

1. Le plan vectoriel E est rapporté à une base $(\vec{i}, \vec{j})$. Soit f l'application de E vers E définie pour tout vecteur $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ par $f(\vec{u}) = (2x - y)\vec{i} + (-4x + 2y)\vec{j}$. Soient $\vec{e}_1 = \vec{i} + 2\vec{j}$ et $\vec{e}_2 = \vec{i} - 2\vec{j}$
 - (a) Montrer que f est un endomorphisme de E et donner sa matrice M dans la base $(\vec{i}, \vec{j})$. [0.75 pt]
 - (b) Déterminer $\text{Ker } f$ et $\text{Im } f$ et préciser leurs base. [1 pt]
 - (c) Montrer que $(\vec{e}_1; \vec{e}_2)$ est une base de E . [0.25 pt]
 - (d) Montrer que $f(\vec{e}_2) = 4\vec{e}_2$ puis donner la matrice M' de f dans la base $(\vec{e}_1; \vec{e}_2)$. [0.75 pt]

2. On muni le plan euclidien d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$. Soient $(\mathcal{C})$ le cercle de centre O et de rayon $\sqrt{3}$ et $(\mathcal{C}')$ le cercle de centre $O'(0; 2)$ et de rayon 1.
- (a) Démontrer que les cercles $(\mathcal{C})$ et $(\mathcal{C}')$ sont sécants en deux points A et B dont on précisera les coordonnées. (prendre A le point d'abscisse positif) [1 pt]
- (b) Écrire les équations normales des tangentes (T) et (T') respectivement à $(\mathcal{C})$ et $(\mathcal{C}')$ au point A . [1 pt]
- (c) Démontrer (T) et (T') sont perpendiculaires. [0.25 pt]

Partie B : Évaluation des Compétences 5 points

Situation : Trois amis : TAMBE, TAKAM et ATEBA jouent ensemble. Ils conviennent qu'à la fin de chaque partie, le perdant double l'avoir de chacun des deux autres joueurs. Après trois parties où chacun en a perdu une, chaque joueur a un avoir de 5000F . TAMBE a perdu en premier, puis TAKAM en second. Lors d'une réunion de famille, M. TAMBE voudrait constituer un bureau formé d'un censeur et d'un rapporteur de la réunion choisies successivement. Il a 9 enfants et tous veulent postuler à ces postes. On admet qu'il n'y a pas cumul de poste et on suppose que n des 9 candidats sont des filles (n étant un entier naturel inférieur à 5). Après une petite réflexion M. TAMBE se rend compte qu'on peut constitué 40 bureaux ayant exactement en son sein une fille chacun. L'ainé de la famille de M.TAMBE est un électricien auto. Un client lui confie une batterie complètement déchargée. Cette batterie doit être chargée à 12 volts et la relation entre la charge et le temps t en seconde est donnée par $u(t) = 12\sqrt{2}\sin t$

Tâches :

1. Déterminer l'avoir de chacun des trois amis au début du jeu. [1.5 pt]
2. Combien de filles M. TAMBE possède-t-il ? [1.5 pt]
3. A quel temps de l'intervalle $[0; \frac{\pi}{2}[$ le client trouvera-t-il satisfaction ? [1.5 pt]
- Présentation :** [0.5 pt]

"L'école n'est pas un art mais une étude, il suffit de faire les efforts pour être le meilleur."

Bonne chance!!!

COLLEGE PRIVE LAIC YMELLE

Durée	Epreuve	Coef	Durée	Classe	Année Scolaire
Séquence 4	Mathématiques	04	3h00	1 ^{ère} D&TI	2020/2021

présentation et le soin apportés à la copie seront pris en compte dans l'évaluation de la copie.

PARTIE A : Utilisation des ressources

(15,5 points)

Exercice 1 : 3.5pts

- En remarquant que $\frac{7\pi}{12} = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$ calculer les valeurs exactes de $\cos(\frac{7\pi}{12})$ et $\sin(\frac{7\pi}{12})$. 1pt
- Résoudre dans $] -\pi ; \pi]$, l'équation (E) : $\sqrt{3}\cos x + \sin x = \sqrt{2}$. 0.75pt
- Résoudre dans $] -\pi ; \pi]$, les inéquations $\sqrt{3}\cos x + \sin x \leq \sqrt{2}$ et $\tan x \geq -\sqrt{3}$. 0.5pt + 0.75pt
- i) Pour tout réel x , $\cos(-x + \frac{\pi}{2})$, est égale à :
 a) $\cos(-x)$ b) $\cos(-\frac{\pi}{2})$ c) $\sin x$ d) $\sin(-\frac{\pi}{2})$. 0.5pt
 ii) Soit $x \in]\frac{\pi}{2}; \pi[$ tel que $\cos x = -\frac{1}{3}$, alors $\sin x$ égale à :
 a) $\frac{-2\sqrt{2}}{3}$ b) $-\frac{2}{3}$ c) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. 0.5pt

Exercice 2: 6.5pts

- a. Définir : f est une fonction dérivable en un point a ; f est une fonction continue en un point a . ($a \in \mathbb{R}$). 0.5pt+0.25pt
 b. Soit h la fonction définie par $h(x) = |x - 2|$ étudie la dérivabilité de h en 2 et déduire éventuellement les équations des tangentes ou demi-tangentes. 1.5pt
- Soit f la fonction numérique d'une variable réelle définie par $f(x) = \frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2}$, f Est-elle prolongeable par continuité en 2 ? Si oui définir ce prolongement. 1pt
- La fonction $g : \mathbb{R} \setminus \{5\} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $g(x) = \frac{2x-1}{5-x}$ est -elle bijective ? si non que faut-il pour qu'elle soit bijective et dans ce cas définir sa bijection réciproque g^{-1} . 1.25pt
- ABC est un triangle I, J et K sont 3 points tels que $\overrightarrow{IB} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{CI}$, $\overrightarrow{JA} = \frac{2}{3}\overrightarrow{JC}$ et $\overrightarrow{KB} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AK}$.
 P et Q sont deux points tels $PQ = 4cm$
 a. Montrer que les droites (AI), (BJ) et (CK) sont concourante en G. 1pt
 b. Déterminer et construis l'ensemble des points M du plan tels que $MP^2 - MQ^2 = -12$. 1pt

Exercice 3: 5pts

On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{-x^2+2x-1}{x+1}$. Le plan est muni du repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. (D) est la droite d'équation $y = -x + 3$, $\Omega(-1; 4)$. (C_f) désigne la courbe de f .

- Donner les limites aux bornes de l'ensemble de définition de f . 1pt
- Justifier que (C_f) admet une asymptote verticale dont on donnera une équation cartésienne. 0,25pt
- Montrer que (D) est asymptote oblique à (C_f) . 0,5pt
- Etudier les positions relatives de (C_f) et (D). 0,5pt
- Montrer que Ω est centre de symétrie à (C_f) . 0,5pt

6. Montrer que : $\forall x \in D_f, f'(x) = \frac{(x+3)(-x+1)}{(x+1)^2}$ puis étudier le sens de variation de f et dresser

son tableau de variation.

1,25pt

7. Tracer (C_f) et (C_g) dans le même repère où g est telle que $g(x) = |f(x)|$.

1pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (4,5 points)

Compétence visée : Utilisation du barycentre, système d'équation et de la trigonométrie pour évaluer un budget.

A l'occasion de la compétition nationale de Tennis- 200m organisée au Cameroun dans la ville de Yaoundé en 2021, M. NGUEGUIM, ingénieur des travaux est chargé de construire au centre-ville un stade de tennis et une piste d'athlétisme. La durée des travaux est estimée à 8 mois.

A partir de sa maquette et de son devis provisoire, on a les informations ci-dessous :

Le **stade de Tennis** est délimité par les points $M(\cos x; \sin x)$ du plan ($x \in]-\pi; \pi]$) tels que

$\cos^2 x + \frac{(\sqrt{2}-1)}{2} \cos x - \frac{\sqrt{2}}{4} = 0$. Pour éviter que la pelouse soit boueuse, il doit la recouvrir d'une couche de béton armé d'épaisseur 20cm. Le mètre cube de ce béton coûte 9000 F.

Enfin, la **piste d'athlétisme**, est délimitée dans le plan autour d'une portion ayant la forme d'un triangle équilatéral ABC de côté 10m par des points M tels que :

$18 \leq \|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\| \leq \sqrt{2}\|\overrightarrow{3MA} + 2\overrightarrow{MB} - 5\overrightarrow{MC}\|$. Il a recouvert chacun des dix couloirs de course de cette piste par dix couches de peintures dont le mètre carré coûte 2000F ; deux boîtes de peinture permettent de couvrir $6m^2$.

Pour nourrir ses employés qui ne reçoivent pas de ration, il engage un chef cuisinier qui fait le marché pendant 3 jours de la semaine comme suit :

Lundi : il achète 3kg de poissons, 2kg de viande, 1kg de riz à 10000F

Mercredi : il achète 1kg de poissons, 3kg de viande, 2kg de riz à 10000F

Jeudi : il achète 4kg de poissons, 2kg de viande, 3kg de riz à 12500F et le samedi, il achète 8kg de poissons, 5kg de viande, 7kg de riz pour faire à manger à tous les manœuvres.

Dans le but de faire un bilan des dépenses, tu dois aider cet ingénieur à traiter les tâches suivantes.

Prendre : une unité d'aire égal à $100 m^2$

Tâches :

1. Quel budget cet ingénieur doit-il prévoir pour construire le **stade de Tennis** ? 1.5Pt
2. Quel budget cet ingénieur doit-il prévoir pour construire le stade de **la piste d'athlétisme** ? 1.5Pt
3. Quel budget cet ingénieur doit-il prévoir pour **la nourriture** durant les 8 mois de travail ? 1.5Pt

Confucius a dit « Celui qui déplace la montagne, c'est celui qui commence par enlever les petites pierres. »

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES

15pts

Exercice 1 : 5pts

1. a. Démontrer que $\sin 16x = 16 \cos x \sin x \cos 2x \cos 4x \cos 8x$ 0.5pt
- b. Dédurre que $\cos \frac{\pi}{32} \sin \frac{\pi}{32} \cos \frac{\pi}{16} \cos \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{16}$ 0.5pt
2. a. Démontrer que pour tout réel α , $\cos^2 \alpha = \frac{1+\cos 2\alpha}{2}$ 0.5pt
- b. Déterminer les valeurs exactes de $\cos \frac{7\pi}{4}$ et $\sin \frac{7\pi}{4}$ (On rappelle que $\frac{7\pi}{4} = 2\pi - \frac{\pi}{4}$) 0.5pt
- c. Dédurre que $\cos \frac{7\pi}{8} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$ et $\sin \frac{7\pi}{8} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$ 0.5pt
- d. Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $\sqrt{2-\sqrt{2}} \cos 3x + \sqrt{2+\sqrt{2}} \sin 3x = -\sqrt{3}$ 0.75pt
3. a. Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $2t^2 + \sqrt{3}t - 3 = 0$ 0.5pt
- b. En déduire les solutions dans $[0, 2\pi]$ de l'équation $-2 \cos^2 x + \sqrt{3} \sin x - 1 = 0$ 0.75pt
- c. Placer les points images des solutions sur le cercle trigonométrique. 0.5pt

Exercice 2 : 3.5pts

ABC est un triangle. On désigne par I, J et K les points tels que $I = \text{bar} \{(A; 2), (C; 1)\}$, $J = \text{bar} \{(A; 1), (B; 2)\}$ et $K = \text{bar} \{(B; -4); (C; 1)\}$.

- 1) Construire les points I, J et K. 1pt
- 2) Montrer que $B = \text{bar} \{(K; 3), (C; 1)\}$. 0.5pt
- 3) Montrer que J est le barycentre des points A, K et C affectés des coefficients que l'on précisera. 0.5pt
- 4) En déduire que J est le milieu de [IK]. 0.5pt
- 5) Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que $\|2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\|$. 1pt

Exercice 3 : 6.5pts

On considère la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{2x^2+5x}{2(x+1)}$ et (C) sa courbe représentative.

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de f. 0.25pt
- 2) Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. 1pt
- 3a) Déterminer les réels a, b et c tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$. 0.75pt
- b) Montrer que la droite (D) d'équation $y = x + \frac{3}{2}$ est asymptote oblique à (C). 0.75pt
- c) Etudier la position relative de (C) et (D). 0.75pt
- 4) Calculer la dérivée f' de la fonction f puis dresser le tableau de variation de f. 1pt

5) Montrer que le point $\Omega \left(-1 ; \frac{1}{2} \right)$ est un centre de symétrie de (C). **1pt**

6) Tracer la courbe de f dans le repère (O ; I ; J). **1pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES

4.5pts

Dans un petit magasin de fabrication et de vente de jouets en bois, le directeur effectue son bilan mensuel. Au mois d'octobre, son chiffre d'affaire est de 200.000 FCFA. Au cours du mois de novembre ; le chiffre d'affaires (CA) est en hausse de $x\%$. Au mois de décembre, en raison des fêtes de Noël, le chiffre d'affaires (CA) est en hausse de $(x + 10)\%$. La machine qui permet de découper les morceaux de bois utilise plusieurs batteries. La charge d'une batterie dépend de la tension U , en volts, qui lui est appliquée et qui est une fonction du temps t , en secondes. On admet que $U(t) = 12\sqrt{2} \sin t$ et que la charge n'a lieu que si la tension est supérieure à 12V. Chaque jour, cette entreprise fabrique t jouets avec $t \in [0; 60]$. Le coût de la production de ses objets exprimé en FCFA est donné par $C(t) = 10t^2 - 200t + 2000$. Chaque objet est vendu au prix unitaire de 500 FCFA.

1) Calculer le CA au mois de novembre sachant que le CA au mois de décembre est de 312.000 FCFA. **1.5pts**

2) Déterminer l'intervalle de temps contenu dans $[0 ; 2\pi[$ durant lequel la charge s'effectue. **1.5pts**

3) Calculer le bénéfice maximal de l'entreprise si elle écoule toute la production journalière. **1.5pts**

Présentation : 0.5pt

Par M. *NDIAPA EMMANUEL*

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

L'épreuve comporte deux parties A et B indépendantes et réparties sur deux pages !!!

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES 15.5POINTS

EXERCICE 1 : DENOMBREMENT 03.5POINTS

Une urne contient six boules portant les numéros : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; -1 et -3. On tire deux boules successivement avec remise dans cette urne. On désigne par a le numéro porté par la première boule et par b , celui porté par la deuxième boule. A et B sont deux points fixes et distincts d'un plan (P) . Détermine le nombre de couples $(a ; b)$ pour lesquels :

1. Les points pondérés (A, a) et (B, b) admettent un barycentre. 0.75Pt
2. Le vecteur $a\overrightarrow{MA} + b\overrightarrow{MB}$ est constant quel que soit le point M du plan (P) . 0.75Pt
3. Les points pondérés (A, a) et (B, b) admettent un barycentre et ce barycentre appartient au segment $[AB]$. 1Pt
4. Les points pondérés (A, a) et (B, b) admettent un barycentre et ce barycentre est en dehors du segment $[AB]$. 1Pt

EXERCICE 2 : SUITES NUMERIQUES 04POINTS

Jean et Pierre disposent chacun d'une somme de 300.000 FCFA, ont un projet d'acheter, chacun une moto qui coûte 390.000 FCFA. Un établissement de micro finance leur propose deux types d'épargnes pour les aider à pouvoir acheter leur moto. Le 1^{er} type d'épargne permet au capital d'augmenter de 7% chaque année ; le second permet au capital d'augmenter de 21 000 FCFA chaque année. Jean choisit le 1^{er} type d'épargne et Pierre le second le 1^{er} janvier 2010. On désigne par U_n et V_n les capitaux respectifs de Jean et Pierre en l'an 2010 + n . On pose : $U_0 = V_0 = 300\,000$.

1. a) Calcule le capital de Jean au 1^{er} janvier 2011. 0.5Pt
1. b) Montre que $U_{n+1} = 1,07U_n$ pour n pour $\mathbb{N}$. 0.5Pt
1. c) En déduire la nature de la suite (U_n) . 0.25Pt
1. d) Exprime en fonction de n le capital de Jean au 1^{er} janvier de l'an 2010 + n . 0.5Pt
2. a) Calcule le capital de Pierre au 1^{er} janvier 2011. 0.5Pt
2. b) Exprime V_{n+1} en fonction de V_n pour n de $\mathbb{N}$. 0.5Pt
2. c) En déduire la nature de la suite (V_n) . 0.25Pt
2. d) Exprime en fonction de n le capital de Pierre au 1^{er} janvier de l'an 2010 + n . 0.5Pt
3. a) Détermine U_3 et U_4 . 0.5Pt
3. b) En déduire à partir de quelle année Jean pourra-t-il acheter sa moto ? 0.5Pt

EXERCICE 3 : BARYCENTRE 04POINTS

$ABCD$ est un carré de centre O et de côté 2cm. Soit $G = \text{bar}\{(A, 3); (B, 2); (C, 3); (D, 7)\}$.

1. a) Montre que G appartient à la droite (BD) . 0.75Pt

1. b) Montre que $\overrightarrow{DG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DO}$. 0.5Pt
1. c) Construire le point G. 0.25Pt
2. On se propose de déterminer et construire l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que :
 $3AM^2 + 2BM^2 + 3CM^2 + 2DM^2 = 40$.
2. a) Montre que : $3AM^2 + 3CM^2 = 6OM^2 + 12$ et $2BM^2 + 2DM^2 = 4OM^2 + 8$. 1Pt
2. b) Montre que : $M \in (\Gamma) \Leftrightarrow OM = \sqrt{2}$. 0.5Pt
2. c) Montre que le point A appartient à (Γ) et en déduire la nature exacte de (Γ) . 0.5Pt
2. d) Construire (Γ) . 0.5Pt

EXERCICE 4 : ----- ETUDE D'UNE FONCTION RATIONNELLE ----- 04POINTS

On donne la fonction f définie dans $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ par $f(x) = -x + 1 - \frac{4}{x-2}$. (C) désigne la courbe de f dans le plan muni d'un repère orthonormé. (Unité : 1cm).

1. Etudie les variations de f et dresse son tableau de variation. 2Pts
2. Vérifie que la droite (D) d'équation $y = -x + 1$ est asymptote oblique à (C). 0.5Pt
3. Démontre le point K(2 ; -1) est un centre de symétrie de (C). 0.5Pt
4. Trace soigneusement (C). 1Pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES 04.5POINTS

Compétence visée : Déterminer un nombre, les dimensions d'un terrain en utilisant les équations et inéquation dans $\mathbb{R}$.

Le 26 février 2020, le petit **ALC** a fêté son $x^{ième}$ anniversaire où x est solution de l'équation $P(x) = 0$ avec $P(x) = 3x^3 - 41x^2 - 230x - 72$.

Les invités étaient reçus sur un espace aménagé ayant la forme d'un carré de côté c (en mètres) et vérifiant l'équation (E): $3\sqrt{c} - 2c + 35 = 0$. Sur cet espace, la hauteur h de la bâche installée vérifiait l'inéquation (I): $\sqrt{h-2} \leq h-4$.

Tâches : 01.5Pts X 3 = 04.5Pts

1. Détermine l'âge du petit **ALC** au 26 février 2020.
2. Détermine l'aire de la surface de l'espace aménagé pour la réception des invités.
3. Détermine la hauteur minimale de la bâche.

“ Si la vie vous donne le piment et les oignons aux yeux, montre lui que tu peux en profiter pour manger ton soja ! ”

MINESEC
Lycée de Tigaza
Département de Mathématiques

Année scolaire : 2020-2021
Classe : P_{D_5} Durée : 3 heures
Séquence 4 Mars 2021
Coefficient : 04

T I G A Z A

Épreuve de Mathématiques

Partie A : Evaluation des ressources [15.50pts]

EXERCICE 1 [4.00pts]

- Développer et réduire le nombre $(2 - \sqrt{2})^2$. [0.25pt]
 - Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(E) : x^2 - \sqrt{2}x + \sqrt{2} - 1 = 0$. [0.50pt]
 - En déduire dans $[0; 2\pi[$ les solutions : $(E') : \tan^2 x - \sqrt{2}\tan x + \sqrt{2} - 1 = 0$
(On admettra que $\tan \frac{\pi}{8} = \sqrt{2} - 1$). [1.25pt]
- Le plan est rapporté au repère orthonormé (O, I, J) . On donne les points $A(-1; -1)$, $B(3; 1)$ et $C(2; -2)$. On considère l'ensemble (Σ) des points $M(x; y)$ du plan tel que : $MA^2 + MB^2 = 20$.
 - Démontrer que le point C appartient à (Σ) . [0.75pt]
 - Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de (Σ) . [1.00pt]
 - Déterminer les coordonnées du point I milieu de $[AB]$. [0.25pt]

EXERCICE 2 [03.50pts]

Le tableau ci-dessous présente la répartition des notes coefficiées de MATHS obtenues par les 70 élèves à la dernière séquence.

Notes (x_i)	$[0; 20[$	$[20; 40[$	$[40; 50[$	$[50; 70[$	$[70; 80[$	$[80; 100[$
Effectifs (n_i)	2	8	10	25	15	10

- Construire l'histogramme des effectifs de cette série statistique. [0.75pt]
- Calculer la moyenne $\bar{X}$ et la variance V de cette serie statistique. [1.00pt]
- Construire les polygones des effectifs cumulés croissants. [0.75pt]
- Déterminer graphiquement et par calcul la médiane M_e de cette série statistique. [1.00pt]

Exercice 3 [4.00pts]

On considère la suite (U_n) définie par $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \frac{4}{4-U_n} \end{cases}$, pour tout entier naturel n

- Calculer u_1 , u_2 et u_3 . [0.75pt]
- On pose pour tout entier naturel n , $(v_n = \frac{1}{u_n - 2})$
 - Calculer v_1 , v_2 et v_3 . [0.75pt]
 - Démontrer que (v_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme. [0.75pt]
 - Donner l'expression de v_n , puis u_n en fonction de n . [0.75pt]
 - Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$. Que peut - on conclure? [0.50pt]
- On pose $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$. Donner l'expression de S_n en fonction de n . [0.50pt]

Exercice 4 [4.00pts]

Voici une partie de la courbe représentative d'une fonction rationnelle g qui admet le point $I(2, 0)$ comme centre de symétrie.

1. Déterminer l'ensemble de définition de cette fonction.

[0.25pt]

2. a. Justifier que $\forall x \in D_g$ tel que $(2 - x) \in D_g$, on a :

$$g(2 - x) = -g(2 + x).$$

[0.25pt]

- b. En déduire la valeur de $g(1)$ et $g(0)$.

[0.50pt]

3. Reproduire la figure ci-contre et compléter la courbe de g sur D_g .

[0.50pt]

4. Dresser le tableau de variation de g sur D_g .

[0.50pt]

5. On suppose que $\forall x \neq 2, g(x) = ax + b + \frac{c}{x-2}$.
Déterminer a , b et c .

[0.75pt]

6. Résoudre graphiquement les inéquations suivantes :

i) $g(x) < 0$ ii) $-2 \leq g(x) \leq 2$ iii) $g(x) < 2$.

[0.75pt]

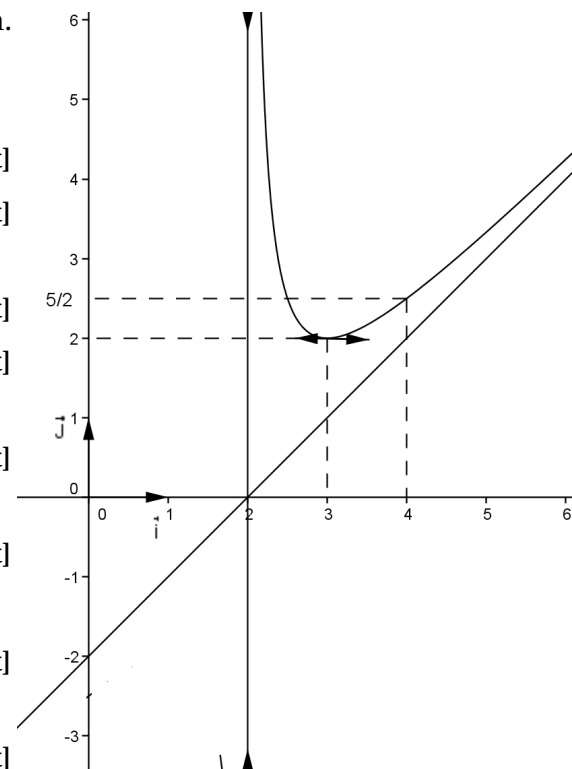
7. Soit h la fonction numérique définie par $h(x) = -g(x)$.

- a. Dresser le tableau de variation de h .

[0.50pt]

- b. Construire la courbe $(\mathcal{C}_h)$ de h dans le même repère que la courbe de g .

[0.75pt]



Partie B : Evaluation des compétences [04.50pts]

La mairie de la ville de bertoua a engagé la réorganisation du secteur de la viande dit "ministère du soya". Ce secteur aura désormais la forme d'un triangle rectangle d'aire $750m^2$ et dont le plus long côté mesure $65m$. Par mesure de sécurité ils ont entouré la zone avec deux rangés de fil barbelé qui se vend à 2025FCFA le mètre. Les vendeurs de ce secteur décident d'acheter un four à gaz coûtant 2000000F, mais ils ne disposent que 1 000000FCFA qu'ils vont placer dans une banque à intérêt simple c'est à dire chaque année seul le capital initial produit des intérêts. Vu la situation sanitaire actuelle la mairie decide d'engager un medecin pour administrer à chaque vendeur une dose de vaccin contre le covid-19. Cette dose est celle qui correspond à l'âge médian des vendeurs. Le responsable du secteur a reparti par tranche d'âge les vendeurs dans le tableau ci-dessous.

Classe	[15;20[	[20;25[	[25;30[	[30;35[	[35;40[	TOTAL
Effectif	30	20	30	12	8	

1. A partir de quelle année, ces vendeurs pourront acheter le four à gaz.

[1.50pt]

2. Déterminer la dépense totale pour l'achat du fil barbelé.

[1.50pt]

3. Déterminer l'âge qui correspond à la dose du vaccin que recevra chaque vendeur.

[1.50pt]

EXAMINATEUR : Département de Mathématiques.

«Ce qui est affirmé sans preuve peut être nié sans preuve»

EUCLIDE D'ALEXANDRIE

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES				
Evaluation : Trim 02	Année 2020/2021	Coefficient : 4	Classe : 1 ^{ère} DTi	Durée : 3h
Examineurs : TINWO JOSEPH & AZEBAZE TSAMO Theophile				

Partie A/ ÉVALUATION DES RESSOURCES / 15 pts

EXERCICE 1 : 04 points

L'unité de longueur est le centimètre et ABC est un triangle rectangle en A tel que $AB = 3$ et $AC = 4$; G est le barycentre des points pondérés $(A ; 2)$; $(B ; -5)$ et $(C ; 2)$. H est le point du plan tel que $\overrightarrow{BH} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{BA}$.

- 1) Démontrer que les points C ; G et H sont alignés (0,75pt)
- 2) Placer les points G et H sur la figure. (1pt)
- 3) Donner la nature et les éléments caractéristiques de l'ensemble (Σ) des points M du plan tel que : $CM^2 + AM^2 = 34$. (1,5pt)
- 4) Tracer (Σ) . (0,75pt)

EXERCICE 2 : 06 points

A/ Lors d'un concours de mathématiques, chaque candidat est contraint d'utiliser un clavier de 12 touches lui permettant de composer le code d'entrée à sa page de composition en ligne, à l'aide d'une lettre suivi d'un nombre de 4 chiffres distincts ou non.

1	2	3	0
4	5	6	9
A	B	C	D

- 1) Combien de codes différents peut-on former ? (1 pt)
- 2) Combien y a-t-il de codes sans le chiffre 1 ? (0,5 pt)
- 3) Combien y a-t-il de codes comportant au moins une fois le chiffre 1 ? (0,5 pt)
- 4) Combien y a-t-il de codes comportant des chiffres distincts ? (0,5 pt)
- 5) Combien y a-t-il de codes comportant au moins deux chiffres identiques ? (0,75 pt)

B/ Les résultats de ce concours se présentent de la manière suivante.

Notes/20	[0 ;5[	[5 ;10[	[10 ;12[	[12 ;16[	[16 ;18[	[18 ;20[
effectif	5	11	9	8	5	2

- 1) Déterminer la moyenne générale de ces Candidats ; (0,75pt)
- 2) Construire l'histogramme des effectifs cumulés croissants de cette série ; (1,25pt)
- 3) Indiquer sur cette figure le polygone des effectifs cumulés croissants de cette série. (0,75pt)

EXERCICE 3 : 05 points

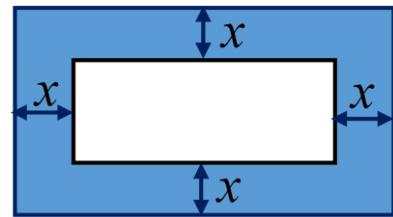
On considère la fonction g définie par : $g(x) = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 2}$ et on note (C_g) sa courbe représentative dans un repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ orthonormé. Désignons par g' est la fonction dérivée de g .

- 1) Quel est le domaine D_g de la fonction g ? (0,25pt)
- 2) Calculer les limites aux bornes du domaine D_g de la fonction g ; (1pt)
- 3) Montrer que $\forall x \in D_g ; g'(x) = \frac{x^2 - 4x}{(x - 2)^2}$; (0.75pt)
- 4) Dresser le tableau de variation de la fonction g ; (1pt)
- 5) Déterminer les points de rencontre de (C_g) avec les axes du repère. (0,75pt)
- 6) a) Déterminer les nombres réels $a ; b$ et c tels que :
 $\forall x \in D_g ; g(x) = ax + b + \frac{c}{x - 2}$; (0.75pt)
b) En déduire que la droite $(\Pi) : y = x - 1$ est une asymptote à (C_g) . (0.5pt)

Partie B/ EVALUATION DES COMPETENCES / 4,5 Points

Observe la figure ci-contre :

M. Abdoul possède un jardin de forme rectangulaire ayant pour longueur 4 dam et pour largeur 3 dam. Il veut agrandir ce jardin à une superficie de 552 dam² en ajoutant une parcelle d'épaisseur x dam comme l'indique la figure (**Fig 2**).



(Fig 2)

Son aîné **Aboubacar**, élève en classe de Première se rend chez un libraire pour acheter trois livres (un livre de Mathématiques ; un livre de Physique et un livre d'Anglais). Sur les livres, sont affichés les prix par feuille suivants : **Mathématiques** (25 FCFA) ; **Physique** (20 FCFA) ; **Anglais** (15 FCFA) etc... Il dépense au total la somme de **14 400 FCFA** tout en réalisant que tous ces trois livres ont au total 1470 pages toutes non vierges et que le livre de Mathématiques possède 15 feuilles de moins que celui de Physique.

M. Abdoul et **Aboubacar** se livrent à un jeu en propulsant verticalement une boule du sol. Cette boule est alors animée d'un mouvement rectiligne et la loi horaire est donnée approximativement par : $f(t) = -4,5t^2 + 14,7t$ jusqu'à ce qu'elle touche le sol à nouveau en retombant ; avec $f(t)$ la distance parcourue en mètre par la boule.

- Tâche 1** : Quelles sont les valeurs possibles de x ? (1,5pt)
- Tâche 2** : Quel est le prix d'un livre de mathématiques ? (1,5pt)
- Tâche 3** : Quelle est la distance maximale parcourue par cette boule ? (1,5pt)

Présentation : (0,5 point)

- ♣ Absence de fautes : 0,25 pt
- ♣ Absence de ratures : 0,25 pt

« La réussite, c'est au bout de l'effort ! »

Par M. *NDIAPA EMMANUEL*

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

L'épreuve comporte deux parties A et B indépendantes et réparties sur une page !!!

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES 15.5POINTS

EXERCICE 1 : 05POINTS

On considère une fonction affine f , définie par $f(x) = ax + b$.

1. Résous dans $\mathbb{R}^2$ le système suivant (S) : $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x + y = 2 \end{cases}$ 2Pts
2. On pose : $f(1) = 1$ et $f(2) = 3$. Trouve l'expression de $f(x)$ pour tout réel x . 1Pt
3. Quel est le sens de variation de f ? 0.5Pt
4. Représente graphiquement la fonction f . 1.5Pts

EXERCICE 2 : 05POINTS

On considère les polynômes suivants : $p(x) = x^2 - 5x + 6$ et $Q(x) = 2x^2 - 18$.

1. Développe et réduis l'expression littérale $\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$. 1Pt
 2. Factorise alors $P(x)$ puis $Q(x)$. 1.5Pts
 3. On pose $B(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$. Détermine la condition d'existence de la fraction rationnelle $B(x)$; puis simplifie là. 1.5Pts
- Calcule le réel $B(\sqrt{3})$ et donne le résultat sans symbole de radical au dénominateur. 1Pt

EXERCICE 3 : 05.5POINTS

On considère les fonctions suivantes : $f(x) = \frac{x^2-2}{x-1}$, $g(x) = \frac{1}{x}$ et $h(x) = x^2 + 3$.

1. Détermine le domaine de définition de chacune de ses fonctions. 2Pts
2. Calcule les images par f et h des nombres 3, -2 et -5 . 1.5Pts
3. Etudie sur $]-\infty ; 0]$ et sur $[0 ; +\infty[$ les variations de la fonction h . 2Pts

PARTIE B : EVALUATIONS DES COMPETENCES 04.5POINTS

Compétence visée : Utiliser les équations dans $\mathbb{R}$ pour résoudre une situation de vie.

Le 1^{er} janvier 2020, la petite Ange fêtait son $X^{\text{ième}}$ anniversaire, où X est solution de l'équation : $(2X + 5)(X - 2) + X^2 - 4 = 0$. Les invités étaient installés sous une bâche carrée de côté C , où C est solution de l'équation : $(C + 3)(C - 4) - 2(C + 3) = 0$. Le gâteau d'anniversaire avait la forme circulaire, de rayon R , solution de l'équation $(R + 3)^2 - 25 = 0$.

TÂCHES :

1. Détermine l'âge de la petite Ange. 1.5Pts
2. Détermine en mètre le côté de la bâche où étais installé les invités à l'anniversaire de la petite Ange. 1.5Pts
3. Détermine en cm, le rayon R du gâteau d'anniversaire de la petite Ange. 1.5Pts

LYCEE CLASSIQUE DE DSCHANG		
EVALUATION HARMONISEE N°4		
EPREUVE DE MATHEMATIQUES	SESSION	MARS 2021
DUREE : 1 HEURE 30	COEF : 2	CLASSE DE : 2 ND A

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES [14.5points]

Exercice 1 : [05.5 points]

1) Montrer que $\frac{1}{3-2\sqrt{5}} = \frac{-3-2\sqrt{5}}{11}$ **[1pt]**

2) Effectuer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible :

$$a = \frac{64 \times 3^2 \times 5^{-3}}{2^3 \times 27 \times 5^{-1}}$$
 [1pt]

3) Recopier et compléter : **[0,25pt × 4 = 1pt]**

a) Diviser $\frac{4}{5}$ par 2 revient à multiplier par

b) Diviser $\frac{7}{2}$ par $\frac{5}{4}$ revient à multiplier Par

Exercice 2 : [05.5 points]

1) On veut étudier le signe du polynôme p défini par $P(x) = (x + 2)(1 - 3x)$

a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$. **[0,5pt]**

b) Dresser le tableau de signe de $P(x)$. **[1pt]**

c) Donner suivant les valeurs de x le signe de $P(x)$. **[1pt]**

2) Quel est l'ensemble solution de l'inéquation $P(x) \geq 0$. **[1pt]**

Exercice 3 : [03.5points]

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les systèmes suivants :

$$(S_2): \begin{cases} -x - y + 1 \leq 0 \\ 4x + 3y + 2 \leq 2 \end{cases} ;$$
 [2pts]

$$(S_2): \begin{cases} -x - 3y + 2 = 0 \\ 3x + y - 6 = 0 \end{cases} .$$
 [1,5pt]

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES [4.5points]

Compétence visée : « intégrer les notions d'équations et système d'équations pour résoudre les problèmes liés à la vie »

Trois amis Alain, Olivier et Silvain relativement en classe de troisième décident de jouer à un jeu en se racontant chacun une histoire.

Alain dit : un cheval et un âne portant chacun une lourde charge constituée des sacs de même masse et coûtant 520 frs la masse allaient côte à côte et parlaient de la dure condition qui leur était imposé. Le cheval se plaignait du poids exclusif de son fardeau. « De quoi te plains-tu ? Lui dit l'âne. Si je prends un sac de ton fardeau, alors ma charge sera deux fois plus lourde que la tienne, alors que si tu prends un sac de mon dos, ton fardeau sera égal au mien. »

Olivier à son tour dit mon père a une petite ferme constituée de lapins et de poules. Dans cette ferme il y a 25 têtes et 80 pattes et le prix d'une poule est 2500frs celui d'un lapin coûte 7500frs.

Enfin Silvain raconte son histoire qui stipule que dans une discothèque qui coûte à l'entrée 500frs pour une fille et 1500frs pour un garçon, au début d'une soirée dans cette discothèque, le nombre de fille dépasse de 26 le nombre de garçon. Après le départ de 15 filles et 15 garçons, le nombre de fille est le triple de celui des garçons.

Tâches

- 1) Quel est le coût total de sacs transporté par le cheval et l'âne. **[1.5pt]**
- 2) Quel est le coût total de poule et de lapin disponible dans la ferme du père d'Olivier. **[1.5pts]**
- 3) Quelle est la somme total que récoltera cette discothèque à la fin de cette soirée. **[1.5pts]**

Présentation : 0.5point

« LE FUTUR C'EST LA GESTION DU PRÉSENT »

LYCEE DE SAMBO-BATOURI			
DEPARTEMENT : MATHEMATIQUES			
Évaluation : N° 4	Classe : 2 ^{nde} A4	Année scolaire : 20 - 21	Date : MARS 2021
Épreuve : MATHS	Durée : 2h	Coef : 2	

A. EVALUATION DES RESSOURCES...../15 points

EXERCICE I :.....8,25pts

a) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes d'équations suivants :

$$(S) : \begin{cases} 2x - 3y = 6 \\ 5x + 2y = 53 \end{cases} \quad \text{et} \quad (S') : \begin{cases} 2\sqrt{x} - \frac{3}{y} = 6 \\ 5\sqrt{x} + \frac{2}{y} = 53 \end{cases} \quad 3\text{pts}$$

b) Représente graphiquement les solutions du système d'inéquation :

$$(S'') : \begin{cases} x + y - 1 < 0 \\ x - y - 1 \geq 0 \end{cases} \quad 1,25\text{pts}$$

c) Développer et réduire les expressions littérales suivantes

$$A = (3x - 1)^2 - (2x + 1)(x - 7) \quad \text{et} \quad B = (4x + 3)(x^2 + 2x - 1) - 4x^3 + 3x^2 + 1 \quad 2\text{pts}$$

d) Factoriser les expressions littérales suivantes

$$D = (5x - 1)^2 - 49 \quad \text{et} \quad E = (7x + 2)^2 - (5x + 1)(7x + 2) \quad 2\text{pts}$$

EXERCICE II.....6,75pts

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ chacune des équations suivantes : 0.75 x 4 = 2,25pts

$$\text{a) } 4(x + 2) = x + 5 \quad \text{c) } \left(\frac{1}{2}x - 3\right)\left(\frac{3}{8} - x\right) = 0 \quad \text{d) } \frac{4x - 6}{x - 5} = 0$$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ chacune des inéquations suivantes : 1 x 3 = 3pts

$$\text{a) } 2x - 3 \geq 0 \quad \text{b) } (x + 1)(3x - 4) < 0 \quad \text{c) } \frac{4x - 10}{x + 2} \leq 0$$

3) On considère le polynôme : $P(x) = 4x^2 - 3x - 10$.

a) Montrer que 2 est une racine de $P(x)$. 0.5pt

b) Déterminer les réels a et b tels que pour tout nombre réel x, $P(x) = (x - 2)(ax + b)$. 1pt

B. EVALUATIONS DES COMPETENCES...../4.5pts

Lors d'un spectacle, la famille A, composée de 4 adultes et de 3 enfants a payé 2060 F. Pour le même spectacle, la famille B composée de 2 adultes et de 2 enfants a payé 1140F.

Dans la salle de spectacle, un jus coute 700F et un gâteau 450F. x désigne le prix payé par un adulte et y le prix payé par un enfant pour assister à ce spectacle

Consigne 1 : Ecrire un système d'équation traduisant cette situation. 1.5pt

Consigne 2 : Combien paiera la famille C sachant qu'elle est composée de trois adultes et de 2 enfants ? 1.5pt

Consigne 3 : Une famille F constituée de 5 adultes et d'un certains nombre d'enfants a exigé que chaque personne (adulte comme enfants) prenne un gâteau et un jus.

Calculer le nombre d'enfant de cette famille sachant qu'elle a dépensé 9200F pour leur consommation.

1.5pt

Présentation : 0.5pt



Département de Mathématiques

L'épreuve est étalée sur deux pages.

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES (15 points)

Exercice ①

5 points

I) OBAM est un confiseur, qui fabrique et ensache un mélange de bonbons et de caramels. Dans un sachet, le nombre de bonbons est supérieur ou égal à la moitié du nombre de caramels, et le nombre de bonbons est inférieur ou égal au double du nombre de caramels. Un sachet contient au plus 30 friandises (bonbons et caramels). **OBAM** réalise un bénéfice de 40 fcfa pour un bonbon et 20 fcfa pour un caramel. On désigne respectivement par x et y le nombre de bonbons et le nombre de caramels dans un sachet.

1) a) Justifier que le couple (x, y) vérifie le système **(S)** :
$$\begin{cases} 2x \geq y \\ x \leq 2y \\ x + y \leq 30 \end{cases}$$
 0,5 pt

b) Résoudre graphiquement le système **(S)**. 1,25 pt

N.B : On travaillera dans un repère orthonormé où 1 cm représentera 10 unités.

2) a) Sachant que le bénéfice B réalisé par la vente d'un sachet est $40x + 20y$, déterminer graphiquement x et y pour que le contenu d'un sachet donne un bénéfice maximal. 1 pt

b) Calculer le bénéfice maximal réalisé par **OBAM** lorsqu'il vend 20 sachets. 0,25 pt

II) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système **(S₁), et dans $\mathbb{R}$ le système **(S₂)** suivants :** 2 pts

$$(\mathbf{S}_1) : \begin{cases} \frac{4}{\sqrt{x}} + \frac{3}{\sqrt{y}} = 15 \\ \frac{3}{\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{y}} = 7 \end{cases} \quad \text{et } (\mathbf{S}_2) : \begin{cases} x^2 - 2x - 1 < 2 \\ -2x + 2 \leq -x \end{cases}$$

Exercice ②

6 points

1) a) Déterminer la mesure principale d'un angle orienté de mesure $\frac{2020\pi}{12}$ rad. 0,5 pt

a) Placer sur le cercle trigonométrique les points M, N et P, images respectives des réels $\frac{2020\pi}{12}$; $-\frac{2\pi}{3}$ et $\frac{2\pi}{5}$. 1 pt

2) On considère la figure codée ci-contre.

a) Déterminer une mesure de chacun des angles orientés $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD})$; $(\overrightarrow{AF}; \overrightarrow{GB})$; $(\overrightarrow{BA}; 2\overrightarrow{BC})$. 1,25 pt

b) Déterminer la mesure principale de l'angle orienté $(\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{FB})$. 0,5 pt

3) x est un réel tel que $2\cos x + 3\sin x = 4$. Montrer que $13\cos^2 x - 16\cos x + 7 = 0$. 0,5 pt

4) On considère les nombres réels A , B et C tels que :

$$A = \cos \frac{\pi}{7} + \cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{5\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7}; \quad B = \cos^2 \frac{\pi}{7} + \cos^2 \frac{2\pi}{7} + \cos^2 \frac{3\pi}{7} \quad \text{et} \quad C = \sin^2 \frac{6\pi}{7} + \sin^2 \frac{5\pi}{7} + \sin^2 \frac{4\pi}{7}.$$

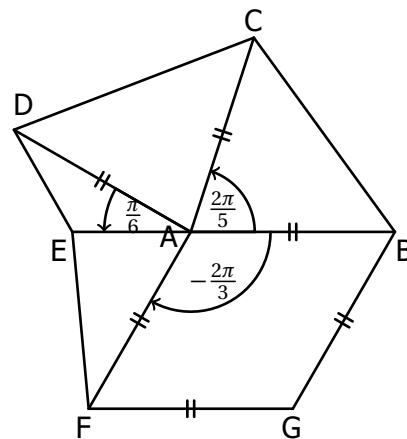
a) Montrer que $A = 0$. 0,5 pt

b) Montrer que $B + C$ est un entier naturel à préciser. 0,5 pt

5) α désigne un réel de l'intervalle $]-\pi; -\frac{\pi}{2}[$ tel que $\sin \alpha = -\frac{2}{3}$.

a) Déterminer la valeur exacte de $\cos \alpha$. 0,5 pt

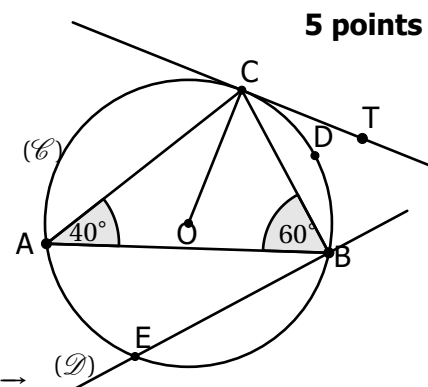
b) Déterminer la valeur exacte de chacun des réels $\tan(-\alpha)$; $\cos(\alpha - \pi)$ et $\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha)$. 0,75 pt



Exercice 3

I) La figure ci-contre illustre un triangle ABC tel que $\widehat{ABC} = 60^\circ$, $\widehat{BAC} = 40^\circ$, ($\mathcal{C}$) est le cercle de centre O, et est circonscrit au triangle ABC, (CT) est une tangente à ($\mathcal{C}$) en C, E est l'autre point commun de ($\mathcal{D}$) la perpendiculaire à (BC) en B avec ($\mathcal{C}$). D est un point de l'arc BC du cercle ($\mathcal{C}$).

- 1) Calculer mes $\widehat{AOE}$; mes $\widehat{ADB}$; mes $\widehat{AEB}$ et mes $\widehat{TCB}$. 1,5 pt
- 2) Montrer que les points O, E et C sont alignés. 0,25 pt
- 3) Construire un nonagone régulier de côté 2 cm. 0,75 pt



II) AIJ est un triangle tel que $AI = AJ = 2$ cm et $IJ = 3$ cm. On pose $\vec{i} = \vec{AI}$ et $\vec{j} = \vec{AJ}$.

On définit les points B, C et G par : $\vec{AB} = \vec{i} + 3\vec{j}$, $\vec{AC} = -2\vec{i} - 3\vec{j}$ et $5\vec{GB} - 2\vec{GC} = \vec{0}$.

- 1) Justifier que $(A, \vec{i}, \vec{j})$ est un repère du plan. 0,5 pt
- 2) a) Exprimer $\vec{AG}$ comme combinaison linéaire des vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$. 0,5 pt
- b) En déduire l'expression de $\vec{AG}$ en fonction des vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$. 0,5 pt
- 3) Déterminer les coordonnées de B, C et G dans le repère $(A, \vec{i}, \vec{j})$. 1 pt

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (5 points)

Pallier de compétences :

Résoudre une situation problème, déployer un raisonnement logique et communiquer à l'aide d'un langage mathématique en faisant appel à la résolution d'équations du second degré, et au théorème des sinus.

Situation :

Bouba est à cours de moyens financiers et doit compléter les pensions de ses enfants **Ada**, **Pi** et **Efi** tous inscrits dans un collège privé de la place, ceci à hauteur de 30000 fcfa par enfant. Cela arrive au moment où Bouba est appelé à effectuer deux travaux.

Le premier travail consiste à construire une structure en béton (voir figure 1) ayant la forme d'une pyramide régulière de base un carré de côté c mètres, et de hauteur h mètres tels que $h + c = 12$ et $h \times c = 32$. Il devra peindre aussi toutes les faces latérales de la structure, et comme main d'oeuvre 10000 fcfa pour la construction et 500 fcfa par m^2 pour la peinture.

Le deuxième travail consiste à peindre entièrement (à l'intérieur et à l'extérieur) un conteneur (voir figure 2) ayant la forme d'un parallélépipède rectangle ABCDEFGH. Le carré ABCD a pour périmètre 900 cm, AIE triangle rectangle en A, J milieu de [AI], $JA = 200$ cm, et mes $\widehat{AEI} = 60^\circ$. Pour ce travail, il prendra 1200 fcfa par m^2 peint.

Bouba dispose aussi du miel qu'il a récolté de ses ruches dans un récipient (voir figure 3) ayant la forme d'un cylindre de hauteur 140 cm. Le cercle engendrant la base supérieure de ce cylindre est circonscrit à un triangle PUR tel que $PU = 7$ cm et mes $\widehat{PRU} = 30^\circ$. Il décide de vendre ce miel, le litre à 1500 fcfa.

Bouba se dit qu'avec l'argent récolté du premier travail, il peut compléter la pension de **Ada**, avec l'argent perçu du deuxième travail, il peut compléter la pension de **Pi**, et avec l'argent de la vente de miel il peut compléter la pension de **Efi**.

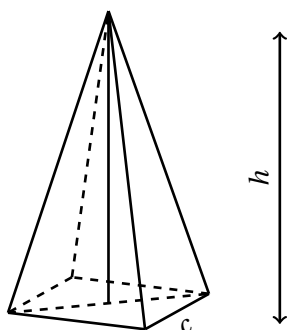


Figure 1

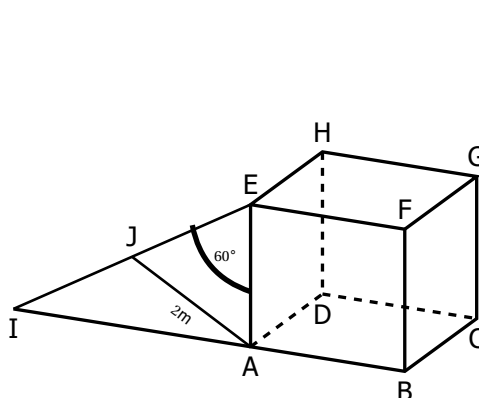


Figure 2

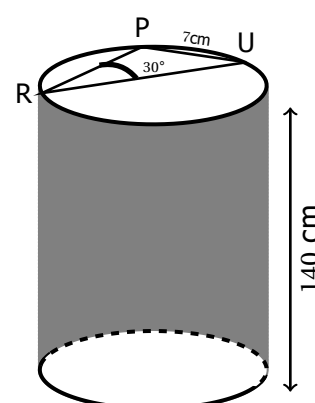


Figure 3

Tâches :

- 1) Avec seulement la somme perçue du premier travail, **Bouba** pourra-t-il compléter la pension de **Ada**? 1,5 pt
- 2) Avec seulement la somme perçue du deuxième travail, **Bouba** pourra-t-il compléter la pension de **Pi**? 1,5 pt
- 3) Avec seulement la somme perçue de la vente de miel, **Bouba** pourra-t-il compléter la pension de **Efi**? 1,5 pt

Présentation

0,5 pt

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

NB : la clarté, la lisibilité et toutes les étapes de calculs seront prises en compte. L'épreuve est numérotée sur deux pages

A. EVALUATION DES RESSOURCES : [15, 5pts]

EXERCICE 1 : [05pts]

1 - Soit le polynôme $P(x) = -5x^3 - 8x^2 + 11x + 14$

a) Vérifier que -2 est une racine de P [0, 5pt]

b) Déterminer les réels a, b et c tel que $P(x) = (x + 1)(ax^2 + bx + c)$ [1pt]

2 - Soit $Q(x) = -5x^2 + 2x + 7$

a) Déterminer la forme canonique de Q [1pt]

b) Factoriser le polynôme, puis déduire une factorisation de P [1pt]

3 - Soit la fonction rationnelle $f(x) = \frac{-5x^3 - 8x^2 + 11x + 14}{x^2 + 4x + 4}$

a) Déterminer la condition d'existence de f [0, 5pt]

b) Etudier suivant les valeurs de x , le signe de $f(x)$ [1pt]

EXERCICE 2 : [04, 5pts]

On considère la courbe de la fonction f ci-contre :

1) Quel est l'ensemble de définition D_f de f ? [0, 25pt]

2) Déterminer graphiquement $f(2)$ et $f(3)$. [0, 5pt]

3) Donner l'ensemble des solutions dans D_f de l'équation $f(x) = 0$. [0, 5pt]

4) Donner l'ensemble des solutions dans D_f de l'inéquation : $f(x) > 3$. [0, 5pt]

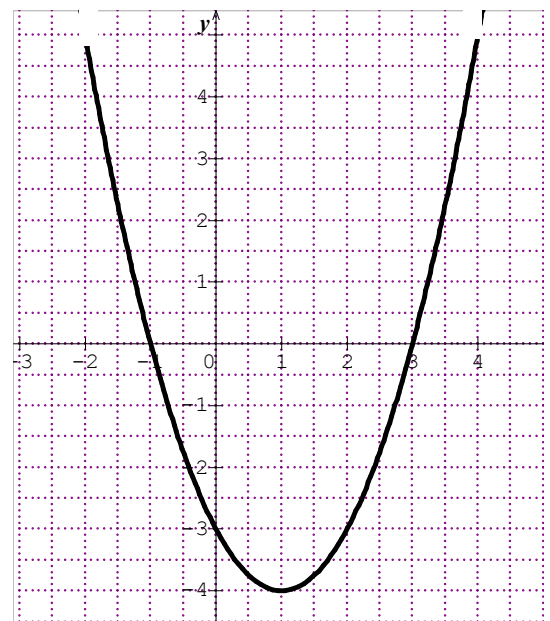
5) On suppose que $f(x) = ax^2 + bx - 3$

a) En utilisant la question 2) , montrer que a et b sont tels que : $\begin{cases} 2a + b = 0 \\ 3a + b = 1 \end{cases}$ [1pt]

b) En déduire a et b . [0, 75pt]

6) Dresse le tableau de variation de f [0, 5pt]

7) Donner le tableau de signe de f [0, 5pt]



EXERCICE 3 : [03, 5pts]

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $2x^2 + 203x - 1290 = 0$ [1, 25pt]

2) Joseph a placé une somme de 120 000 Frs dans une banque A à un taux annuel de $x\%$. Après un an. il a retiré le capital placé et l'intérêt qu'il a produit pour replacer le tout à un

taux annuel de $\left(x + \frac{3}{2}\right)\%$ dans une banque B. Après un an, la somme placée a produit un intérêt de 9540 Frs.

a) Montrer que la somme retirée dans la banque A est : $S = 120000 + 1200x$ [0, 5pt]

b) Montrer que l'intérêt produit, après un an, par cette somme placée dans la banque B est : $I = 12x^2 + 1218x + 1800$ [0, 75pt]

c) En déduire que x vérifie la relation : $2x^2 + 203x - 1290 = 0$ [0, 5pt]

d) Trouver alors la valeur de x . [0, 5pt]

EXERCICE 4 : [02, 5pts]

1- Déterminer la mesure principale de chacun des angles dont une mesure est : $x_1 = \frac{1997}{12}\pi$

et $x_2 = \frac{-227}{5}\pi$ [1pt]

2- Placer sur le cercle trigonométrique les A, B, C et D qui sont les point images respectifs des angles orientés $\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}$ et $\frac{-\pi}{3}$ [1pt]

3- Sachant que $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$ et $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, calculer l'aire du rectangle $ABCD$ [0, 5pt]

B-EVALUATION DES COMPETENCES : [04, 5pts]

A l'occasion d'une tombola, une somme de 320 000F doit être équitablement répartie entre les gagnants. S'il y' avait 4 gagnants de moins, la part de chacun serait augmenté de 40 000F. JORDAN, l'un des gagnants de cette tombola utilise sa part de gain pour acheter des fils barbelés à 11 520F en vue de clôturer son terrain de forme rectangulaire ayant pour périmètre 100m et pour aire $600m^2$. Il se rend compte que si le vendeur lui avait fait une remise de 320F par mètre de fils, il aurait obtenu 6 mètres de plus en payant la même somme.

TACHES :

1- Quelles sont les dimensions du champ de JORDAN ? [1, 5pts]

2- Combien de mètres de fils barbelés a-t-il acheté? [1, 5pts]

3- Quel est le nombre de gagnants de cette tombola ? [1, 5pts]

BONUS: determine the definition set for each of the following functions defined by:

a- $f(x) = \sqrt{-4x + 7}$; b) $g(x) = \frac{5x+1}{x^2-9}$; c) $h(x) = \frac{\sqrt{x+6}}{x-5}$; d) $i(x) = \frac{x-1}{x^2+4}$ [2pts]

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES DE FIN DU 2^{ème} TRIMESTRE

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : (15 points)

EXERCICE 1 : (5 points)

1. (a) Résous dans $\mathbb{R}^2$ le système $(S): \begin{cases} x - 3y = 0 \\ x - 5y = -32 \end{cases}$ 0,75pt

(b) Déduis-en dans $\mathbb{R}^2$ les solutions du système $(\Sigma): \begin{cases} 3x^2 - 3(2^{y-1}) = 0 \\ 3x^2 - 5(2^{y-1}) = -32 \end{cases}$ 1pt

2. Dans une fête, il y'a trois fois plus de garçons que de filles. Après le départ de 8 couples, il reste 5 fois plus de garçons que de filles.

Détermine le nombre de filles et le nombre de garçons qui étaient présents à cette fête. 1pt

3. (a) Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation $(E): x^2 - 4x + 3 = 0$. 0,75pt

(b) Déduis-en dans $\mathbb{R}$ les solutions des équations suivantes :

$(E_1): x^4 - 4x^2 + 3 = 0$; $(E_2): x - 4\sqrt{x-2} + 1 = 0$. 1,5pt

EXERCICE 2 : (4,5 points)

1. ABC est un triangle équilatéral de sens direct. D est le symétrique de A par rapport à B .

(a) Fais une figure. 0,5pt

(b) Détermine les mesures des angles orientés $(\widehat{CB}, \widehat{CD})$; $(\widehat{BD}, \widehat{BC})$ et $(\widehat{DB}, \widehat{DC})$. 0,75pt

(c) Démontre que ACD est un triangle rectangle. 0,5pt

2. Montre que $-\frac{\pi}{6}$ est solution de l'équation : $(E): \cos x + \sin x - \tan x = \frac{5\sqrt{3}-3}{6}$. 0,75pt

3. Soit θ un réel tel que $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ et $\cos \theta = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$.

(a) Donne le signe de $\sin \theta$. 0,25pt

(b) Calcule $\sin \theta$ et vérifie que $\tan \theta = \sqrt{2} - 1$. 1pt

4. Donne une expression simplifiée de :

$R = \cos(\pi - x) + \sin(\pi - x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 2\cos(-x) - \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ 0,75pt

EXERCICE 3 : (5,5 points)

A) Soient P et Q les polynômes définis par $P(x) = -2x^3 - x^2 + 7x + 6$ et $Q(x) = -2x^2 + x + 6$.

1. Calcule $P(-1)$ et conclus. 0,5pt

2. Mets $P(x)$ sous la forme $P(x) = (x+1)(ax^2 + bx + c)$ où a, b et c sont des réels à déterminer. 0,75pt

3. (a) Ecris $Q(x)$ sous la forme canonique. 0,5pt

(b) Factorise alors $P(x)$.

0,5pt

4. (a) Etudie suivant les valeurs de x le signe de $P(x)$.

0,75pt

(b) Sans effectuer des calculs, compare $P(-2)$ et $P(2021)$.

0,5pt

B) $\mathcal{E}$ est un plan vectoriel réel euclidien orienté dont une base orthonormée directe est $(\vec{i}, \vec{j})$.

On considère le vecteur $\vec{u} = -\frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}$ et θ l'angle $(\vec{i}, \vec{u})$ avec $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$.

1. Calcule $\|\vec{u}\|$.

0,5pt

2. Calcule $\cos \theta$ et $\sin \theta$, puis déduis-en la mesure en radians de l'angle θ .

1pt

3. En remarquant que $\frac{5\pi}{6} = \pi - \frac{\pi}{6}$, donne les valeurs exactes de $\cos \frac{5\pi}{6}$ et $\sin \frac{5\pi}{6}$.

0,5pt

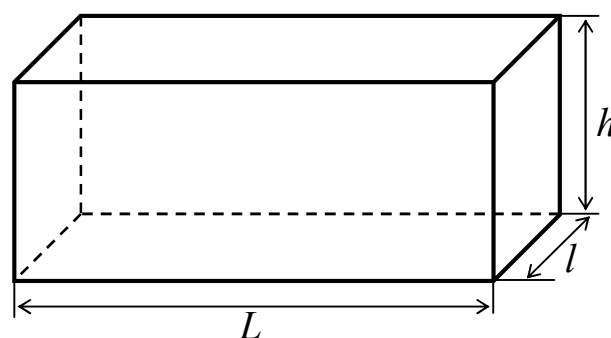
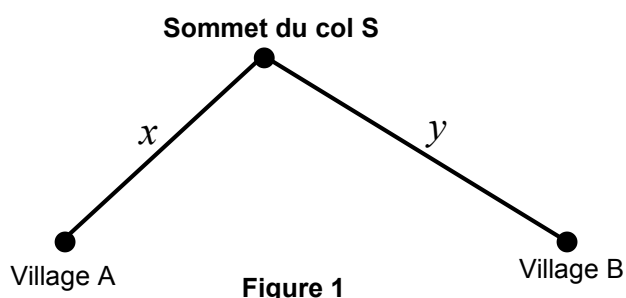
PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)

SITUATION :

Monsieur ATEBA est un agriculteur et habite un village **A**. Il a une vieille moto qui lui permet de se déplacer par route pour son champ de maïs se trouvant dans un village riverain **B**. Pour aller du village **A** au village **B**, il doit gravir un col dont le sommet **S** est situé à x km de **A** et à y km de **B**. (voir figure 1). Pour aller de **A** vers **B**, il met $1h30mn$; pour aller de **B** vers **A**, il met $1h50mn$. Sa vitesse horaire moyenne en montée est de $15km/h$ et sa vitesse horaire moyenne en descente est de $45km/h$.

Pour lutter contre les animaux en divagation qui détruisent le maïs, **Monsieur ATEBA** a utilisé $590m$ de fil barbelé pour entourer son champ de forme rectangulaire. L'aire de ce champ de maïs est de $8,0625$ hectares. (1 hectare = $10.000m^2$)

Pour alimenter sa maison du village en eau courante, **Monsieur ATEBA** a construit un château d'eau ayant la forme d'un pavé droit de hauteur $h = 1m$, le périmètre de la base de ce château est égal à $4m$ et l'aire de la base est $0,96m^2$. (voir figure 2)



Tâches :

1. Détermine la longueur et la largeur du champ de maïs.

1,5pt

2. Détermine la longueur et la largeur du château d'eau.

1,5pt

3. Détermine les distances x (village **A**-sommet du col **S**) et y (sommet du col **S**-village **B**).

1,5pt

Présentation :

0,5pt

Classe : 3iem	CES BILINGUE D' AWAE	Année 2020/2021
Seq 4 Durée 2H	Epreuve de Mathématiques	Coef 4

PARTIE A : EVALUATION DES SAVOIRS (10pts)

I. Activités numériques : 5pts

Exercice 1 : 2pts

1) On pose $X = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$

a. Calcule $A = \frac{7}{3} - \frac{4}{3} \div \frac{4}{2}$ et mets le résultat sous la forme irréductible. 0.75pt

b. Sachant que $2,23 < \sqrt{5} < 2,24$; déterminer un encadrement de X par deux nombres décimaux. 0.5pt

2) Ecris le nombre $C = \frac{3+\sqrt{5}}{1-2\sqrt{5}}$ sans radical au dénominateur. 0,75pt

Exercice 2 : 3pts

On considère les polynômes f et g définis par $f(x) = (3x-2)^2 + (2-3x)(x-1)$ et $g(x) = (3x-2)(2x+5) + 9x^2 - 4$

1) Développe, réduis et ordonne suivant les puissances décroissantes de x le polynôme $f(x)$ 0,75pt

2) Factorise $g(x)$. 0,75pt

3) On pose $h(x) = \frac{(3x-2)(2x-1)}{(2-3x)(-x+3)}$

a/ Détermine la condition d'existence d'une valeur numérique de $h(x)$ 0,5pt

b / Simplifie $h(x)$ 0,5pt

c/ Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(2-3x)(-x+3) = 0$ 0,5pt

II. Activités géométriques : 5pts

Exercice 1: 2,25pts

Le solide ci-contre est une pyramide régulière .

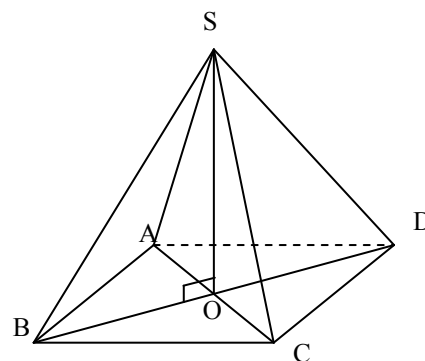
On donne $SO = 6$ cm, $AC = 4\sqrt{2}$ cm et $AB = 4$ cm

1 .Montrer que $SA \approx 6,63$ cm 0,5pt

2. Calculer $\sin(\widehat{SAO})$ puis déduire une mesure de l'angle $(\widehat{SAO})$ à 10^{-1} près 0,5pt

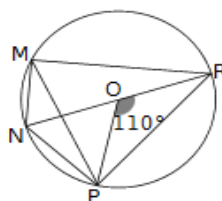
3. Calculer l'aire latérale de cette pyramide. 0,75pt

4. Calculer le volume de cette pyramide 0,5pt



Exercice 2 : 2,75pt

On considère la figure suivante où $[NR]$ est un diamètre. Compléter le tableau ci-dessous

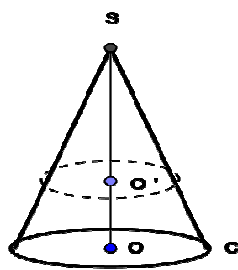


Angles	$\widehat{PMR}$	$\widehat{RMN}$	$\widehat{NMP}$	$\widehat{NRP}$
Mesures en degré				

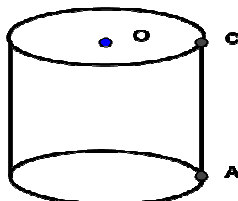
PARTIE B: EVALUATION DES COMPETENCES (10pts)

Situation :

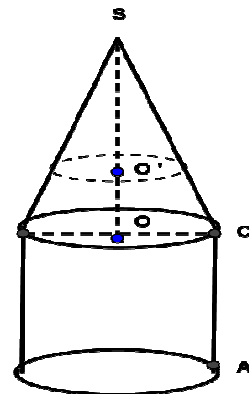
Un particulier veut construire un réservoir d'eau commercial qui a la forme d'un cône de révolution, dont la base repose sur un bloc de béton de forme cylindrique comme l'indique la figure ci-dessous. Il est aussi prévu de peindre les contours extérieurs de ce réservoir avec une peinture. Le plan prévoit les dimensions suivantes : $SO=4m$, $OC= 10m$, et la hauteur du cylindre est $AC = 1,5m$. Le technicien exige comme main d'œuvre, pour la construction du bloc, 500F par mètre cube de béton coffré et pour la peinture il exige 600F par mètre carré peint. Le bois de coffrage, le fer, le ciment et autres matériels nécessaires à la construction du bloc de béton est estimé à 300 000F. Une fois les travaux de constructions achevés, le propriétaire du réservoir le remplit d'eau de façon à laisser vide une partie correspondant à une hauteur SO' égale au $\frac{2}{3}$ de SO . Le propriétaire vend l'eau au tarif de 5F le bidon de $0,005 m^3$ (5litres).



Reservoir



Bloc de beton



Tâches :

- | | |
|--|------|
| 1) Quel est la dépense totale pour la construction du bloc en béton ? | 3pts |
| 2) Quel montant aurait rapporté la partie vide du réservoir? | 3pts |
| 3) Quel est le montant de la main d'œuvre du technicien pour la peinture ? | 3pts |

Présentation 1pt

Examinateur: M. OUAFFEU PAULIN

MINI SESSION N°4
MATHÉMATIQUES 3èmes
Durée : 2 h Coef : 4

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES /10 points

I-ACTIVITÉS NUMÉRIQUES : 5 points

Exercice 1 : 3 points

Pour chacune des questions suivantes trois réponses sont proposées. Relève le numéro de la question et celui de la réponse juste. (0,5 x 6) pts

N°	Question	Réponse a	Réponse b	Réponse c
1	$-4\sqrt{3} + \sqrt{48} - \sqrt{27} =$	$3\sqrt{3}$	$-3\sqrt{3}$	$2\sqrt{3}$
2	$(3 - 2\sqrt{3})^2 =$	$21 - 12\sqrt{3}$	21	$9 - 4\sqrt{3}$
3	$\sqrt{21 - 12\sqrt{3}} =$	$3 - 2\sqrt{3}$	$3 + 2\sqrt{3}$	$-3 + 2\sqrt{3}$
4	La forme factorisée de $x^2 - 121 + (x-11)(x+3)$ est :	$(x-11)(2x+4)$	$(x-11)(-2x-4)$	$(x+11)(2x+4)$
5	$X > -2$ équivaut à	$x \in [-2, \rightarrow[$	$x \in]-2, \rightarrow[$	$x \in]-2, \rightarrow]$
6	L'expression simplifiée de $\frac{-14+4x}{(7-2x)(5+2x)}$ est :	$\frac{-2}{5+2x}$	$\frac{2}{5+2x}$	$\frac{-2}{5-2x}$

Exercice 2: 2 points

1-Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $-4x-8 > 0$.

1pt

2-Un village a 950 habitants composés d'hommes, de femmes et d'enfants. Le nombre des hommes représente le quart de celui des enfants. Le nombre des femmes est le tiers de celui des enfants.

Déterminer le nombre d'enfants dans ce village.

1 pt

II-ACTIVITÉS GEOMÉTRIQUES / 5 points

Exercice 1 : 2 points

ABC est un triangle rectangle en B. On donne $BC = 3,6\text{cm}$; $AB = 4,58\text{ cm}$;

$AC = 6\text{cm}$. On place le point N sur la demi-droite $[AB)$ tel que $AN = 8\text{ cm}$. La parallèle de la droite (BC) passant par N coupe (AC) en M.

1- Faire une figure soignée.

0,5 pt

2- Calculer AM et NM.

1 pt

3- Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$.

0,5pt

Exercice 2 : 3 points

EFG est un triangle tel que $\widehat{EGF} = 60^\circ$ et $\widehat{EFG} = 45^\circ$.

H est le pied de la hauteur issue du sommet E. EG = 4 cm.

On rappelle que $\cos 45^\circ = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$,

$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ et $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

1- Calculer GH puis EH.

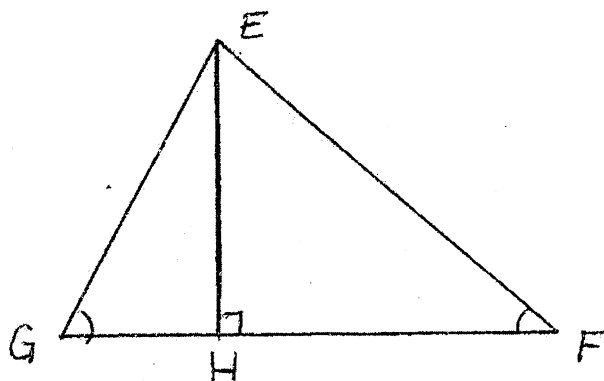
1 pt

2- Justifier sans calcul que HF = EH.

1 pt

3- Déterminer $\tan \widehat{EGF}$.

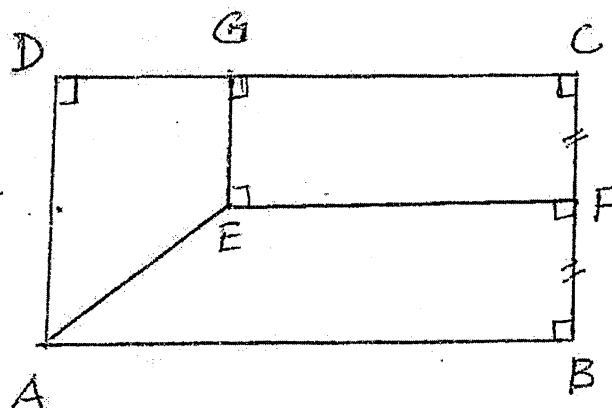
1 pt



PARTIE B : EVALUATION DES COMPÉTENCES /9 points

On rappelle que : $\text{surface du trapèze} = \frac{\text{somme des bases} \times \text{hauteur}}{2}$

La figure ci-contre représente le terrain de monsieur EDIMO. On donne AB = 120 m AD = 90 m et DG = 40 m. Il voudrait planter des palmiers sur la portion EFCG. Pour cela, il faudra 50 plants aux 100 m² à raison de 250 frs l'un. Il voudrait également exploiter le portion ABFE pour la culture des bananiers. Pour cela, il faudra 15 plants aux 10m² à raison de 100frs l'un. Il souhaite placer la dernière portion en location à raison de 30 000 frs l'hectare.



Tâches.

1-Calculer la dépense pour l'achat des plants de palmiers.

3 pts

2-Calculer la dépense pour l'achat des rejetons de bananiers.

3 pts

3-Calculer le montant de la somme qu'il recevra de la location de sa parcelle de terrain.

3 pts

Présentation : 1pt

EPREUVE DE MATHEMATIQUES				
Evaluation : Trim2	Année 2020/2021	Coefficient : 4	Classe : 3ième M1&M2	Durée : 2heures
Examineurs : <i>M. AZEBAZE TSAMO THEOPHILE & M. TINWO JOSEPH</i>				

NB : L'épreuve comporte deux parties indépendantes. La présentation de votre travail sera notée sur **1 pt**.

A/ ACTIVITES NUMERIQUES/06 points

EXERCICE 1/03pts

On considère les expressions littérales suivantes : $P(x) = (2x+1)(-3x+4) + 2(2x+1)$ et $R(x) = (2x+1)(x-3)$.

- 1) a) Développe et réduis l'expression $R(x)$ suivant les puissances décroissantes de x ; (0.75pt)
b) Calcule $P(1)$ et $P(-2)$; (0.5pt)
c) Justifie que $P(x) = -3(2x+1)(x-2)$; (0.75pt)
- 2) En déduis la condition d'existence de la fraction $\frac{P(x)}{Q(x)}$, puis simplifie cette fraction. (1pt)

EXERCICE 2/03 points

- 1- On considère les nombres réels suivants : $a = 24\sqrt{2} - \sqrt{16} + 2\sqrt{50} - 6\sqrt{32}$ et $b = \frac{2+\sqrt{2}}{-4+10\sqrt{2}}$
a) Montre que $a = -4+10\sqrt{2}$; (0.5pt)
b) Donne un encadrement de a par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2 sachant que $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$. (0.25pt)
c) Donne l'écriture du nombre réel b sans le radical $\sqrt{}$ au dénominateur. (0.5pt)
- 2- Résous dans IR chacune des équations suivantes :
i) $(2x+3)(-3x+4) = 0$; ii) $-\frac{1}{2}x+3 = 0$; iii) $2x+5 = 8x-7$ (0.75pt)
- 3- Résous dans IR chacune des inéquations suivantes tout en donnant l'ensemble solution sous forme d'intervalles : i) $6x-3 \leq 4x-1$; ii) $\frac{3}{4}x+3 > 0$ (1pt)

B/ ACTIVITES GEOMETRIQUES/04 points

EXERCICE 3/02 points

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .

On donne les points $A(1; 1)$; $B(3; 0)$; $C(4; -2)$ et $D(1; -2)$.

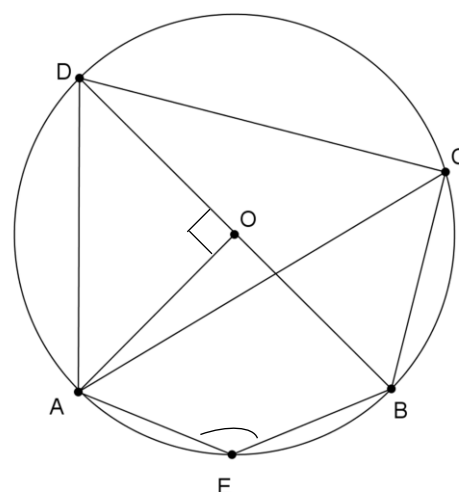
- 1- Place les points A, B, C et D dans le repère. (0.75pt)
- 2- Calcule les coordonnées du point K milieu du segment [BD]. (0.25pt)
- 3- Détermine les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BD}$ et justifie qu'ils sont orthogonaux. (1pt)

EXERCICE 4/02 points

Observe la figure ci-dessous dans laquelle O est le centre du cercle et A, B, D et E sont des points de ce cercle. Les droites (AO) et (BD) sont perpendiculaires.

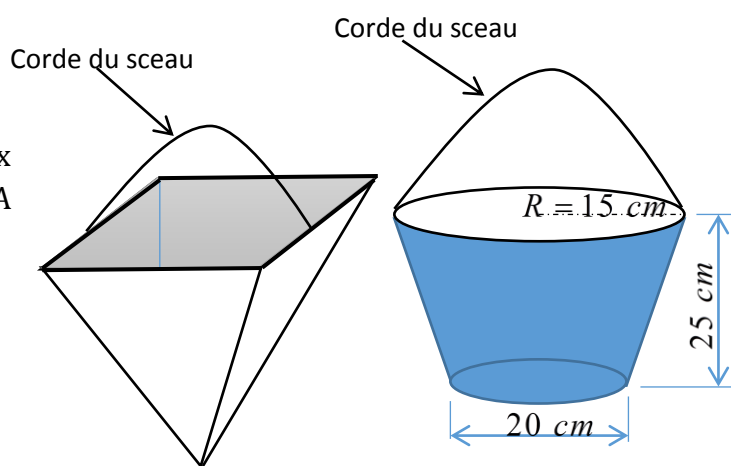
- 1- Quand dit-on qu'un angle inscrit dans un cercle et un angle au centre sont associés? (0.25pt)

- 2- Calcule $\widehat{MesACB}$. (0.5pt)
- 3- Répondre par « vrai » ou « faux ». (4x0.25pt)
- a) $\widehat{MesADB} = \widehat{MesACB}$.
- b) $\widehat{MesAOB} = \frac{1}{2} \widehat{MesADB}$.
- c) $\widehat{MesAEB} = 135^\circ$.
- d) Les angles $\widehat{ADB}$ et $\widehat{AEB}$ interceptent le même arc de cercle.
- 4- Quelle est la nature de la figure AEBCD ? (0.25pt)



C/EVALUATION DES COMPETENCES : 9 points

Les figures ci-contre représentent des seaux d'eaux dont doivent utiliser les deux enfants (SONIA et FRANCK) de maman HELENE ce week-end pour remplir chacun un fut d'eaux afin de mieux combattre la **Covid-19 version2** à BAMENDA. Ces deux futs ont la même contenance de $200\,000\text{ cm}^3$.



Chaque enfant doit remplir complètement son seau à la rivière avant d'y verser dans son fut et remplir aussi complètement ce fut. SONIA utilise le seau de forme tronconique dont le rayon du grand disque d'ouverture est de 15 cm , le diamètre du petit disque de base de 20 cm et la hauteur de son seau vaut 25 cm et FRANCK utilise un seau de forme pyramidale dont la base d'ouverture est un carré de côté 35 cm et de hauteur 30 cm . (NB : à prendre $\pi \approx 3,14$)

La tour de contrôle des gardes côtes du port de Limbé a une hauteur de 40 m . La surface des eaux de mer est relativement plane et horizontale ; la sentinelle des gardes cote voit le premier bateau en cours d'accostage sous un angle de 22° et le second sous un angle de 16° (Voir **Image B** ci-dessous). Le chef de cette unité de gardiennage souhaite déterminer la distance qui sépare le premier du second

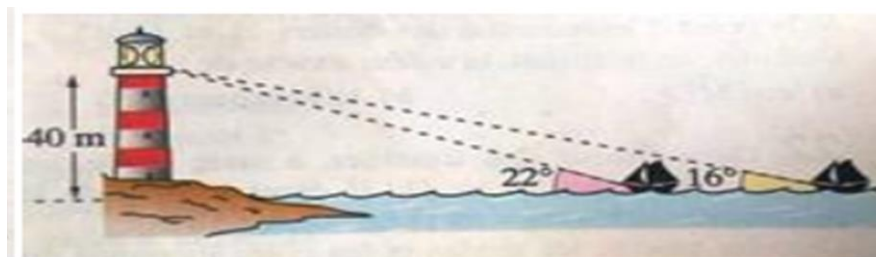


Image B

- Tâche 1 :** Combien de seau d'eaux SONIA a-t-il besoin pour sa mission ? (3pts)
- Tâche 2 :** Combien de seau d'eaux FRANCK a-t-il besoin pour sa mission ? (3pts)
- Tâche 3 :** Quelle distance sépare les deux bateaux au moment de la prise de photo ? (3pts)
- Présentation : (1 point)

« La réussite, c'est au bout de l'effort! »



Epreuve de Mathématiques

Cette épreuve, étalée sur deux pages, est notée sur 80 points. Toutes les questions sont obligatoires.

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (40 points)

ACTIVITES NUMERIQUES : (20 points)

Exercice 1 (6 points)

1. Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$, le nombre $A = \sqrt{2^4 \times 5^2 \times 7} - \sqrt{7^3 \times 2^2} - \sqrt{63}$. 2pts
2. Ecrire sans radical au dénominateur le nombre $B = \frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}$. 2pts
3. On donne $C = 7 - 4\sqrt{3}$.
Sachant que $1,73 < \sqrt{3} < 1,74$ déterminer un encadrement d'ordre 2 de C . 2pts

Exercice 2 (8 points)

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $3 - 4x > 2x - 1$. 2pts
2. On donne l'expression $E = (2x + 3)^2 - 16$.
 - (a) Développer et réduire E . 2pts
 - (b) Factoriser E . 2pts
 - (c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(2x + 7)(2x - 1) = 0$. 2pts

Exercice 3 (6 points)

On a relevé les notes de mathématiques, des élèves d'une classe de troisième et on a obtenu le tableau suivant :

Notes	[2; 4[	[4; 6[	[6; 8[	[8; 10[	[10; 12[
Effectifs	8	16	24	20	12

1. Déterminer la classe modale de cette série statistiques 1pt
2. Déterminer le pourcentage des élèves dont la note est supérieure ou égale à 8. 1pt
3. Quelle est la note moyenne de cette classe ? 2pts
4. Tracer l'histogramme de cette série. 2pts

ACTIVITES GEOMETRIQUES : (20 points)

Exercice 1 (6 points)

AMI est un triangle rectangle en A tel que $\cos \widehat{M} = \frac{3}{5}$.

1. Calculer $\sin \widehat{M}$ et montrer que $\tan \widehat{M} = \frac{4}{3}$. 4pts
2. On donne $AM = 9$. Calculer AI . 2pts

Exercice 2 (8 points)

La figure ci-contre est un verre de forme conique de hauteur $SO = 9\text{cm}$ et de rayon $OA = 4\text{cm}$. On prendra $\pi = 3,14$.

1. Calculer le volume $\mathcal{V}$ de ce verre.
2. On remplit à ras bord ce verre d'un jus de fruits glacé.

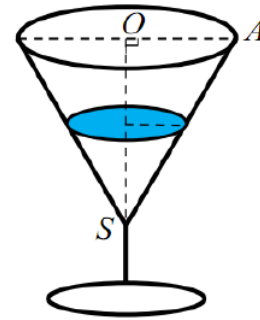
Assoiffée, M. Bell prend quelques gorgées jusqu'à ce que le verre soit à moitié plein.

- (a) Quel est le volume de jus restant dans le verre ?
- (b) En déduire le volume de jus bu par M. Bell

3pts

3pts

2pts



Exercice 3 (6 points)

Des élèves participent à une course à pied. Avant l'épreuve, un plan leur a été remis. Il est représenté par la figure ci-contre.

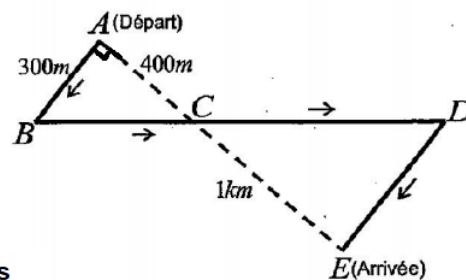
Les droites (AE) et (BD) sont sécantes en C

Les droites (AB) et (DE) sont parallèles

ABC est un triangle rectangle en A .

Calculer la longueur réelle du parcours $ABCDE$.

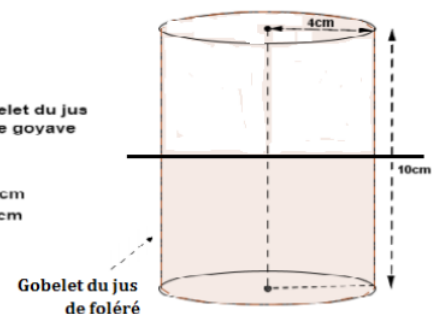
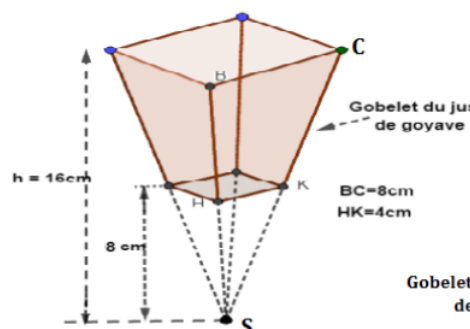
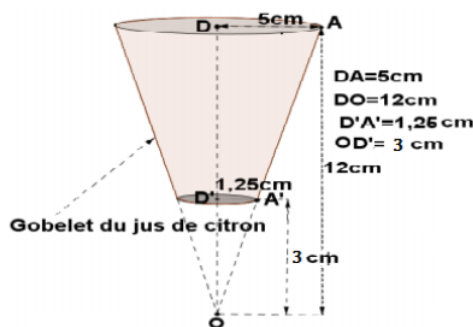
6pts



PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (40 points)

Habiba est une vendeuse de jus. Pour la kermesse du lycée, elle veut profiter de cette cérémonie pour réaliser des bénéfices. Pour cela, elle dépense 2000Fcf pour la préparation de 15 litres de jus de foléré, 2500Fcf pour 16 litres de jus de citron et 1800Fcf pour 9 litres de jus de goyave. Ces jus sont vendus dans des gobelets dont les formes sont représentées ci-dessous. Les gobelets de jus de citron qui ont la forme d'un tronc de cône sont fabriqués à partir d'un cône de révolution de sommet O , de hauteur $OD = 12\text{cm}$ et de rayon de base $DA = 5\text{cm}$; tandis que les gobelets de jus de goyave ont la forme d'un tronc de pyramide issu de la section de la pyramide régulière de sommet S par un plan parallèle à sa base et passant par K . cette pyramide a pour hauteur $h = 16\text{cm}$ et pour base carrée de côté $BC = 8\text{cm}$. Le gobelet de jus de foléré, est la moitié d'un cylindre de hauteur 10cm et rayon de base 4cm . Habiba souhaite vendre chaque jus à raison 100Fcf le gobelet.

NB: 1litre = 1000cm³



Tâches

1. Détermine le bénéfice réaliser par Habiba en vendant la totalité du jus de Citron.
2. Détermine le bénéfice réaliser par Habiba en vendant la totalité du jus de goyave.
3. Détermine le bénéfice réaliser par Habiba en vendant la totalité du jus de foléré.

12pts

12pts

12pts

Présentation : 4 points

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Partie A : Evaluation des ressources/ 10 pts

I- Activités numériques/ 5 pts

Exercice 1 : Q.C.M./1,5 pt

On considère les expressions suivantes : $(E): 9x^2 - 16 + (3x + 4)(x - 2)$, $C = 2\sqrt{5} - 6\sqrt{45} + 3\sqrt{20}$.

L'expression C est encore égale à :	a) $C = -10\sqrt{5}$	b) $C = -10 + \sqrt{5}$	c) $C = -10 - \sqrt{5}$
La forme factorisée de (E) est :	a) $(3x + 4)(2x - 3)$	b) $2(3x + 4)(2x - 3)$	c) $(3x - 4)(2x - 3)$
La solution de l'équation $(E) = 0$ est :	a) $S = \left\{-\frac{4}{3}; -\frac{3}{2}\right\}$	b) $S = \left\{\frac{4}{3}; \frac{3}{2}\right\}$	c) $S = \left\{-\frac{4}{3}; \frac{3}{2}\right\}$

Exercice 2/ 3,5 pts

Le ministère de transport public a mené une enquête sur le nombre d'accidents par période d'une journée et obtenu les résultats du tableau ci-dessous :

Intervalle d'heures	[0; 4[	[4; 8[	[8; 12[	[12; 16[	[16; 20[	Total
Nombres d'accidents		50		60	20	250
Fréquences en %	12		36			100
Centres des classes	2	4	6	8	10	

- 1- Quelle est l'amplitude de cette série statistique ?
- 2- Recopier et compléter le tableau ci-dessus.
- 3- Quelle est la période de la journée où on a enregistré le plus grand nombre des accidents ?
- 4- Calculer la moyenne des accidents enregistrés.
- 5- Représenter le diagramme de la fréquence des accidents en fonction de temps.

0,5 pt
1,25 pt
0,25 pt
0,5 pt
1 pt

II- Activités géométriques/ 5 pts

Exercice 1/ 3 pts

Sur la figure ci-contre, $[BC]$ est diamètre du cercle de rayon $OC=4\text{cm}$ et la mesure de l'angle $\widehat{AOB}$ est égale à 70°

- 1- Recopier et compléter le tableau ci-dessous. 0,5×4=2 pts

Angles	$\widehat{ACB}$	$\widehat{OBA}$	$\widehat{AEB}$	$\widehat{DAC}$
Mesures en ($^\circ$)				

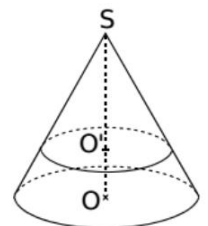
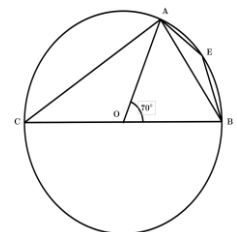
- 2- Donner la nature triangle ABC et en déduire la mesure du côté AB . 1pt

Exercice 2/ 2 pts

On considère un cône de sommet S , de hauteur $SO=10\text{cm}$ et de rayon de base $R=3,2\text{cm}$.

Un plan parallèle à sa base le coupe en deux parties tel que $SO'=7\text{cm}$ comme le montre la figure.

- 1- Calculer le volume V du grand cône. 0,5 pt
- 2- Calculer le coefficient de réduction K et en déduire le volume V' du tronc de ce cône. 1,5 pt



Partie B : Evaluation des compétences/ 9 pts

Compétences visées :

- Calculer la distance de deux points connaissant leurs coordonnées ;
- Calculer les volumes des solides usuels.

BOUBA, un homme d'affaire décide d'aménager une station-service dans une localité repérée par deux points (D_1) et (D_2) perpendiculaires en O . pour cela, il commande du **béton**, du **gasoil** et de la **pouzzolane** devant être livrés à sa station S située à **10km** de (D_1) et à **50km** de (D_2) par trois camions **pleins**.

- Le premier camion est une citerne de forme **cylindrique droite**. Il est chargé du **gasoil** à la station **Total** au point T situé à **10km** de (D_1) et à **20km** de (D_2) à un prix de **400 000 FCFA le m^3** .

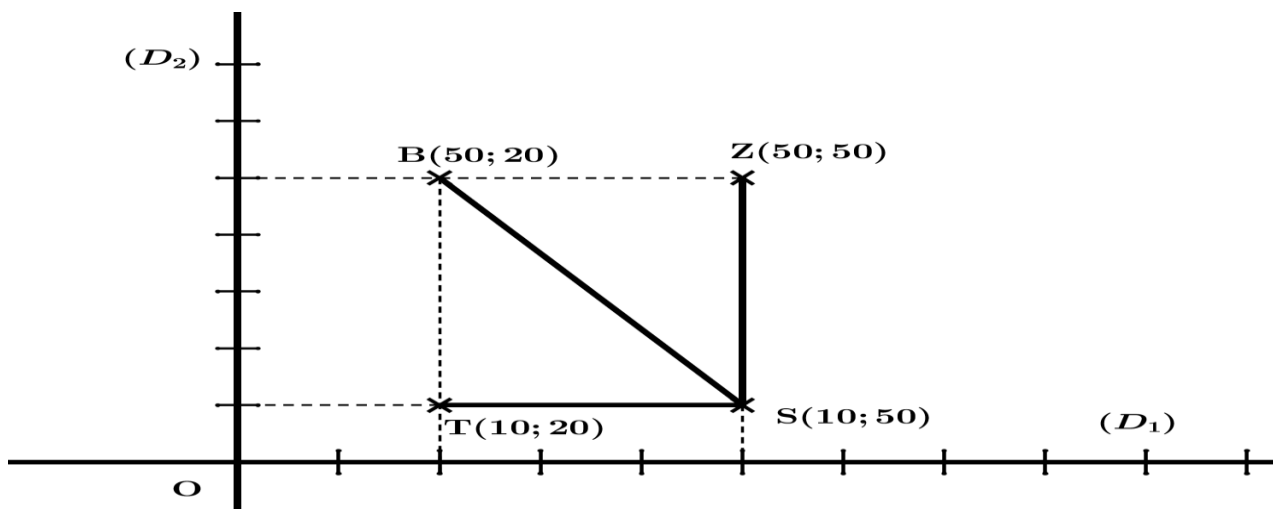
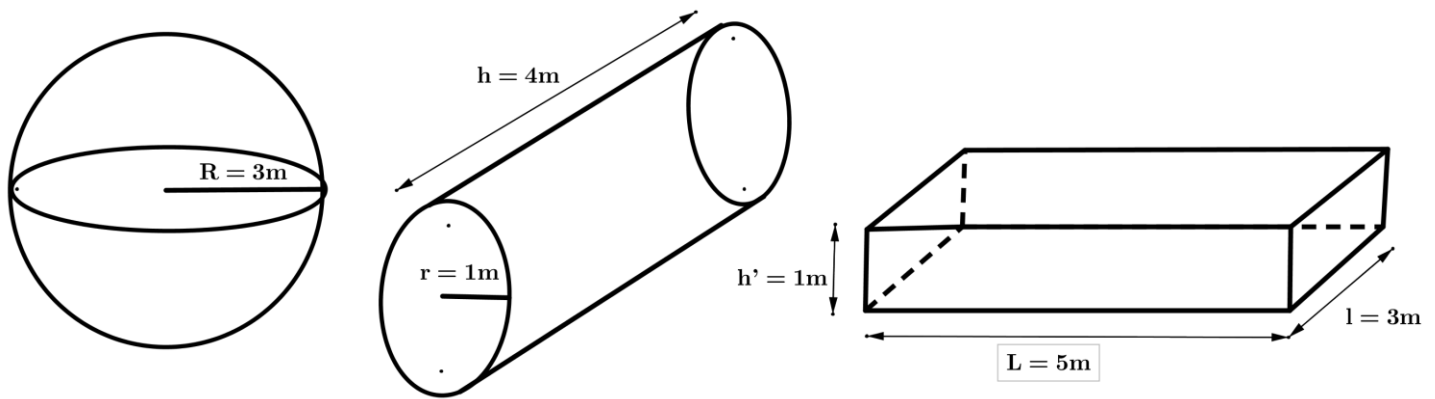
- Le deuxième camion est une bétonnière de forme **sphérique** chargé du **béton** à l'usine « **Béton 3X** » au point B situé à **50km de (D_1)** et à **20km de (D_2)** à un prix de **30 000 FCFA le m^3** .
- Le troisième camion est une **benne** de forme d'un **pavé droit** chargée de **pouzzolane** à la carrière « **ZOULA** » au point Z situé à **50km de (D_1)** et à **50km de (D_2)** à un prix de **40 000 FCFA le m^3** .

Pour leurs déplacements, **BOUBA** a donné à chaque chauffeur un montant de **3 500 FCFA le km**

Tâche 1 : Combien dépense **BOUBA** pour l'achat et le transport du béton ? **3 pts**

Tâche 2 : Combien dépense **BOUBA** pour l'achat et le transport du gasoil ? **3 pts**

Tâche 3 : Combien dépense **BOUBA** pour l'achat et le transport de la pouzzolane ? **3 pts**



Présentation

1 pt

MINESEC		ANNÉE SCOLAIRE 2020-2021	
DRES/LITTORAL		ÉVALUATION SOMMATIVE N°4	
DDESS/WOURI		ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES	
LYCÉE TSF MONGO JOSEPH	3 ^{ème}	DURÉE : 2H	Coefficient : 4

NOTE SUR 20	NON ACQUISE [0 ; 10[	En cours d'acquisition [10 ; 14[	Acquise [14 ; 18[	Parfaitement acquise [18 ; 20]	Visa du parent
	NA	ECA	A	A ⁺	

I- ÉVALUATION DES RESSOURCES : [10points]

A- ACTIVITÉS NUMÉRIQUES : [5points]

EXERCICE 1 : [2,5pts]

On donne : $A = 3\sqrt{2} - \sqrt{19}$; $B = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$ et $C = \frac{400 \times 10^{-5} \times 0,6 \times 10^2}{0,004 \times 10^{-5}}$.

- 1- a) Comparer $3\sqrt{2}$ et $\sqrt{19}$ puis en déduire le signe de $3\sqrt{2} - \sqrt{19}$. [0,5pt]
- b) Développer $(3\sqrt{2} - \sqrt{19})^2$. [0,5pt]
- c) En déduire l'écriture simplifiée de $\sqrt{37 - 6\sqrt{38}}$. [0,5pt]
- 2- a) Mettre B sous la forme $a + b\sqrt{3}$ où a et b sont des réels à déterminer. [0,5pt]
- b) On pose $B = 7 + 4\sqrt{3}$. Sachant que $1,73 < \sqrt{3} < 1,74$; donner un encadrement de B à 10^{-2} près.
- 3- Calculer C et donner sa notation scientifique. [0,5pt]

EXERCICE 2 : [2,5pts]

On donne : $A = (x - 5)^2 - 16$; $B = (x - 5)^2 - 16 - (3x + 2)(x - 9)$ et $C = \frac{(9-x)(2x+3)}{(9-x)(x-2)}$.

- 1- Montre que $A = (x - 9)(x - 1)$. [0,5pt]
- 2- Factorise B . [0,5pt]
- 3- a) Donne la condition d'existence de C . [0,5pt]
- b) Simplifie C . [0,5pt]
- c) Calcule la valeur numérique de C pour $x = 3$. [0,5pt]

B- ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES : [5points]

EXERCICE 1 : [2,5pts]

L'unité est le centimètre. NDU est un triangle rectangle en N , I est un point appartenant au segment $[ND]$ et F un point du segment $[NU]$. On donne : $ND = 9$; $NI = 5,4$; $NU = 12$; $NF = 7,2$.

- 1- Faire la figure. [0,5pt]
- 2- Montrer que les droites (DU) et (IF) sont parallèles. [0,75pt]

3- Montrer que $DU = 15$

[0,5pt]

4- Calculer la longueur du segment $[IF]$.

[0,75pt]

EXERCICE 2 : [2,5pts]

$ABCDE$ est une pyramide de base rectangulaire $ABCD$ et de sommet E .

I désigne le centre du rectangle $ABCD$ et EI la hauteur de la pyramide.

On donne en centimètres $AB = 5$; $BC = 12$; $AE = 7$.

On admet que le triangle AIE est rectangle en I .

1- Calcule AI .

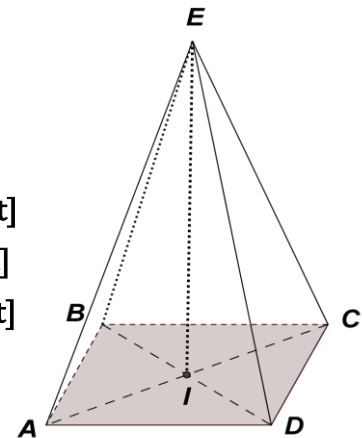
[0,75pt]

2- Montre que $EI = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

[1pt]

3- En prenant $\sqrt{3} = 1,73$, calcule le volume de la pyramide.

[0,75pt]



II- ÉVALUATION DES COMPÉTENCES : [10points]

Pour avoir obtenu une mauvaise note en mathématiques, **DAVID** a été puni par son père ; il lui a demandé de remplir le réservoir d'eau ayant une forme cubique d'arête 1,8 mètre à l'aide d'un seau ayant la forme cylindrique de rayon 20 cm et de hauteur 5 dm. Pendant les vacances, **DAVID** sert du jus naturel d'orange aux clients du restaurant de sa tante. Chaque orange est assimilable à une sphère de rayon 4 cm. Et le jus se trouvant dans une orange représente les $\frac{3}{4}$ du volume de cette orange. **DAVID** ne peut extraire que 90% du jus de cette orange. Il a besoin de 10 litres de jus par jour. Après ses études, **DAVID** a été sollicité par le maire pour peindre le grand monument de la ville qui a la forme d'une pyramide régulière reposant sur la base qui est un carré de côté 16 dm et la hauteur est de 18 dm. Pour ce travail, il est nécessaire d'utiliser 1 litre de peinture par mètre carré.

Tâches :

1- De combien d'oranges **DAVID** a-t-il besoin pour obtenir 10 litres de jus ? [3pts]

2- Combien de fois **DAVID** doit-il puiser de l'eau plain dans le seau pour remplir ce réservoir ? [3pts]

3- Quel est le volume nécessaire pour peindre entièrement ce monument ? [3pts]

Présentation : [1point]

EVALUATION DES RESSOURCES (15,5 points)

EXERCICE 01: (05 points)

Recopier sur votre feuille de composition le numéro et la bonne réponse parmi les quatre proposées

1- Dans $\mathbb{R}^2$ le système $\begin{cases} 3x + 2y = 23 \\ x - 7y = 0 \end{cases}$ a pour solution le couple :

a) (1 ; 7) ; b) (7 ; 1) ; c) (-1 ; 7) ; d) (1 ; -7) 1pt

2- Pour tout réels x et y strictement positifs, le système $\begin{cases} 6x + 4y = 46 \\ \ln x - \ln y = \ln 7 \end{cases}$ est équivalent au système : a) $\begin{cases} 3x + 2y = 23 \\ x - 7y = 0 \end{cases}$; b) $\begin{cases} 3x + 2y = 23 \\ x + 7y = 0 \end{cases}$; c) $\begin{cases} 3x - 2y = 23 \\ x - 7y = 0 \end{cases}$; d) $\begin{cases} 3x + 2y = 23 \\ -x - 7y = 0 \end{cases}$ 1pt

3- Le couple solution du système $\begin{cases} 6x + 4y = 46 \\ \ln x - \ln y = \ln 7 \end{cases}$ est :

a) (7 ; -1) ; b) (7 ; 1) ; c) (-1 ; 7) ; d) (1 ; -7) 1pt

4- Une primitive de la fonction f définie sur l'intervalle $]-\frac{1}{2} ; +\infty[$ par $f(x) = \frac{4}{2x+1}$ est la fonction F définie dans le même intervalle par :

a) $F(x) = \ln(2x+1)$; b) $F(x) = 2\ln(2x+1)$; c) $F(x) = \frac{1}{2}\ln(2x+1)$; d) $\ln(2x+1)^2$ 1pt

5- Une primitive de la fonction f définie dans $\mathbb{R}$ par $f(x) = -1 + \frac{x^2}{4}$ est la fonction F

définie par $F(x) =$ a) $-x^2 + \frac{x}{2}$; b) $-x + \frac{x^3}{4}$; c) $-x + \frac{x^3}{12}$; d) $-x - \frac{x^3}{12}$ 1 pt

EXERCICE 02: (10,5 points)

On considère la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ telle que $f(x) = 2x - 1 - \ln x$. On désigne par (C_f) la courbe représentative de la fonction f dans le plan rapporté au repère orthonormé $(O ; I ; J)$. (Unité graphique 2 cm)

1- Déterminer le domaine de définition D_f de la fonction f . 0,5 pt

2- Calculer la limite de f à droite en 0 puis déduire que (C_f) admet une asymptote verticale dont on précisera une équation. 1 pt

3- a) Vérifier que pour tout x de D_f , $f(x) = x \left(2 - \frac{1}{x} - \frac{\ln x}{x} \right)$. 0,5 pt

- b) Calculer la limite de f en $+\infty$. 0,5 pt
- 4- a) Montrer que pour tout x de D_f , $f'(x) = \frac{2x-1}{x}$. 1pt
- b) Etudier le signe de dérivée de f et en déduire le sens de variation de f . 1,5 pt
- c) Dresser le tableau de variations de f . 1 pt
- 5- Calculer $f(1)$ et $f(2)$. 1 pt
- 6- Déterminer une équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse 1. 1 pt
- 7- Tracer soigneusement (T) et (C_f) dans le repère $(O ; I ; J)$. 2,5 pts

EVALUATION DES COMPETENCES (04,5 points)

Palier des compétences : Résoudre une situation problème, déployer un raisonnement logique, communiquer à l'aide du langage mathématique en faisant appel aux équations du second degré dans IR et la résolution des systèmes linéaires pour résoudre un problème.

M. TAMO responsable d'un groupe de chercheurs désire organiser un voyage d'études avec ses élèves et collègues enseignants. Cependant, il se demande s'ils pourront tous voyager. Il se rend alors dans deux compagnies de transport A et B qui proposent les conditions suivantes :

	Prix enseignants	Prix élèves	Prix total
Compagnie A	28 000	20 000	1 336 000
Compagnie B	32 000	16 000	1 472 000

Pour les préparatifs du voyage, trois élèves se rendent au marché pour acheter les fruits de même variété. Le premier achète 2 oranges, 5 mangues et 3 papayes à 900F ; la seconde achète 3 oranges, 4 mangues et une papaye à 475F ; la troisième achète 2 oranges, 5 mangues et 2 papayes à 675F. En rentrant du marché, une des élèves Carine fait un arrêt dans une boutique de vente de téléphone pour acheter un téléphone androïde qui coûte 50 000F et demande une réduction. Le vendeur accepte de faire la réduction de $t\%$, et lui informe que t est solution de l'équation $t^2 - 5t - 50 = 0$.

Tâches :

- 1- Combien d'enseignants et d'élèves participeront à ce voyage ? 1,5 pt
- 2- M. TAMO pourra-t-il se procurer 10 oranges, 12 mangues et 7 papayes avec la somme de 2 500F? 1,5 pt
- 3- Quelle somme dépensera Carine pour l'achat de son téléphone androïde ? 1,5 pt

« Par M. DJOUTSOP Emile »

EPREUVE DES MATHÉMATIQUES

A : EVALUATION DES RESSOURCES (15,5 pts)

Exercice 1 : (6 points) I- Choisir la lettre correspondant à la bonne réponse parmi celles proposées. 4pts

- 1- L'expression factorisée du polynôme $-7x^2 - 14x + 21$ est :
a) $(x-1)(x+3)$; b) $-7(x-1)(x+3)$; c) $-7(x-1)(x-3)$; d) $7(x-1)(x-3)$
- 2- L'intervalle $]-\infty; 1[$ est l'ensemble des solutions de l'inéquation
a) $-3x + 5 < 2x + 4$; b) $-3x - 5 > -2x + 4$; c) $-3x + 5 > -2x + 4$; d) $-3x + 5 \geq -2x + 4$
- 3- Le système $\begin{cases} 2x - 3y = 11 \\ -x + 7y = -11 \end{cases}$ admet pour solution, le couple
a) $(-1; 4)$; b) $(-4; 1)$; c) $(1; 4)$; d) $(4; -1)$
- 4- Le système $\begin{cases} -x + y + z = 3 \\ x + y + z = 1 \\ x + 2y + z = 2 \end{cases}$ admet pour la solution le triplet :
a) $(0; 1; 3)$; b) $(-\frac{6}{5}; \frac{7}{5}; \frac{2}{5})$; c) $(-2; 8; \frac{2}{5})$; d) $(\frac{2}{5}; \frac{7}{5}; \frac{-6}{5})$

II-Résoudre dans $\mathbb{R}^3$, le système $\begin{cases} 2x + y + z = -1 \\ y - z = 3 \\ x - z = 0 \end{cases}$ 2pts

Exercice2 : 4,5 points On considère le polynôme de $T(x) = x^3 - 12x^2 + 23x + 36$

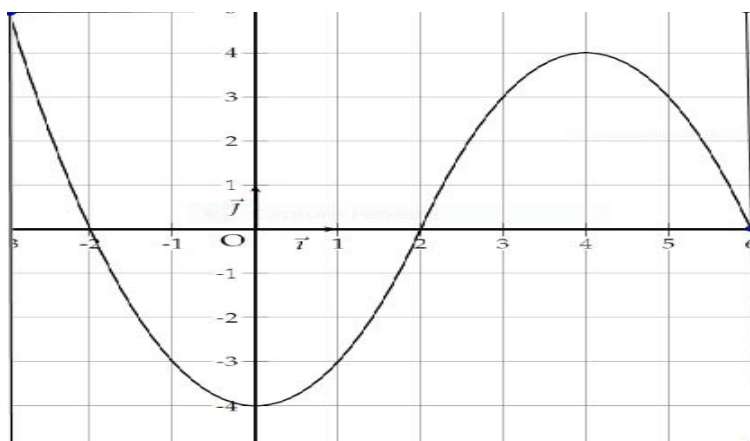
- 1- a) Calculer $T(4)$ puis, conclure. 1pt
b) Vérifier que $T(x) = (x-4)(x^2 - 8x - 9)$ 1pt
- 2- Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $x^2 - 8x - 9 = 0$ 1pt
- 3- En utilisant le tableau de signe, déduire la solution de l'inéquation $T(x) \geq 0$. 1,5pt

Exercice3 : 4 points On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{2x^2 - 7x + 8}{-x + 2}$.

- 1- Déterminer l'ensemble de définition de f . 0,5pt
- 2- Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$. 2pts
- 3- Montrer que pour tout $x \neq 2$, $f(x) = -2x + 3 + \frac{2}{-x+2}$. 0,5pt
- 4- Déterminer une équation de l'asymptote verticale. 0,25pt
- 5- Justifier que la droite $(D): y = -2x + 3$ est asymptote oblique à la courbe de f . 0,75pt
- 6- Montrer que le point $A(2; -1)$ est centre de symétrie de la courbe de f . 1pt

B : EVALUATION DES COMPETENCES 4,5pts

Suite à un accident vasculaire cérébral, M. HENESSOU a été admis d'urgence dans un hôpital de la place la nuit du vendredi. Dès son admission en soins intensifs les battements de son cœur en fonction du temps ont été enregistrés l'aide d'un cardiographe la nuit du vendredi 21h(correspondant à $t = -3$) au matin du samedi 6h(correspondant à $t = 6$) et le cardiogramme obtenu est représenté par la courbe de la fonction f ci-contre. La *Tachycardie* est une anomalie du rythme cardiaque qui se produit lorsque les battements du cœur sont strictement supérieurs au seuil $f(t) = 3$, l'*arrêt cardiaque* se produit lorsque les battements de cœur sont nuls et le *Coma* se produit lorsqu'on est strictement en dessous de l'arrêt cardiaque.

**Tâche 1 :** Combien M. HENESSOU a-t-il eu d'arrêts cardiaques durant cette période et à quelles heures se sont-ils produits?**Tâche 2 :** Durant quelle période de temps M. HENESSOU était-il plongé dans le coma ?**Tâche 3 :** Durant quel intervalle de temps de M. HENESSOU a-t-il eu une tachycardie le samedi matin ?

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

L'épreuve comporte deux (02) parties toutes obligatoires. La clarté de la copie et la rigueur dans le raisonnement seront prises en compte lors de l'appréciation de la copie du candidat.

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES 15 points

EXERCICE 1 : 7 points

1) Répondre par vrai ou faux à l'affirmation suivante :

La solution dans $\mathbb{R}^3$ du système
$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 3x - 2y - 6z = -5 \\ -2x + y - 11z = -12 \end{cases}$$
 est $S = \{(1; 1; 1)\}$ 0,5 pt

2) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ les systèmes suivants :

a)
$$\begin{cases} \sqrt{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z-2} = 3 \\ 3\sqrt{x} - \frac{2}{y} - \frac{6}{z-2} = -5 \\ -2\sqrt{x} + \frac{1}{y} - \frac{11}{z-2} = -12 \end{cases}$$
 b)
$$\begin{cases} \ln x + \ln y + \ln z = 3 \\ 3 \ln x - 2 \ln y - 6 \ln z = -5 \\ -2 \ln x + \ln y - 11 \ln z = -12 \end{cases}$$
 c)
$$\begin{cases} e^x + e^y + e^z = 3 \\ 3e^x - 2e^y - 6e^z = -5 \\ -2e^x + e^y - 11e^z = -12 \end{cases}$$
 3 pts

3) On considère le polynôme $P(x) = -x^3 + 7x - 6$

a) Calculer $P(1)$ et conclure

b) Montrer que $P(x) = (x - 1)(-x^2 - x + 6)$ 0,5 pt

c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$ 1 pt

d) En déduire dans $\mathbb{R}$ les solutions de l'équation et l'inéquation suivantes : 2 pts

(E) : $-(\ln x)^3 + 7 \ln x - 6 = 0$ (I) : $-(\ln x)^3 + 7 \ln x - 6 \geq 0$

EXERCICE 2 : 8 points

I) La figure ci-contre est la représentation graphique d'une fonction f . A l'aide de ce graphe, répondre aux questions suivantes.

1) Préciser l'ensemble de définition D_f de f . 0,5 pt

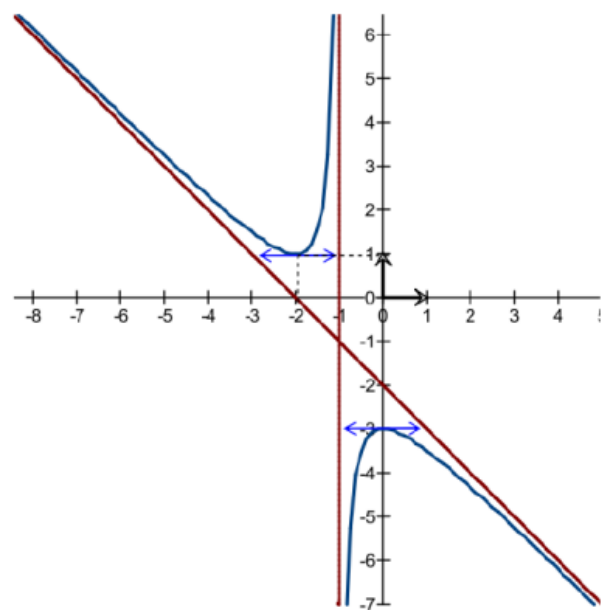
2) Dresser le tableau des variations de f . 1 pt

3) Déterminer $f(-2)$, $f(0)$ et le nombre dérivé $f'(0)$. 0,75 pt

4) On suppose que $f(x) = -x - 2 - \frac{1}{x+1}$

a) Déterminer la primitive F de f sur $] -1; +\infty[$ qui prend la valeur 2 en 0. 1 pt

b) Montrer que le point $\Omega(-1; -1)$ est le centre de symétrie de la courbe de f . 0,75 pt



II) On considère la fonction g définie par $g(x) = \ln(4 - 2x)$

- 1) Justifier que l'ensemble de définition de g $D_g =]-\infty; 2[$ 0,5 pt
- 2) a) Calculer la limite de $g(x)$ quand x tend vers $-\infty$ 0,25 pt
 b) Calculer la limite de $g(x)$ quand x tend vers 2 et en déduire que la courbe de g admet une asymptote dont on précisera la nature 0,5 pt
- 3) Montrer que la dérivée $g'(x) = \frac{-2}{4 - 2x}$ et en déduire le tableau des variations de g 1,5 pt
- 4) Compléter le tableau des valeurs ci-contre et construire la courbe de g dans un repère orthogonal (O, I, J) d'unités 2cm sur les axes. 1,25 pt

x	-4	-2	0	1
$g(x)$	...	...	...	...

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES 4,5 points

Situation : FABIOLA se rend dans un supermarché à bord de son véhicule pour y faire ses courses. Durant tout le trajet, elle roule à une vitesse $v(t)$ exprimée en km/h et dépendant du temps t exprimé en heure. Ces deux grandeurs sont liées par la relation $v(t) = \frac{-0,25t^2 - 225}{t}$ et on rappelle que la vitesse est maximale lorsque sa dérivée par rapport au temps est nulle. Une fois arrivé, elle achète en trois phases et au même prix trois variétés de pagne : SuperWax, Côte-d'Ivoire et Anglais. La première phase elle achète 2 SuperWax, 3 Côte-d'Ivoire et 2 Anglais, et paye 250000 FCFA. La deuxième phase, elle achète 3 SuperWax, 3 Côte-d'Ivoire et 1 Anglais, et paye 135000 FCFA. La troisième phase, elle achète 2 SuperWax, 7 Côte-d'Ivoire et 8 Anglais, et paye 410000 FCFA. Par ailleurs elle voudrait aussi acheter un four à gaz coûtant 250000 FCFA. Le vendeur satisfait de ses achats décide alors de lui faire une première remise d'un taux de $x\%$ suivie immédiatement d'une seconde remise d'un taux de $0,25x\%$; ce qu'il fait qu'elle achète le four à gaz 219375 FCFA.

Répondre aux **tâches** suivantes.

- (1) Après avoir dresser le tableau des variations de la fonction $v(t)$ sur $]0; +\infty[$; Déterminer la vitesse maximale atteint par le véhicule. 1,5 pt
- (2) Déterminer le prix unitaire de chaque variété de pagne. 1,5 pt
- (3) Déterminer la valeur de la seconde remise lors de l'achat du four à gaz. 1,5 pt

Présentation : 0,5 pt

Collège Mgr. F.X. VOGT		ANNÉE SCOLAIRE 2020-2021
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES	SESSION INTENSIVE	06 février 2021
Niveau : T ^{le} C	ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES Durée : 4 h	Coefficient : 7

Partie A : Evaluation des ressources

15 points

EXERCICE 1 : 4,75 points

Soit f la fonction définie sur $]1; +\infty[$ par $f(x) = x + \ln(x^2 - 1)$.

- 1.a. Etudier les variations de f . 1 pt
- b. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet dans $]1; +\infty[$ une solution unique α et que $\alpha \in]1,1; 1,2[$. 0,5 pt
2. g est la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = \sqrt{1 + e^{-x}}$.
Montrer que l'équation $f(x) = 0$ équivaut à l'équation $g(x) = x$. 0,25 pt
3. On désigne par I l'intervalle $]1; 2[$.
Montrer que pour tout $x \in I$, $g(x) \in I$ et que $|g'(x)| \leq \frac{1}{2e} \leq \frac{1}{5}$. 0,75 pt
4. On définit la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ par : $u_0 = 1,1$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = g(u_n)$.
a. Montrer que pour tout entier naturel n , $u_n \in I$. 0,5 pt
b. Démontrer que pour tout entier naturel n , $|u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{5}|u_n - \alpha|$. 0,5 pt
c. En déduire que pour tout entier naturel n , $|u_n - \alpha| \leq \frac{1}{2}\left(\frac{1}{5}\right)^{n+1}$. 0,5 pt
d. Montrer que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge et préciser sa limite. 0,25 pt
e. Déterminer le plus petit des entiers p pour lesquels u_p est une valeur approchée de α à 10^{-4} près. 0,5 pt

EXERCICE 2 : 4 points

1. Résoudre dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation : $7x - 12y = 1$ 0,75 pt
2. Le plan complexe est rapporté au repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On prendra pour unité graphique 1 cm.
On considère la suite de nombres complexes z_n définie par :

$$\begin{cases} z_0 = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{3}{4}i \\ z_{n+1} = -(\sqrt{3} + i)z_n - 1 + i(1 + \sqrt{3}) \text{ pour } n \geq 0 \end{cases}$$

Soit Ω le point d'affixe i . On désigne par M_n le point image de z_n dans le plan complexe.

2. Calculer ΩM_0 et donner une mesure de l'angle $(\vec{u}, \overrightarrow{\Omega M_0})$. 0,5 pt
3. a. Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n , $z_n - i = 2^n e^{i\frac{7n\pi}{6}} (z_0 - i)$ 0,75 pt
b. Pour tout entier naturel n , calculer ΩM_n puis déterminer le plus petit entier naturel tel que : $\Omega M_n \geq 10^2$. 0,5 pt
4. a. Soit Δ l'ensemble des points M du plan d'affixe z telle que $\text{Im}(z) = 1$ et $\text{Re}(z) \geq 0$.
Caractériser géométriquement Δ et le représenter. 0,5 pt
d. Déterminer l'ensemble des entiers naturels n tels que M_n appartienne à la demi-droite d'origine Ω dirigée par le vecteur $\vec{u}$. Préciser son plus petit élément. 1 pt

EXERCICE 3 : 3,75 points

On considère la famille des fonctions f_λ définies par $f_\lambda(x) = 1 + \ln(1 + \lambda x)$ où λ est un réel non nul ; (C_λ) la courbe de f_λ et (D) la droite d'équation $y = x$ dans le plan muni du repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On pose $\varphi_\lambda = f_\lambda(x) - x$.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f_λ . 0,25 pt

2. On suppose $\lambda < 0$. Etudier les variations de φ_λ et dresser son tableau de variations. En déduire le nombre de points d'intersection de (C_λ) et (D) . 1 pt
- 3.a. On suppose $\lambda > 0$. Etudier les variations de φ_λ et dresser son tableau de variations. Etablir que la plus grande valeur prise par φ_λ quand x décrit l'ensemble de définition est $m(\lambda) = \frac{1}{\lambda} + \ln \lambda$. 1 pt
- b. Etudier les variations de m sur $]0, +\infty[$; en déduire le signe de $m(\lambda)$. 1 pt
- c. Déterminer le nombre de points communs à (C_λ) et (D) lorsque λ est positif. 0,5 pt

EXERCICE 4 : 2,5 points

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. on donne les points

$A(\frac{-1}{2}; 0; 0)$, $B(\frac{1}{2}; 0; 0)$ et $F(0; 1; 0)$. Soit $M(x; y; z)$ un point de l'espace

- 1.a Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{MA} \wedge \overrightarrow{MB}$. 0,5 pt
- 1.b Déterminer le point M_0 tel que : $\overrightarrow{M_0A} \wedge \overrightarrow{M_0B} = \overrightarrow{M_0F}$ 0,5pt
- 2.a. Déterminer l'ensemble des points M du plan $(0, \vec{i}, \vec{j})$ tels que : $\|\overrightarrow{MA} \wedge \overrightarrow{MB}\| = \|\overrightarrow{MF}\|$ 0,5pt
- b. En interprétant $\|\overrightarrow{MA} \wedge \overrightarrow{MB}\|$ comme une aire, montrer que ces points M sont à égale distance du point F et de la droite (AB) . En déduire une solution géométrique pour la question 2.a. 1 pt

Partie B : Evaluation des compétences

5 points

Situation :

Janvier et Rostand sont deux étudiants en 1^{ère} année de médecine.

Pendant ses recherches sur le Net, Janvier a lu ceci : « On admet que lorsqu'on injecte dans le sang une dose A d'un médicament, il reste à la date t , après élimination naturelle, la dose $Ae^{-\frac{t}{24}}$. L'unité de temps est l'heure ; l'origine du temps est l'instant de l'injection ; l'unité de volume de la dose étant le cm^3 . Pour diverses raisons, on ne peut injecter une dose A que toutes les 8 heures. A la dose $3,65 A$, le médicament devient dangereux ». Après la 1^{ère} injection, on administre sur un patient n autres injections. Rostand pour savoir s'il y a un danger à poursuivre l'injection indéfiniment et au rythme précédent, aimerait trouver la formule donnant la dose contenue dans le sang après la $n^{\text{ième}}$ injection. Mais il a des difficultés compte tenu de son niveau douteux en Mathématiques.

Janvier déclare aussi avoir lu qu'après ladite $n^{\text{ième}}$ injection de ce médicament, la dose contenue dans le sang est : $\frac{1-e^{-\frac{n}{3}}}{1-e^{-\frac{1}{3}}} A$. On suppose que cette déclaration de Janvier est avérée.

Dans un autre registre, Janvier est content de constater que l'acidité d'une solution est mesurée par son pH : $pH = -\log[H_3O^+]$, où $[H_3O^+]$ désigne la concentration d'ions H_3O^+ (en mole par litre) dans la solution. Mais ayant aussi des difficultés en Maths, il souhaiterait pour sa très bonne formation et pour la santé de ses futurs malades, savoir utiliser cette connaissance.

Tâches :

1. Aide Rostand à trouver et à comprendre la formule donnant la dose contenue dans le sang après la $n^{\text{ième}}$ injection. 1,5 pt
2. y aurait-il un danger à poursuivre le traitement au rythme noté par Janvier lors de sa lecture ? 1,5 pt
3. Aide Janvier à savoir comment varie le pH d'une solution lorsque sa concentration en ions H_3O^+ décuple et à déterminer quelle est la concentration en ions H_3O^+ d'une eau minérale gazeuse dont l'étiquette indique $pH = 6,3$. 1,5 pt

Présentation : 0,5 pt

Collège Mgr. F.X. VOGT		ANNÉE SCOLAIRE 2020-2021
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES	SESSION INTENSIVE	06 février 2021
Niveau : T ^{le} C	ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES Durée : 4 h	Coefficient : 7

Partie A : Evaluation des ressources

15 points

EXERCICE 1 : 4,75 points

Soit f la fonction définie sur $]1; +\infty[$ par $f(x) = x + \ln(x^2 - 1)$.

- 1.a. Étudier les variations de f . 1 pt
- b. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet dans $]1; +\infty[$ une solution unique α et que $\alpha \in]1,1; 1,2[$. 0,5 pt
2. g est la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = \sqrt{1 + e^{-x}}$.
Montrer que l'équation $f(x) = 0$ équivaut à l'équation $g(x) = x$. 0,25 pt
3. On désigne par I l'intervalle $]1; 2[$.
Montrer que pour tout $x \in I$, $g(x) \in I$ et que $|g'(x)| \leq \frac{1}{2e} \leq \frac{1}{5}$. 0,75 pt
4. On définit la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ par : $u_0 = 1,1$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = g(u_n)$.
a. Montrer que pour tout entier naturel n , $u_n \in I$. 0,5 pt
b. Démontrer que pour tout entier naturel n , $|u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{5}|u_n - \alpha|$. 0,5 pt
c. En déduire que pour tout entier naturel n , $|u_n - \alpha| \leq \frac{1}{2}\left(\frac{1}{5}\right)^{n+1}$. 0,5 pt
d. Montrer que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge et préciser sa limite. 0,25 pt
e. Déterminer le plus petit des entiers p pour lesquels u_p est une valeur approchée de α à 10^{-4} près. 0,5 pt

EXERCICE 2 : 4 points

1. Résoudre dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation : $7x - 12y = 1$ 0,75 pt
2. Le plan complexe est rapporté au repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On prendra pour unité graphique 1 cm.
On considère la suite de nombres complexes z_n définie par :

$$\begin{cases} z_0 = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{3}{4}i \\ z_{n+1} = -(\sqrt{3} + i)z_n - 1 + i(1 + \sqrt{3}) \text{ pour } n \geq 0 \end{cases}$$

Soit Ω le point d'affixe i . On désigne par M_n le point image de z_n dans le plan complexe.

2. Calculer ΩM_0 et donner une mesure de l'angle $(\vec{u}, \overrightarrow{\Omega M_0})$. 0,5 pt
3. a. Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n , $z_n - i = 2^n e^{i\frac{7n\pi}{6}} (z_0 - i)$ 0,75 pt
b. Pour tout entier naturel n , calculer ΩM_n puis déterminer le plus petit entier naturel tel que : $\Omega M_n \geq 10^2$. 0,5 pt
4. a. Soit Δ l'ensemble des points M du plan d'affixe z telle que $\text{Im}(z) = 1$ et $\text{Re}(z) \geq 0$ 0,5 pt
Caractériser géométriquement Δ et le représenter.
d. Déterminer l'ensemble des entiers naturels n tels que M_n appartienne à la demi-droite d'origine Ω dirigée par le vecteur $\vec{u}$. Préciser son plus petit élément. 1 pt

EXERCICE 3 : 3,75 points

On considère la famille des fonctions f_λ définies par $f_\lambda(x) = 1 + \ln(1 + \lambda x)$ où λ est un réel non nul ; (C_λ) la courbe de f_λ et (D) la droite d'équation $y = x$ dans le plan muni du repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On pose $\varphi_\lambda = f_\lambda(x) - x$.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f_λ . 0,25 pt

2. On suppose $\lambda < 0$. Etudier les variations de φ_λ et dresser son tableau de variations. En déduire le nombre de points d'intersection de (C_λ) et (D) . 1 pt
- 3.a. On suppose $\lambda > 0$. Etudier les variations de φ_λ et dresser son tableau de variations. Etablir que la plus grande valeur prise par φ_λ quand x décrit l'ensemble de définition est $m(\lambda) = \frac{1}{\lambda} + \ln \lambda$. 1 pt
- b. Etudier les variations de m sur $]0, +\infty[$; en déduire le signe de $m(\lambda)$. 1 pt
- c. Déterminer le nombre de points communs à (C_λ) et (D) lorsque λ est positif. 0,5 pt

EXERCICE 4 : 2,5 points

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. on donne les points

$A(\frac{-1}{2}; 0; 0)$, $B(\frac{1}{2}; 0; 0)$ et $F(0; 1; 0)$. Soit $M(x; y; z)$ un point de l'espace

- 1.a Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{MA} \wedge \overrightarrow{MB}$. 0,5 pt
- 1.b Déterminer le point M_0 tel que : $\overrightarrow{M_0A} \wedge \overrightarrow{M_0B} = \overrightarrow{M_0F}$ 0,5pt
- 2.a. Déterminer l'ensemble des points M du plan $(0, \vec{i}, \vec{j})$ tels que : $\|\overrightarrow{MA} \wedge \overrightarrow{MB}\| = \|\overrightarrow{MF}\|$ 0,5pt
- b. En interprétant $\|\overrightarrow{MA} \wedge \overrightarrow{MB}\|$ comme une aire, montrer que ces points M sont à égale distance du point F et de la droite (AB) . En déduire une solution géométrique pour la question 2.a. 1 pt

Partie B : Evaluation des compétences

5 points

Situation :

Janvier et Rostand sont deux étudiants en 1^{ère} année de médecine.

Pendant ses recherches sur le Net, Janvier a lu ceci : « On admet que lorsqu'on injecte dans le sang une dose A d'un médicament, il reste à la date t , après élimination naturelle, la dose $Ae^{-\frac{t}{24}}$. L'unité de temps est l'heure ; l'origine du temps est l'instant de l'injection ; l'unité de volume de la dose étant le cm^3 . Pour diverses raisons, on ne peut injecter une dose A que toutes les 8 heures. A la dose $3,65 A$, le médicament devient dangereux ». Après la 1^{ère} injection, on administre sur un patient n autres injections. Rostand pour savoir s'il y a un danger à poursuivre l'injection indéfiniment et au rythme précédent, aimerait trouver la formule donnant la dose contenue dans le sang après la $n^{\text{ième}}$ injection. Mais il a des difficultés compte tenu de son niveau douteux en Mathématiques.

Janvier déclare aussi avoir lu qu'après ladite $n^{\text{ième}}$ injection de ce médicament, la dose contenue dans le sang est : $\frac{1-e^{-\frac{n}{3}}}{1-e^{-\frac{1}{3}}} A$. On suppose que cette déclaration de Janvier est avérée.

Dans un autre registre, Janvier est content de constater que l'acidité d'une solution est mesurée par son pH : $pH = -\log[H_3O^+]$, où $[H_3O^+]$ désigne la concentration d'ions H_3O^+ (en mole par litre) dans la solution. Mais ayant aussi des difficultés en Maths, il souhaiterait pour sa très bonne formation et pour la santé de ses futurs malades, savoir utiliser cette connaissance.

Tâches :

1. Aide Rostand à trouver et à comprendre la formule donnant la dose contenue dans le sang après la $n^{\text{ième}}$ injection. 1,5 pt
2. y aurait-il un danger à poursuivre le traitement au rythme noté par Janvier lors de sa lecture ? 1,5 pt
3. Aide Janvier à savoir comment varie le pH d'une solution lorsque sa concentration en ions H_3O^+ décuple et à déterminer quelle est la concentration en ions H_3O^+ d'une eau minérale gazeuse dont l'étiquette indique $pH = 6,3$. 1,5 pt

Présentation : 0,5 pt

MATHEMATIQUES-TC

Durée : 04 h Coef. : 7

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES 15 Points

EXERCICE 1 3.5 Points

On donne les nombres complexes $a = -\sqrt{3} + i$ et $b = 7 - 2i$

- 1-a) Déterminer de deux façons différentes les racines carrées de a . 1pt
- b) En déduire les valeurs exactes de $\cos \frac{5\pi}{12}$ et $\sin \frac{5\pi}{12}$. 0.5pt
- 2- Quels sont les entiers relatifs n pour lesquels a^n est :
 - a) Un nombre réel ? 0.5pt
 - b) Un nombre imaginaire pur ? 0.5pt
- 3- Dans le plan complexe, on considère les points $A(a)$ et $B(b)$.
Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z tels que :
 - a) $|z - 7 + 2i| = |z + \sqrt{3} - i|$ 0.5pt
 - b) $2|z - 7 + 2i| = |-\sqrt{3} + i|$ 0.5pt

EXERCICE 2 : 5.5 Points

La fonction g est définie pour tout réel x par $g(x) = (2 - x)e^x$. (C) est sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, I, J) .

- 1- Etudier les variations de g et dresser son tableau de variations. 1.5pt
- 2- Montrer que g est une bijection de $I = [1, +\infty[$ vers un intervalle J à déterminer. 0.5pt
- 3- Etudier les branches infinies de (C) puis tracer (C) . 1pt
- 4- Soit t un réel négatif
 - a) Calculer l'aire $A(t)$ du domaine (D) délimité par (C) , l'axe des abscisses, les droites d'équation $x = t$ et $x = 2$. 0.75pt
 - b) Calculer la limite de $A(t)$ lorsque t vers $-\infty$. 0.25pt
- 5- Déterminer les réels a, b et c tels que la fonction $H: x \rightarrow (ax^2 + bx + c)e^{2x}$ soit une primitive de la fonction $h: \rightarrow (2 - x)^2 e^{2x}$. 0.75pt
- 6- On fait tourner le domaine (D) autour de l'axe des abscisses pour obtenir un solide de révolution S .
 - a) Calculer le volume $V(t)$ de S . 0.5pt
 - b) Calculer la limite de $V(t)$ quand t vers $-\infty$. 0.25pt

EXERCICE 3 6 Points

1- L'espace vectoriel E a pour base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

Soit f l'endomorphisme de E tel que $f(\vec{i}) = \vec{j}$, $f(\vec{j}) = -2\vec{j}$ et $f(\vec{k}) = \vec{k}$.

- a) Montrer que $(f(\vec{i}), f(\vec{j}), f(\vec{k}))$ n'est pas une base de E . 0.5pt
- b) Déterminer le noyau et l'image de f en donnant une base pour chacun d'eux. 1.5pt
- c) Quelle est la matrice M de f dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$? 0.5pt

2- L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On donne les points

$A(-1, 1, 4), B(1, 1, 0)$ et $C(1, 2, 1)$.

- a) Démontrer que les points A, B et C ne sont pas alignés. 1pt
- b) Ecrire une équation cartésienne du plan (ABC) . 0.5pt
- c) Déterminer l'expression analytique de la réflexion s du plan (P) d'équation $2x - y + z = 1$. 1pt
- d) Quels sont la nature et les éléments caractéristiques de l'image (E) de la sphère (S) de centre O et de rayon 3 cm par s ? 1pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES 5 Points

La population d'un pays était de 4.75 millions d'habitants en 1990 et 5.5 millions d'habitants en 1995. On désigne par $P(t)$ son nombre d'habitants à l'instant t . Une étude a montré que la vitesse d'accroissement de cette population est $P'(t) = aP(t)$ pour tout réel t avec a une constante à déterminer. Des microbes dangereux proliféraient dans une ville de ce pays. La vitesse d'accroissement $h'(t)$ du nombre $h(t)$ de microbes à l'instant t était proportionnelle à chaque instant à la quantité $h(t)$. Un jour, le nombre de ces microbes a évolué de 10^4 au bout de 3 heures et de 4×10^4 au bout de 5 heures. Un habitant de cette ville veut montrer que si la concentration en ions hydroniums d'une solution aqueuses est divisée par 100 alors son potentiel d'hydrogène augmente de 2.

- 1- Aidez cet habitant à faire cette démonstration. 1.5pt
- 2- Déterminer dans ces conditions en quelle année la population de ce pays atteindra 20 millions d'habitants. 1.5pt
- 3- Combien y avait-il initialement de microbes dans cette ville ce jour-là ? 1.5pt

Présentation : 0.5pt



Département de Mathématiques

L'épreuve est étalée sur deux pages.

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES (15 points)

Exercice ①

4,5 points

On admet qu'il existe au moins un triplet (m, n, p) d'entiers naturels tous non nuls vérifiant la relation suivante : $m(1 + p^2) = n^2(1 + p)$ où m et n sont des chiffres. On pose $d = \text{pgcd}(1 + p^2; 1 + p)$.

- 1) a) Montrer que d divise $2p$, puis que d divise 2. 0,75 pt
b) En déduire que $d = 1$ ou $d = 2$. 0,25 pt
- 2) On suppose $d = 1$. 0,5 pt
a) Montrer que $(1 + p)$ divise m , puis en déduire que $p \leq 8$. 0,5 pt
b) En déduire que $p \in \{2, 4, 6, 8\}$. 0,75 pt
- 3) Montrer que $p \notin \{2, 4, 6, 8\}$, et en déduire que $d = 2$. 0,5 pt
- 4) On suppose $p \geq 2$ et $m < p$ et $n < p$. Etablir que $\overline{mmmm}^p = (\overline{nn})^2$. 0,5 pt
- 5) On suppose $m = 4$. 0,5 pt
a) Montrer que $(1 + p)[4(1 + p) - n^2] = 8n$, et en déduire que $1 + p$ divise 8. 0,75 pt
b) Déterminer alors la valeur de p , puis celle de n . 0,75 pt

Exercice ②

2,25 points

- 1) Résoudre l'équation différentielle $y'' + y = 0$. 0,5 pt
- 2) On désigne par $\mathbb{E}$ l'ensemble des fonctions f au moins deux fois dérivables sur $\mathbb{R}$ vérifiant : $f'(x) + f(\frac{\pi}{2} - x) = 0$ avec f' fonction dérivée de f . 0,25 pt
a) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = \cos x$. Vérifier que $g \in \mathbb{E}$. 0,75 pt
b) Soit h une fonction au moins deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$.
Montrer que si $h \in \mathbb{E}$, alors h est une solution de l'équation différentielle $y'' + y = 0$. 0,75 pt
c) Déterminer alors l'ensemble $\mathbb{E}$. 0,75 pt

Exercice ③

2,25 points

$\mathbf{E}$ est un espace vectoriel réel de dimension 3, dont une base est $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On considère f l'endomorphisme de $\mathbf{E}$ défini par : $f(\vec{i}) = 2\vec{i}$, $f(\vec{j}) = \vec{j} + \vec{k}$.

- 1) Justifier que f n'est pas un automorphisme de $\mathbf{E}$. 0,25 pt
- 2) a) Déterminer $\text{Ker } f$ et $\text{Im } f$. (On donnera une base de chaque ensemble.) 0,5 pt
b) Montrer que tout élément de $\mathbf{E}$ s'écrit de manière unique comme la somme d'un élément de $\text{Ker } f$ et d'un élément de $\text{Im } f$. 0,5 pt
- 3) a) Montrer que $\forall \vec{u} \in \mathbf{E}$, $f \circ f(\vec{u}) = f(2\vec{u})$. 0,5 pt
b) Montrer que $\forall \vec{u} \in \mathbf{E}$, $\vec{u} \in \text{Im } f \Leftrightarrow f(\vec{u}) = 2\vec{u}$. 0,5 pt

Exercice ④

6 points

Soient f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{3e^x - 1}{e^x + 1}$, et $(\mathcal{C}_f)$ la courbe de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On définit la suite (u_n) par $u_0 = 3$ et $u_n = f(u_{n-1})$ pour tout entier n supérieur ou égal à 1.

- 1) Montrer que le point $A(0, 1)$ est centre de symétrie de $(\mathcal{C}_f)$. 0,5 pt
- 2) Dresser le tableau de variations de f . 1 pt
- 3) a) On pose $g(x) = f(x) - x - 1$. Montrer que pour tout réel x , $g'(x) = -\left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1}\right)^2$. 0,25 pt

- b) Calculer $g(0)$, puis en déduire le signe de $g(x)$ pour x dans $\mathbb{R}$. 0,5 pt
- 4) a) Ecrire une équation de la droite (Δ) tangente à $(\mathcal{C}_f)$ en A, puis étudier la position de $(\mathcal{C}_f)$ et (Δ) . 0,5 pt
- b) Tracer (Δ) et $(\mathcal{C}_f)$. 0,5 pt
- 5) a) Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n , on a : $2 \leq u_n \leq 3$. 0,5 pt
- b) Montrer que la suite (u_n) est monotone. 0,5 pt
- c) Que peut-on conclure sur la convergence de la suite (u_n) ? 0,5 pt
- 6) On admet que l'équation $f(x) = x$ admet sur $[2;3]$ une unique solution notée α , et $\forall x \in [2;3], |f'(x)| \leq \frac{1}{2}$.
- a) Montrer que pour tout entier naturel n , on a : $|u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{2}|u_n - \alpha|$. 0,5 pt
- b) En déduire que pour tout entier naturel n , on a : $|u_n - \alpha| \leq \frac{1}{2^n}|3 - \alpha|$. 0,5 pt
- c) Que peut-on dire de α ? 0,25 pt

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (5 points)

Pallier de compétences : Résoudre une situation problème, déployer un raisonnement logique et communiquer à l'aide d'un langage mathématique en faisant appel aux nombres complexes, à la résolution d'équations faisant intervenir $\exp$, et au calcul intégral.

Situation :

Un complexe multisports doit être réalisé dans une commune du pays. Le portail central de la barrière de ce complexe multisports qui est illustré par la **figure 1**, sera fait en bois plein de densité 20 kg/m^2 . Le plan de ce portail montre qu'il est formé de deux vantaux identiques, et est délimité par les segments $[DA]$, $[AB]$, $[BC]$ et $\widehat{CD}$ où $\widehat{CD}$ est l'arc de la courbe d'équation $y = -\frac{b}{8}(e^{\frac{x}{b}} + e^{-\frac{x}{b}}) + \frac{9}{4}$ de sommet S représentée dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité le mètre, b réel strictement positif, O est le milieu de $[AB]$, $\vec{i}$ et $\vec{OS}$ colinéaires de même sens, $\vec{j}$ et $\vec{OS}$ colinéaires de même sens, $BC = 1,5 \text{ m}$, $OS = 2 \text{ m}$ et ABCD rectangle. L'automatisation de l'ouverture et de la fermeture de ce portail ne sera possible que si la masse d'un vantail excède 60 kg .

Un parterre de fleurs sera prévu sur un domaine illustré par la **figure 2** où l'unité d'aire est 100 m^2 . Pour la matérialisation de ce parterre de fleurs, il faudra 4 jeunes plants de fleurs au mètre carré, et un jeune plant de fleur sera livré à 25 fcfa.

Dans ce complexe multisports, un prestataire vendra dans des bocaux identiques en plastique, du jus à base d'un cocktail de fruits, chaque bocal devant contenir 125 cl de jus. Le modèle de bocal imposé au prestataire pour la cause a la forme de l'ensemble des points $M(x, y, z)$ de l'espace muni d'un repère orthonormé où l'unité sur chaque axe est $\sqrt[3]{10} \text{ cm}$, $x^2 + y^2 + z^2 = 16$ et $-3 \leq z \leq 1,5$. (voir figure 3)

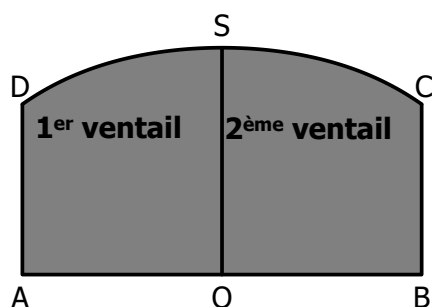


Figure 1

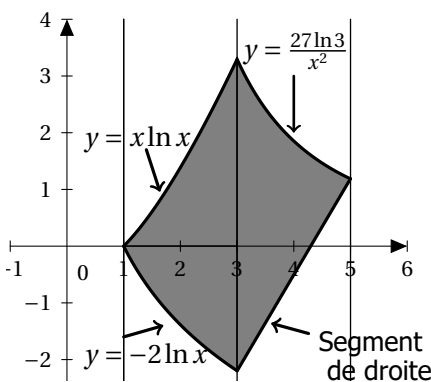


Figure 2

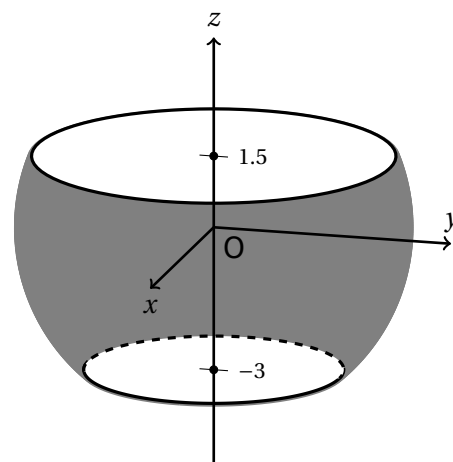


Figure 3

Tâches :

- 1) L'automatisation de l'ouverture et de la fermeture du portail central est-elle possible ? 1,5 pt
- 2) Quel montant faut-il pour l'achat des jeunes plants de fleurs de la matérialisation du parterre ? 1,5 pt
- 3) Le modèle de bocal proposé pourra-t-il servir à la vente du jus ? 1,5 pt

Présentation

0,5 pt

EPREUVE DE MATHEMATIQUES DE FIN DU 2^{ème} TRIMESTRE

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : (15 points)

EXERCICE 1 : (3 points)

A) 1. Soit x et y deux entiers naturels.

Démontre que $(x + 6y)^4 - x^4$ est divisible par 24.

0,5pt

2. Résous dans $\mathbb{Z}$ l'équation $3x \equiv 2[7]$.

0,5pt

3. Détermine la base b du système de numération dans lequel $\overline{12}^b \times \overline{22}^b = \overline{314}^b$.

0,5pt

B) Le plan complexe $\mathcal{P}$ est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$. Soit $(\mathcal{D})$ la droite d'équation $x = 3$. On note M et F les points du plan $\mathcal{P}$ d'affixes respectives z et $2 - 3i$.

1. Montre que la distance du point M à la droite $(\mathcal{D})$ est $\frac{1}{2} |z + \bar{z} - 6|$

0,5pt

2. Démontre que l'ensemble des points M d'affixe z tels que $\left| \frac{z - 2 + 3i}{z + \bar{z} - 6} \right| = \sqrt{3}$ est une conique et donne sa nature, un foyer, une directrice et son excentricité.

1pt

EXERCICE 2 : (3,75 points)

On pose $I_0 = \int_1^e x dx$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $I_n = \int_1^e x (\ln x)^n dx$.

1. Calcule I_0 et I_1 .

0,75pt

2. Pour $n \in \mathbb{N}^*$, établis la relation $2I_n + nI_{n-1} = e^2$ et calcule I_2 .

1,25pt

3. (a) Montre que la suite de terme général I_n est décroissante.

0,5pt

(b) Dédus-en en utilisant la relation de récurrence du 2. que : $\frac{e^2}{n+3} \leq I_n \leq \frac{e^2}{n+2}$.

0,75pt

(c) Calcule $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} nI_n$.

0,5pt

EXERCICE 3 : (3,25 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormal direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. Soient A et B les points d'affixes respectives $z_A = 1 - i$ et $z_B = 7 + \frac{7}{2}i$. On considère la droite $(\mathcal{D})$ d'équation $4x + 3y = 1$.

1. Montre que l'ensemble des points de $(\mathcal{D})$ à coordonnées entières est l'ensemble des points $M_k(3k + 1; -4k - 1)$ où $k \in \mathbb{Z}$.

1pt

2. Soit S la similitude directe de centre A qui transforme B en $M_{-1}(-2; 3)$.

(a) Détermine le rapport k et l'angle θ de S .

0,5pt

(b) Donne l'écriture complexe de S .

0,5pt

3. On pose $B_1 = S(B)$ et $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $B_{n+1} = S(B_n)$.

(a) Exprime AB_{n+1} en fonction de AB_n , puis l'angle $(\overrightarrow{AB_1}, \overrightarrow{AB_n})$ en fonction de n .

0,75pt

(b) Détermine l'ensemble des entiers n pour lesquels A, B_1 et B_n sont alignés.

0,5pt

EXERCICE 4 : (5 points)

On considère la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par :
$$\begin{cases} f(x) = \int_x^{2x} \frac{e^{-t}}{t} dt & \text{si } x > 0 \\ f(0) = \ln 2 \end{cases}$$

$\mathcal{C}$ désigne sa courbe dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ du plan.

1. Etudie et dresse sur $[0; +\infty[$ le tableau de variation de $g : x \mapsto 1 - x - e^{-x}$. 0,5pt
2. (a) Démontrer que pour tout $t \geq 0$, on a : $t - \frac{1}{2}t^2 \leq 1 - e^{-t} \leq t$. 0,5pt
 (b) Dédus de ce qui précède que pour tout $x > 0$, $1 - \frac{3}{4}x \leq \frac{\ln 2 - f(x)}{x} \leq 1$. 0,5pt
 (c) Montre que f est dérivable à droite en 0. 0,25pt
3. (a) Montre que pour tout $x > 0$, $0 \leq f(x) \leq \frac{e^{-x} - e^{-2x}}{x}$. 0,5pt
 (b) Calcule $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. 0,25pt
4. (a) Montre que f est dérivable sur $]0; +\infty[$ et calcule $f'(x)$. 0,5pt
 (b) Dresse le tableau de variations de f , puis trace la courbe $\mathcal{C}$ de f . 0,75pt
5. (a) Montre que f est une bijection de $]0; +\infty[$ sur un intervalle J à préciser. 0,25pt
 (b) Etudie la dérivabilité de f^{-1} , calcule $f^{-1}(\ln 2)$, puis trace la courbe Γ de f^{-1} . 0,75pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)**SITUATION :**

La commune d'une localité d'un pays est dotée d'un Lycée et d'un centre d'analyses médicales.

Le parc informatique du Lycée est composé de 250 ordinateurs dont : 40 sont considérés comme neufs, 100 sont considérés comme récents et les autres sont anciens. Une étude statistique a indiqué que 4% des ordinateurs neufs sont défectueux, 12% des ordinateurs récents sont défectueux et 25% des ordinateurs anciens sont défectueux.

Dans cette localité, 20% des individus ont une maladie chronique. Parmi les individus qui ont une maladie chronique, 2,5% sont atteints du virus **COVID 19**. Parmi les individus qui n'ont pas de maladie chronique, 99% ne sont pas atteints du virus **COVID 19**.

Dans le centre d'analyses médicales de cette localité, le tiers de la population a été vacciné contre le **COVID 19**. Au cours de la deuxième vague de cette épidémie, le médecin chef **Dr ATEBA** constate que, sur 15 malades, il y a 2 personnes vaccinées et que sur 100 personnes vaccinées, 8 sont malades. Il choisit un individu au hasard dans cette population et il note M : « l'individu est malade » et V : « l'individu est vacciné ».

Tâches :

1. Calcule la probabilité qu'un ordinateur soit neuf sachant qu'il est défectueux. 1,5pt
2. Calcule la probabilité qu'un individu atteint du **COVID 19** ait une maladie chronique. 1,5pt
3. Ce vaccin du **COVID 19** est-il efficace ? 1,5pt

Présentation :0,5pt

LYCEE DE SAMBO-BATOURI			
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES			
Évaluation : N°4	Classes : T.C	Année scolaire 2020-2021	Date :
Épreuve de mathématiques	Durée : 4h	Coef : 7	7 / 3 / 2021

A. EVALUATION DES RESSOURCES...../15 points

Exercice 1 : [4 points]

Le plan est rapporté à un repère orthonormal direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$. On prendra 1 cm pour unité graphique. On considère l'application f du plan dans lui-même qui, à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' telle que : $z' = -(\sqrt{3} + i)z - 1 + i(1 + \sqrt{3})$.

1. Montrer que f est une similitude directe dont le centre Ω , le rapport et l'angle. 0,5 pt

2. Soit M_0 le point d'affixe $z_0 = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{3}{4}i$. On suppose que le centre Ω a pour affixe i .

Calculer ΩM_0 et donner une mesure en radians de l'angle $(\vec{u}; \overrightarrow{\Omega M_0})$. 0,5 pt

3. On considère la suite de points $(M_n)_{n \geq 0}$, définie pour tout entier naturel n par

$M_{n+1} = f(M_n)$. On note z_n l'affixe du point M_n .

a) Placer les points Ω , M_0 , M_1 , et M_2 . 0,5 pt

b) Montrer par récurrence, pour tout entier naturel n , l'égalité :

$$z_n - i = 2^n e^{i\frac{7n\pi}{6}} (z_0 - i). \quad \text{0,5 pt}$$

c) Pour tout entier naturel n , calculer ΩM_n , puis déterminer le plus petit entier naturel n tel que $\Omega M_n \geq 10^2$. 0,5 pt

4. On considère l'équation (E): $7x - 12y = 1$ où x et y sont deux entiers relatifs.

a) Après avoir vérifié que le couple $(-5; -3)$ est solution, résoudre l'équation (E). 0,5 pt

b) Soit Δ l'ensemble des points M du plan d'affixe z tels que $\text{Im}(z) = 1$ et $\text{Re}(z) \geq 0$.

Caractériser géométriquement Δ et le représenter. 0,5 pt

c) Déterminer l'ensemble des entiers naturels n tels que M_n appartienne à la demi-droite d'origine Ω dirigée par le vecteur $\vec{u}$. Préciser son plus petit élément. 0,5 pt

Exercice 2 : [3,75 points]

I)

Soit $\mathcal{W}$ l'espace vectoriel des vecteurs de l'espace.

1. Soit $\vec{u}_0$ un vecteur non nul de $\mathcal{W}$. φ est l'application de $\mathcal{W}$ dans $\mathcal{W}$ définie pour tout vecteur $\vec{u}$ de $\mathcal{W}$ par $\varphi(\vec{u}) = \vec{u} \wedge \vec{u}_0$.

a) Montrer que φ est un endomorphisme de $\mathcal{W}$. (0,5pt)

b) Déterminer $\ker \varphi$. (0,5pt)

c) Soit $\mathcal{D}$ la droite vectorielle engendrée par $\vec{u}_0$. Démontrer que $\forall \vec{u} \in \mathcal{D}, \forall \vec{v} \in \text{Im} \varphi, \vec{u} \perp \vec{v}$. (0,5pt)

d) Soit $B = (\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ une base orthonormée directe de $\mathcal{W}$. On suppose que $\vec{u}_0 = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

i) Déterminer $\varphi(\vec{i})$, $\varphi(\vec{j})$ et $\varphi(\vec{k})$. (0,75pt)

ii) En déduire la matrice de φ dans la base B . (0,25pt)

iii) Déterminer $\text{Im} \varphi$. (0,5pt)

II)

On considère l'équation différentielle (E): $y'' + 2(\ln 5)y' + (\ln 5)^2 y = 0$.

1. Résoudre l'équation (E). (0,25pt)

3. On considère la fonction u définie pour tout réel x par $u(x) = \frac{x}{5^x}$. sachant que u est solution de (E), en déduire la valeur de $\varphi = (\ln 5)^2 \int_0^1 u(x) dx$. (0,5pt)

Exercice 3 : [7,25 points]

I) Soit f la fonction numérique définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = (-x+2)e^{-x+1} + x$, C_f sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O, I, J) . (Unités graphiques : 2 cm).

1. On définit la fonction g sur $[0; +\infty[$ par $g(x) = (x-3)e^{-x+1} + 1$.
 - a) Étudier les variations de g et dresser son tableau de variations. 1 pt
 - b) Dédire que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution θ dans $[0; +\infty[$. 0,5 pt
 - c) Montrer que $1,42 < \theta < 1,47$ et déduire le signe de la fonction g . 0,75 pt
2. Montrer que $\forall x \in [0; +\infty[$, $f'(x) = g(x)$ et dresser le tableau de variations de f . 1 pt
3. a) Montrer que la droite (D) d'équation $y = x$ est asymptote à C_f au voisinage de $+\infty$. 0,25 pt
 - b) Étudier la position relative de C_f et de la droite (D). 0,5 pt
4. Construire C_f et (D). On prendra $\theta = 1,45$. 0,75 pt
5. Calculer l'Aire en cm^2 du domaine plan délimité par la courbe C_f , la droite (D) et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 3$ 0,5 pt

II) On définit la suite (U_n) par : $\begin{cases} U_0 = 1,7 \\ \forall n \in \mathbb{N}, U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$

1. Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n , $1,7 \leq U_n \leq 2$. 0,5 pt
2. Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n , la suite (U_n) est croissante. 0,5 pt
3. Dédire que la suite (U_n) est convergente. 0,25 pt
4. a) Montrer que pour tout réel $x \in [1,7; 2]$, $|f'(x)| \leq 0,7$. 0,5 pt
 - b) Dédire que pour tout entier naturel n , $|U_{n+1} - 2| \leq 0,7|U_n - 2|$. 0,5 pt
 - c) Montrer que pour tout entier naturel n , $|U_n - 2| \leq (0,7)^n$. 0,5 pt
 - d) En déduire la limite de la suite (U_n) . 0,25 pt

B. EVALUATIONS DES COMPETENCES...../4.5pts

Situation : OLOMO possède une portion de circuit RLC dans laquelle circule un courant électrique d'intensité $i(t)$ exprimé en Ampère (A) au cours du temps t exprimé en seconde (s). L'équation différentielle vérifiée par l'intensité $i(t)$ est donnée par **(E₁)** : $y' + 500y = 10$ où y' représente la fonction dérivée de la fonction y . De plus l'intensité du courant à l'instant initial est de **10 mA** (milliAmpère). On pose $i(t) = I(t) + 0,02$ et on considère l'équation différentielle **(E₂)** : $y' + 500y = 0$. Cependant, OLOMO possède trois préoccupations auxquelles il aimerait bien avoir des réponses :

Préoccupation 1 : Il aimerait d'une part déterminer une fonction affine $i_0(t)$ qui soit solution particulière de l'équation différentielle **(E₁)** et d'autre part établir que $i(t)$ est solution de **(E₁)** si et seulement si $I(t)$ est solution de **(E₂)**.

Préoccupation 2 : En supposant que $i_0(t) = 0,01 \text{ A}$ il aimerait résoudre l'équation **(E₂)** afin d'en déduire en fonction de t l'intensité du courant $i(t)$ qui circule dans sa portion de circuit.

Préoccupation 2 : En supposant que $i(t) = -0,01e^{-500t} + 0,02$ il aimerait déterminer l'instant minimale t_0 à partir duquel l'intensité $i(t)$ dépasse la barre de **95 mA**.

TÂCHES :

- 1) Aide OLOMO en répondant à sa **Préoccupation 1** 1,5pt
- 2) Aide OLOMO en répondant à sa **Préoccupation 2** 1,5pt
- 3) Aide OLOMO en répondant à sa **Préoccupation 3** 1,5pt

Présentation.....0,5pt

Examen	Epreuve	Coef	Durée	Classe	Année Scolaire
	Mathématiques	04	4H	1 ^{re} D	2020/2021

La présentation et le soin apportés à la copie seront pris en compte dans l'évaluation de la copie.

PARTIE A : Utilisation des ressources

(15,5 points)

Exercice 1 : 3,5 points

I/ Pour chacune des questions suivantes, Trois réponses sont proposées parmi lesquelles une seule est juste. Recopier le numéro de la question et la réponse juste correspondante.

1. L'ensemble des points d'affixe z telle que $\arg\left(\frac{z-z_A}{z-z_B}\right) = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ où $z_A = i$ et $z_B = 2$ est :

a. Le cercle $\mathcal{C}$ de diamètre $[AB]$ b. Le cercle $\mathcal{C}$ privé des points A et B c. Le demi-cercle $\mathcal{C}$. 0,5pt

2. La valeur moyenne de la fonction $x \mapsto \cos x$ sur $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ est :

a. 0 b. $-\frac{\pi}{2}$ c. $-\frac{2}{\pi}$ 0,5pt

3. L'ensemble des solutions de l'inéquation $e^{-x+5} > 3$ est :

a. $] -5 + \ln 3; +\infty[$ b. $]5 - \ln 3; +\infty[$ c. $] -\infty; \ln 3 - 5[$ 0,5pt

4. Le plan est muni d'un repère orthonormé d'unité graphique 2 cm. L'aire, en cm^2 du domaine

défini par : $\begin{cases} 0 \leq x \leq \ln 2 \\ 0 \leq y \leq e^{2x} \end{cases}$ est :

a. $\frac{3}{2}$ b. 6 c. 3 0,5pt

II/ On considère les intégrales : $I = \int_0^\pi e^x \sin x dx$ et $J = \int_0^\pi e^x \cos x dx$.

1. Démontrer que : $I = -J$ et que $I = J + e^\pi + 1$ (On pourra utiliser l'intégration par parties). 1pt

2. En déduire les valeurs exactes de I et J . 0,5pt

Exercice 2 : 5 points

I/ Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . unité graphique : 2cm.

On considère les points A et B d'affixes respectives -1 et i .

1. a. Quelle est la nature exacte du triangle ABO ? 0,5pt

b. En déduire le centre et le rayon du cercle (C) passant par les points A, B et O . 0,5pt

2. Soit s une transformation plane directe qui, à tout point M d'affixe $z = x + iy$ du plan complexe associe le point M' d'affixe $z' = x' + iy'$ du plan complexe tel

$$\text{que : } \begin{cases} x' = x + y\sqrt{3} - \sqrt{3} \\ y' = -x\sqrt{3} + y + \sqrt{3} \end{cases}$$

a. Montrer que l'expression complexe de s est: $z' = (1 - i\sqrt{3})z - \sqrt{3} + i\sqrt{3}$. 0,5pt

b. Déterminer la nature de s et préciser ses éléments caractéristiques. 0,75pt

c. Soit $(C) : (x + \frac{1}{2})^2 + (y - \frac{1}{2})^2 = 2$.

Déterminer l'image de (C) par s . 0,75pt

II/ On chauffe un liquide dans une grosse cuve, et on appelle $g(t)$ la température de ce liquide en degrés Celsius à l'instant t exprimé en secondes, g étant une fonction numérique définie sur $]0, +\infty[$. On admet que la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par : $f(t) = g(t) - 100$ est la solution de l'équation différentielle $(E) : y' + 2 \times 10^{-4}y = 0$ vérifiant $f(0) = -80$.

1. a. Résoudre l'équation (E) 0,5pt

b. Exprimer $f(t)$ en fonction de t . 0,25pt

2. Montrer que : $g(t) = 100 - 80e^{-2 \times 10^{-4}t}$? 0,5pt

3. a. Calculer $g(0)$, la température du liquide à l'instant $t = 0$? 0,25pt

Exercice 3 : 7 points

On considère pour cela la fonction f définie sur $] -1; +\infty[$ par $f(x) = 2 \ln(x + 1)$.

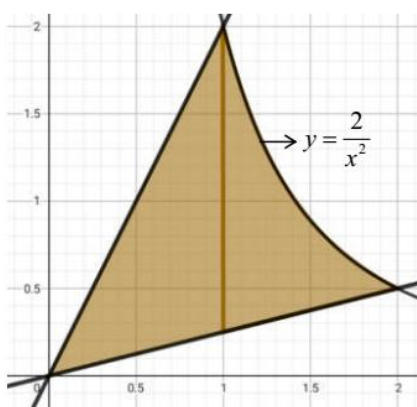
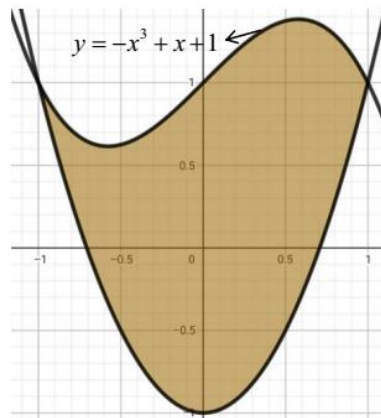
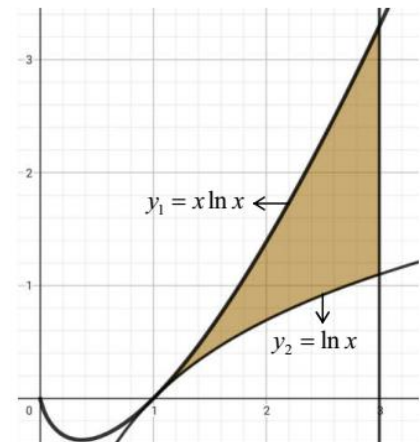
1. Étudier les variations de la fonction f et dresser son tableau de variation. 1pt
2. Tracer la courbe représentative de la fonction f . 0,5pt
3. Montrer que α est solution de l'équation $f(x) = x$. 0,5pt
4. Montrer que pour $x \in [2; +\infty[$, $f(x) \in [2; +\infty[$. 0,5pt
5. Montrer que pour tout x de l'intervalle $[2; +\infty[$, $|f'(x)| \leq \frac{2}{3}$. 0,5pt
6. On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases} u_0 = 5 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$
 - a. Sans faire de calcul, représenter les quatre premiers termes de la suite sur le graphique. 1pt
 - b. Démontrer par récurrence que pour tout n , $u_n \geq 2$. 0,75pt
 - c. Démontrer que pour tout entier naturel n , on a : $|u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{2}{3} |u_n - \alpha|$. 0,75pt
 - d. En déduire que pour tout entier naturel n , $|u_n - \alpha| \leq 3 \left(\frac{2}{3}\right)^n$ et que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge vers α . 0,75pt
 - e. Déterminer le plus petit entier naturel p tel que $|u_p - \alpha| \leq 10^{-3}$. Que représente u_p pour α ? 0,75pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES**(4.5 points)**

Etre capable de déployer un raisonnement logique et communiquer à l'aide du langage mathématique en faisant appel au calcul intégral et aux équation et aux systèmes linéaires pour résoudre des problèmes de vente de terrains.

M. TENKEU, propriétaire terrien dispose de trois parcelles de terrain comme l'indique les figures ci-dessous. Pour acheter les billets d'avion de ses trois fils, Henri, James et Léo qui partent à l'étranger continuer leurs études universitaires, il souhaite vendre chaque parcelle à raison de 6000 FCFA le mètre carré. Les billets d'avion de Henri, James et Léo coûtent respectivement 700000FCFA, 1600000FCFA et 800000FCFA.

Prendre : une unité d'aire égal à 100 m^2 ; $\ln(3) \approx 1,1$

**Parcelle 1****Parcelle 2****Parcelle 3****Tâches :**

1. Pourra-t-il acheter le billet d'avion de Henri en vendant la parcelle 1 ? 1,5pt
2. Pourra-t-il acheter le billet d'avion de James en vendant la parcelle 2 ? 1,5pt
3. Pourra-t-il acheter le billet d'avion Léo en vendant la parcelle 3 ? 1,5pt

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

L'épreuve comporte trois (03) exercices et une évaluation de compétences. La bonne présentation, le soin apporté aux graphes, la clarté et la précision des raisonnements ont une part importante dans l'appréciation de la copie du candidat.

EXERCICE 1 (2.5pts)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple QCM. Les questions sont indépendantes les unes des autres. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre est exacte (on ne demande pas démontrer) laquelle ? (2.5pts)

- 1) On considère la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{-x}$. La valeur moyenne de f sur l'intervalle $I = [0; 2]$ est égale à
 a) $\frac{1}{2}(e^{-2} - 1)$ b) $\frac{e^{-2}}{2}$ c) $\frac{1}{2}(e^{-2} + 1)$ d) $\frac{1}{2}(1 - e^{-2})$
- 2) Soit (U_n) la suite définie pour tout entier naturel par $U_n = \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \dots + \frac{1}{2^{n+3}}$ alors (U_n) est convergente et sa limite est
 a) 4 b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{8}$ d) $\frac{1}{4}$
- 3) Une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction f définie par $f(x) = \cos(3x) + x$ a pour expression :
 a) $F(x) = -\frac{1}{3}\sin(3x) + \frac{1}{2}x^2$ b) $F(x) = -3\cos(3x) + 1$
 c) $F(x) = \sin(3x) + \frac{1}{2}x^2$ d) $F(x) = \frac{1}{3}\sin(3x) + \frac{1}{2}x^2$
- 4) soit E, F et G trois distincts du plan complexe d'affixe Z_E, Z_F et Z_G . On a $\frac{Z_G - Z_E}{Z_F - Z_E} = \frac{\sqrt{3}}{2}i$
 On peut déduire que :
 a) Les points E, F et G sont alignés. b) EFG est un triangle rectangle en E .
 c) EFG est un triangle isocèle en E . d) EFG est un triangle équilatérale.
- 5) le système $(S) \begin{cases} \ln(x + 2y) - \ln 2 = \ln(8 + x) + \ln 3 \\ e^{2x-1}e^{y+7} = 1 \end{cases}$ est équivalent au système :
 a) $\begin{cases} 5x - 2y = -48 \\ 3x = -20 \end{cases}$ b) $\begin{cases} -5x + 2y = 48 \\ 2x + y = -5 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + 6y = 16 \\ 2x + y = -6 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 2y = 8 \\ 2x + y = -5 \end{cases}$

EXERCICE 2 (5pts)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$ On considère les points A, B et C d'affixes $z_A = -1 + i\sqrt{3}$ $z_B = -1 - i\sqrt{3}$ $z_C = 2$

- 1) a) Justifier que les points A, B et C appartiennent à un cercle (C) de centre O et dont on précisera le rayon. (0.5pt)

- b) Placer ces points dans le repère (on complètera la figure tout au long de l'exercice).
- 2) Vérifier que $\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C} = \frac{1}{2}(1 + i\sqrt{3})$. En déduire la nature du triangle ABC **(0.75pt)**
- 3) a) Etablir que l'ensemble (Γ) des points d'affixe z vérifiant $2(z + \bar{z}) + z\bar{z} = 0$ est un cercle de centre J d'affixe -2 et dont son rayon est à préciser. Construire (Γ) **(0.75pt)**
 b) vérifier que les points A et B appartiennent à l'ensemble (Γ) . **(0.5pt)**
- 4) On note R la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{3}$.
 a) Quelles sont les images des points A et B par la rotation R . **(0.5pt)**
 b) Calculer l'affixe du point C' image du point C par la rotation R . **(0.75pt)**
 c) Déterminer l'image de (Γ) par la rotation R **(0.75pt)**

EXERCICE 3 (8pts)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (1 - x)^2 e^x$ On note (C_f) sa courbe représentative dans le plan muni d'un orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 2cm

- I)** 1) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x))$. **(0.25pt)**
 2) Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$ $f(x) = x^2 e^x (1 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2})$. En déduire la limite de f en $-\infty$. Interpréter graphiquement le résultat. **(1pt)**
 3) a) Déterminer la fonction dérivée $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$ **(0.5pt)**
 b) Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$, $f'(x)$ a le même signe que $(x^2 - 1)$. Etablir les variations de f et dresser son tableau de variation. **(1pt)**
- II)** 1) Etablir l'équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse 0 **(0.75pt)**
 2) On pose pour tout réel $K(x) = f(x) - (-x + 1)$.
 a) Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$ $k(x) = e^x(1 - x)(1 - x - e^{-x})$ **(0.5pt)**
 b) Etudier les variations de la fonction $h(x) = 1 - x - e^{-x}$ sur $\mathbb{R}$ **(0.75pt)**
 c) Calculer $h(0)$ puis donner le signe de $h(x)$ **(0.25pt)**
 d) En déduire les positions relatives de (T) et (C_f) **(0.5pt)**
- 3) Tracer avec soin (T) et (C_f) **(1pt)**

4) Montrer que la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = e^x(x^2 - 4x + 5)$ est une primitive de f sur $\mathbb{R}$ **(0.5pt)**

5) Soit (D) le domaine plan délimité par (T) et (C_f) laxe des ordonnées et la droite d'équation $x = \alpha$ ($\alpha > 0$) on note A l'aire de (D) hachurer proprement le domaine (D) sur la représentation graphique et calculer en cm^2 la valeur exacte de A **(1pt)**

EVALUATION DES COMPETENCES (5pts)

Etre capable de déployer un raisonnement logique et communiquer à l'aide du langage mathématique en faisant appel aux intégrales pour déterminer les longueurs et les aires d'une serre agricole.

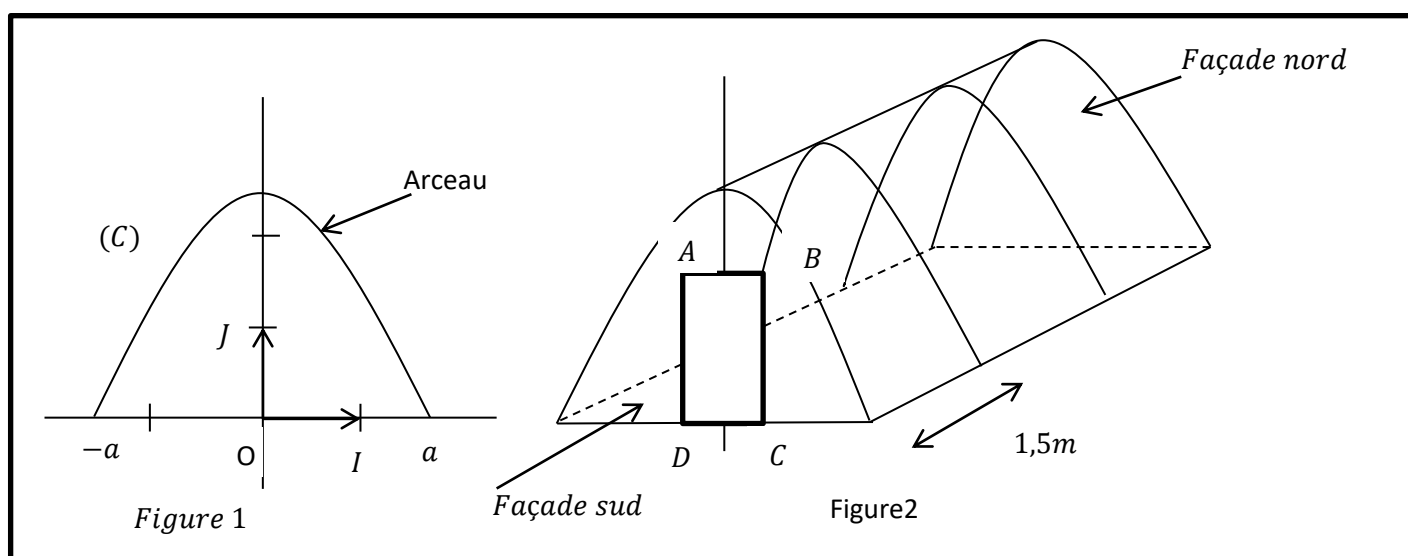
Les serres en forme de tunnel sont fréquemment utilisées pour la culture des plantes fragiles ; elles limitent les effets des intempéries ou des variations de température. Elles sont construites à partir de plusieurs arceaux métalliques identiques qui sont ancrés au sol et supportent une bâche en plastique.

Le plan est rapporté à un repère orthonormé d'unité 1mètre. On modélise un arceau de serre par la courbe (C) de la fonction f sur l'intervalle $[-a ; a]$ définie par

$f(x) = \frac{7}{2} - \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$. On a représenté ci-dessous la courbe sur l'intervalle $[-a ; a]$ (figure 1) On admettra que la courbe admet l'axe des ordonnées pour axe de symétrie. On admettra aussi que la valeur exacte de la longueur de la courbe (C) sur l'intervalle $[0 ; a]$ est donnée en mètre par l'intégrale : $\int_0^a \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$.

La commune de KAI-KAI souhaite construire des serres de jardin en forme tunnel. Pour une serre, on fixe au sol quatre arceaux métalliques dont la forme est celle décrite dans la figure 2, espacés de 1,5m. Sur la façade sud, on prévoit une ouverture modélisée par un rectangle ABCD de largeur un mètre et de longueur 2 mètres. BOGNO chef du projet, souhaite connaître la quantité, exprimée en mètres carrés, de bâche plastique nécessaire pour réaliser une serre. Cette bâche est constituée de trois parties, l'une retrouvant la façade nord, l'autre la façade sud (sauf l'ouverture), la troisième partie de forme rectangle recouvrant le dessus de la serre.

- 1) Déterminer la quantité de bâche nécessaire pour recouvrir la façade nord. **(1.5pt)**
 - 2) Déterminer la quantité de bâche nécessaire pour recouvrir la façade sud. **(1.5pt)**
 - 3) Déterminer la quantité de bâche nécessaire pour recouvrir le dessus de la serre. **(1.5pt)**
- (On prendra 1,92 pour valeur approchée de a)





EPREUVE DE MATHÉMATIQUES (Evaluation de la quatrième séquence)
I-EVALUATION DES RESSOURCES(15,5 points)

Exercice 1(5,5 points)

II-) Un pharmacien observe durant les 6 premiers jours de l'ouverture de sa pharmacie le chiffre d'affaires en dizaine de milles de francs CFA. Le résultat de cette observation est regroupé dans le tableau ci-dessous : X= numéro du jour ; Y = chiffre d'affaire

X	1	2	3	4	5	6
Y	12	13	15	19	21	22

1) Calculer les moyennes $\bar{x}$ et $\bar{y}$ respectives des variables X et Y. (0,5pt)

2) Démontrer que la droite de régression de Y en X est (D) : $y = \frac{78}{35}x + 9,2$. (1pt)

3) Déterminer une estimation du chiffre d'affaire de cette pharmacie au 10^{ème} jour. (0,5pt)

II-) Le plan complexe est muni du repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E): $z^2 - (5 - i\sqrt{3})z + 6 - 3i\sqrt{3} = 0$. 0,75 pt

2. Soit f la transformation du plan qui au point $M(x, y)$ associe le point $M'(x', y')$ tel que : $\begin{cases} x' = x - \sqrt{3}y - \sqrt{3} \\ y' = x\sqrt{3} + y + \sqrt{3} \end{cases}$

a) Donner l'écriture complexe de f . 0,75 pt

b) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de f . 0,75 pt

c) Soit (D) la droite d'équation $y = -2x + 3$. Déterminer une équation cartésienne de la droite (D') image de (D) par f . 0,5pt

3. Soient A, B et C les points d'affixes respectives $a = -1 - i, b = 2i$ et $c = \frac{-7+\sqrt{3}}{4} + \frac{i(3\sqrt{3}-3)}{4}$

a) Déterminer l'affixe d du point D image de C par la transformation f . 0,25pt

b) Démontrer que le triangle ABD est isocèle rectangle en A. 0,5 pt

Exercice 2 (5 points)

On considère la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ $f(x) = \left(1 - \frac{1}{x}\right)(\ln x - 2)$ et on désigne par (C_f) sa courbe représentative.

1. Déterminer le domaine de définition de f et calculer les limites aux bornes de ce domaine. (0,75pt)

2. Montrer que f est dérivable sur $]0, +\infty[$ et calculer sa dérivée f' . (0,5pt)

3. Soit h la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $h(x) = \ln x + x - 3$.

a) Étudier les variations de h . (0,75pt)

b) Montrer que l'équation $h(x) = 0$ possède une solution unique α dans l'intervalle $[2; 3]$. Montrer que $2,20 < \alpha < 2,21$. (0,75pt)

c) Étudier le signe de h sur $]0, +\infty[$. (0,5pt)

4. a) Étudier le sens de variation de f et dresser son tableau de variations. (0,75pt)

b) Montrer que $f(\alpha) = -\frac{(\alpha-1)^2}{\alpha}$. (0,5pt)

5. Étudier le signe de f . (0,5pt)

Exercice 3(5 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 2cm.

1) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = (4x + 2)e^{2x} + 1$.

- a) Etudier les variations de g . (0,75pt)
 b) En déduire le signe de $g(x)$ sur $\mathbb{R}$. (0,25pt)
- 2) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x + 2 + 2xe^{2x}$. On note (Cf) sa courbe représentative dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ci-dessus.
- a) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variations. (0,75pt)
 b) Montrer que la droite $(D): y = x + 2$ est asymptote à (Cf) en $-\infty$ et étudier la position de (Cf) par rapport à (D). (0,5pt)
 c) Déterminer l'abscisse x_0 du point de (Cf) où la tangente est parallèle à la droite (D). (0,5pt)
 d) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha \in] - 2; -\frac{3}{2}[$. (0,5pt)
 e) Construire (Cf) et (D) dans le repère ci-dessus. (0,75pt)
- 3) Soit λ réel strictement négatif.
- a) Calculer en cm^2 l'aire $A(\lambda)$ de l'ensemble des points $M\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right)$ du plan vérifiant :

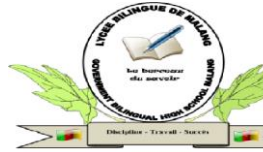
$$\begin{cases} \lambda \leq x \leq 0 \\ f(x) \leq y \leq x + 2 \end{cases}$$
 (0,5pt)
 b) Calculer $\lim_{\lambda \rightarrow -\infty} A(\lambda)$. (0,5pt)

II-EVALUATION DES COMPETENCES (4,5 points)

Un menuisier fabrique y objets en fonction du temps t en un jours, il a été établie que la relation liant y et t est $y = \frac{t}{2} + 3$, il a travaillé deux heures de temps et doit encore travailler pendant six heures de temps. Ce Menuisier pour fêter le 10^e anniversaire de sa menuiserie met en vente des lits. Pour cela, il contacte une agence de publicité. Cette agence soutient qu'une campagne de publicité échelonnée sur t jours rapportera au menuisier un profit de $P(t) = 1000(95 - t - 100e^{-0,2t})$ dollars. Pierre, le petit frère du menuisier est un biologiste, ses études ont prouvés que la population féline d'une ville croît selon une fonction exponentielle du type $q(t) = q_0 e^{it}$. Une enquête faite par lui il y'a 10 ans montre qu'il avait alors 2500 chats, aujourd'hui il sait qu'il y'a 18200 chats.

- 1) Combien de jours devrait durer la campagne de publicité pour que le magasin retire un profit maximal et quel sera le profit maximal ? (1,5pt)
 2) Calculer le nombre objets qu'il doit fabriquer par jours. (1,5pt)
 3) Dans combien de temps la population féline de cette ville sera-t-elle de 49100 chats ? (1,5pt)

REPUBLIQUE DU CAMEROUN
PAIX – TRAVAIL-PATRIE
REGION DE L'ADAMAOUA
DEPARTEMENT DE LA VINA
ARRONDISSEMENT DE
NGAOUNDERE III
LYCEE BILINGUE DE MALANG
N°2JLIGSBD 111486106
Email/lybima@yahoo.fr
Tél : 677900679/699875029



REPUBLIC OF CAMEROON
PEACE – WORK – FATHERLAND
ADAMAWA REGION
VINA DIVISION
NGAOUNDERE III SUBDIVISION
GBHS MALANG
N°2JLIGSBD 111486106
Email/lybima@yahoo.fr
Tél : 677900679/699875029

Evaluation N° 4	Classe Tle D	Durée : 04h	Examineur : BAYAWA B. FRANCK
------------------------	---------------------	--------------------	-------------------------------------

Partie A : ÉVALUATION DES RESSOURCES (15,5pts)

Exercice 1 : 05,5pts

1- On considère le polynôme P de la variable complexe z , défini par :

$$P(z) = z^3 + (1 - i\sqrt{2})z^2 + (74 - i\sqrt{2})z - 74i\sqrt{2}.$$

- Déterminer le nombre réel y tel que iy soit solution de l'équation $P(z) = 0$. 0,5pt
 - Trouver deux nombres réels a et b tels que, pour tout nombre complexe z , on ait :
 $P(z) = (z + iy)(z^2 + az + b)$. 0,75pt
 - Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, l'équation $P(z) = 0$. 0,75pt
- 2- Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.
- Placer les points A, B et I d'affixes respectives $-7 + 5i$; $-7 - 5i$ et $i\sqrt{2}$. 0,75pt
 - Déterminer l'affixe de l'image du point I par la rotation de centre O et d'angle $-\frac{\pi}{4}$. 0,5pt
 - Placer le point C d'affixe $1 + i$, puis déduire l'affixe du point N tel que $ABCN$ soit un parallélogramme. 0,75pt
 - Soit le point D d'affixe $1 + 11i$, calculer $Z = \frac{z_A - z_C}{z_D - z_B}$ sous forme algébrique puis sous forme trigonométrique. 0,75pt
 - Que peut-on dire des droites (AC) et (BD) , en déduire la nature du quadrilatère $ABCD$. 0,75pt

Exercice 2 : 05pts

- On considère les intégrales $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x} \cos^2 x dx$ et $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x} \sin^2 x dx$
 - Calculer $I + J$ 0,5pt
 - Soit f la fonction numérique définie par $f(x) = \frac{1}{4} e^{2x} (\cos 2x + \sin 2x)$. Calculer la dérivée f' de la fonction f . 0,5pt
 - Calculer $I - J$ et en déduire I et J . 1,5pt
- On donne dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $(E): \ln(\sqrt{2x-3}) = \ln(6-x) - \frac{1}{2} \ln x$.
 - Déterminer les contraintes de l'équation (E) . 0,5pt
 - Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) . 0,5pt
- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(E'): 3e^{2x+1} + e^{x+1} = e^{1+\ln 2}$ 0,5pt
- F et f sont deux fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$ et définies par : $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$ et $f(x) = (-x^2 + 2x - 1)e^{-x}$. Déterminer les nombres réels a, b et c pour que la fonction F soit une primitive de f sur $\mathbb{R}$. 1pt

Exercice 3 : 05pts

On considère la fonction g définie sur $]0; +\infty[$ par : $g(x) = 1 + x^2 - 2x^2 \ln x$

- 1) Etudier les variations de g puis dresser son tableau de variation. 0,75pt
- 2)
 - a) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une seule solution α . 0,5pt
 - b) Vérifier que $1,8 < \alpha < 1,9$. 0,25pt
 - c) Dédire de ce qui précède le signe de $g(x)$. 0,25pt
- 3) On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{\ln x}{1+x^2}$
 - a) Montrer que f est dérivable sur $]0; +\infty[$ et que $\forall x > 0, f'(x) = \frac{g(x)}{x(1+x^2)^2}$ 1pt
 - b) Vérifier que $f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha^2}$. 0,5pt
 - c) Etudier les variations de f , puis dresser son tableau de variation. 1pt
 - d) Tracer la courbe (C) de la fonction f dans un repère orthonormé direct. 0,75pt

Partie B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (04,5pts)

M. CAMEROUN possède trois terrains dont il veut absolument clôturer car il lui est rapporté que des personnes mal intentionnées utilisent ces espaces non occupées à de mauvaises fins. Il décide donc d'utiliser le fil barbelé vendu à 3500 Fcfa le rouleau de 5 mètres.

- Le premier terrain est formé de tous les points $(x; y)$ du plan solution de l'équation du plan complexe $Z' = \frac{z-4-6i}{z-2i}$ soit imaginaire pur. Avec $z = x + iy$.
- Le deuxième terrain quant à lui est formé de tous les points $(x; y)$ du plan vérifiant $|z - 3 + 5i| = 10$. Avec $z = x + iy$
- Le troisième terrain est de forme rectangulaire dont les dimensions sont la valeur absolue de la partie réelle et la partie imaginaire de la solution de l'équation $(1 + 4i)z + (3 - 4i)\bar{z} = 4 - 8i$. Avec $z = x + iy$

Les distances sont exprimées en décamètre dans tous ces terrains.

Tâches :

1. Quel est le montant à dépenser par M. CAMEROUN pour l'achat du fil barbelé permettant de clôturer le premier terrain ? 1,5pt
2. Quel est le montant à dépenser par M. CAMEROUN pour l'achat du fil barbelé permettant de clôturer le deuxième terrain ? 1,5pt
3. Quel est le montant à dépenser par M. CAMEROUN pour l'achat du fil barbelé permettant de clôturer le troisième terrain ? 1,5pt

Épreuve de Mathématiques

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES (31 PTS)

Exercice 1 : 05 points

On considère les équations différentielles $(E) : y'' - 2y' + y = x^2 - 2$ et $(E') : y'' - 2y' + y = 0$ et la fonction polynômes $\varphi(x) = ax^2 + bx + c$ (avec a, b et $c \in \mathbb{R}$).

1. Détermine les réels a, b et c pour que la fonction polynôme φ soit solution de (E) . **1,5 pt**
2. Soit g une fonction deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$. Montre que g est solution de (E) ssi $g - \varphi$ est solution de (E') . **1,5 pt**
3. Résous (E') , puis déduis les solutions g de (E) . **1 pt+1pt**

Exercice 2 : 07 points

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (l'unité graphique est 3cm pour chaque axe). Soient A, B, C et D quatre points d'affixes respectifs : $z_A = 1 + i$, $z_B = -1 + i$, $z_C = -1 - i$ et $z_D = 1 - i$.

Soit r la rotation du plan de centre O et d'angle $\frac{\pi}{4}$.

On désigne par E l'image du point B par r et F celle du point A par r .

1. Détermine l'écriture complexe de r . **(1pt)**
2. a) Démontre que l'affixe z_E du point E est égal à $-\sqrt{2}$. **(1pt)**
b) Détermine l'affixe z_F du point F . **(1pt)**
c) Place les points A, B, C, D, E et F dans le repère. **(1pt)**
3. Soit S la transformation du plan qui à tout point M d'affixe $z = x + iy$ associe le point M' d'affixe $z' = x' + iy'$ tel que : $z' = (1 - i)z + (1 - \sqrt{2})i$.
a) Détermine la nature et les éléments caractéristique de S . **(1,5pt)**
b) On pose $G = \overline{\{(A, |z_A|); (B, |z_B|); (E, |z_E|); (F, |z_F|)\}}$. Donne sous forme algébrique l'affixe du point G' , image de G par S . **(1,5pt)**

Exercice 3 : 19 points

On considère la fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$ et définie par : $f(x) = -x + 2 + xe^{1-x}$. On note $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$. L'unité graphique est 2 cm.

I : Étude d'une fonction auxiliaire (06 points)

Soit g une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -1 + (1 - x)e^{1-x}$.

1. a) Justifie que la limite de g en $+\infty$ est -1 . **(0,5pt)**
b) Détermine la limite de g en $-\infty$ **(0,5pt)**
2. a) Démontre que pour tout x élément de $\mathbb{R}$, $g'(x) = (x - 2)e^{1-x}$. **(1pt)**
b) Étudie les variations de g et dresser son tableau de variation. **(1,5pt)**
3. a) Montre que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α dans $\mathbb{R}$. **(1pt)**
b) Justifie que $0,4 < \alpha < 0,5$ **(0,5pt)**
c) En déduis le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x sur $\mathbb{R}$. **(1pt)**

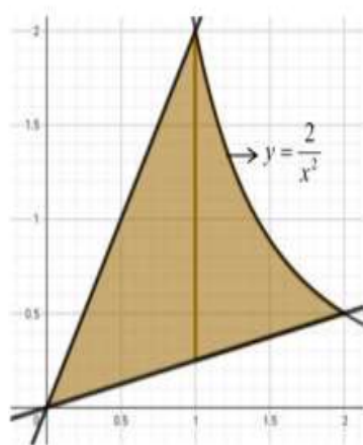
II : Etude de la fonction f (13 points)

1. Calcule les limites de la fonction f en $-\infty$ et en $+\infty$. (1pt)
2. a) Démontre que f est une primitive de g sur $\mathbb{R}$. (1pt)
b) Étudie les variations de f et dresser son tableau de variation. (2pts)
3. a) Étudie les branches infinies de la courbe $(\mathcal{C})$ au voisinage de $-\infty$ et de $+\infty$. (1,5pt)
b) Étudie les positions relatives de $(\mathcal{C})$ et $(\mathcal{D})$,
où $(\mathcal{D})$ est la droite d'équation $y = -x + 2$. (1,5pt)
4. Détermine une équation de la tangente $(\mathcal{T})$ à $(\mathcal{C})$ au point d'abscisse 1. (1pt)
5. Démontre que : $f(\alpha) = 1 - \alpha + \frac{1}{1-\alpha}$. (1pt)
6. a) Justifie que pour tout nombre réel x , $\frac{f(-x+2)}{f(x)} = e^{x-1}$ (1pt)
b) On admet que l'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions. On appelle β l'une de ces solutions, démontrer que $2 - \beta$ est l'autre solution. (1pt)
7. Construis soigneusement $(\mathcal{C})$, $(\mathcal{D})$ et $(\mathcal{T})$ dans un même repère. (on prendra $\alpha = 0,4$ et $\beta = 2,5$). On rappelle que l'unité graphique est $2cm$. (2pts)

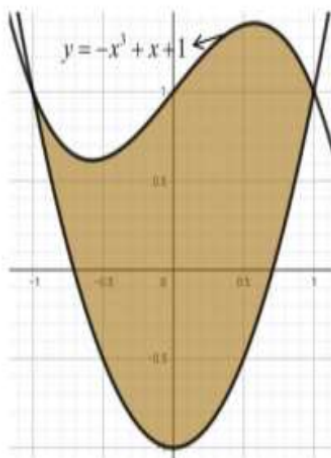
PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (09 PTS)

Monsieur ZRA, propriétaire terrien dispose de trois parcelles de terrain dans la localité de Mokong comme l'indique les figures ci-dessous. Il souhaite vendre les parcelles 1 et 2 à raison de 5000 FCFA le mètre carré puis la parcelle 3 à raison de 6500 FCFA le mètre carré.

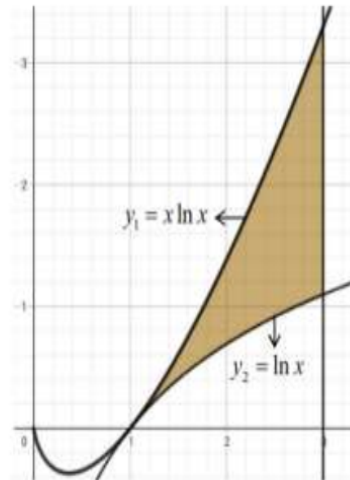
On prendra : Une unité d'aire est égale à 250 m^2 .



Parcelle 1



Parcelle 2



Parcelle 3

1. Détermine le prix de vente de la parcelle 1. 3pts
2. Détermine le prix de vente de la parcelle 2. 3pts
3. Détermine le prix de vente de la parcelle 3. 3pts

L'épreuve comporte trois exercices d'évaluation des ressources et un problème d'intégration obligatoires sur deux pages.

PARTIE A : Evaluation des ressources : 15 points

EXERCICE 1 : (6 points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. S est la transformation du plan dans lui-même qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' telle que :

$$z' = \frac{1}{2}(1+i)z + \frac{1}{2}(5-i).$$

1)- Montrer que l'équation $(E): (E)z^3 - z^2 - (5+4i)z - 12i + 21 = 0$ admet une unique solution réelle dans $\mathbb{C}$ puis résoudre (E) . **1,5pt**

2)-Déterminer la nature puis les éléments caractéristiques de S . **1pt**

3-) Soient A, B, C et D les points d'affixes respectives $3+2i, -3, 1-2i$ et $5-4i$.

a) Faire la figure à compléter au fur et à mesure. **1pt**

b) Vérifier que $S(B) = C$. Quelle est la nature du triangle ABC ? **0,5pt**

c) Déterminer l'affixe du point E image de C par l'homothétie de centre A et de rapport 2. **0,5pt**

d) Démontrer que le quadrilatère $ABED$ est un carré. **1pt**

4) On désigne par (C) le cercle de centre C passant par A . (C) coupe l'axe des abscisses en deux points K et L , l'affixe de K est positive. Démontrer que le triangle KCL est isocèle en C . **0,5pt**

EXERCICE 2 : (3 points)

1) Exprimer en fonction de $\ln 2$ les nombres suivants $A = -3\ln 32 + \frac{2}{3}\ln \frac{1}{16}$ et $B = 5\ln \sqrt{32} + \frac{1}{2}\ln \frac{1}{\sqrt{8}}$ **1pt**

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$: $(C)\ln(2x-1) + \ln(-x+4) = \ln 2$ et $(D)(\ln 2x)^2 - 6\ln(2x) + 5 \leq 0$. **1pt**

3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ le système d'équations $\begin{cases} \ln(xy) = 4 \\ \ln x \ln y = -12 \end{cases}$ **1pt**

EXERCICE 3 : (6 points)

On donne la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = \frac{x+\ln x}{x^2}$ et (C) sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O, I, J) d'unité 2cm sur chaque axe.

I/ On considère la fonction g définie sur $]0, +\infty[$ par $g(x) = 1 - x - 2\ln x$

1) Calculer $g(1)$ et dresser le tableau de variation de g . **1pt**

2) En déduire le signe de g suivant les valeurs de x . **0,5pt**

II/

1) a) Calculer la limite de f à droite en 0. **0,25pt**

b) Montrer que pour tout nombre réel $x \in]0, +\infty[$, $f(x) = \frac{1}{x}(1 + \frac{\ln x}{x})$. **0,25pt**

c) En déduire alors la limite de f en $+\infty$. **0,25pt**

2-a) Montrer que pour tout nombre réel $x \in]0, +\infty[$, $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$. **0,5pt**

b) Dresser le tableau de variation de f . **0,75pt**

- c) Construire alors la courbe (C). 0,5pt
- 3) a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α telle que $0,5 < \alpha < 0,6$. Puis en déduire que $-\ln \alpha = \alpha$ 0,75pt
- 4-a) Montrer que f réalise une bijection de $[1, +\infty[$ vers un intervalle J à préciser. 0,75pt
- b) Construire en pointillés sur le même graphique la courbe de la bijection réciproque f^{-1} . 0,5pt

PARTIE B : Evaluation des compétences : 5 points

On a analysé les effets de la puissance sonore dans une discothèque. Le son se manifeste par des variations de pression de l'air. L'unité de mesure de la pression de l'air est le pascal. La pression de l'air s'exerce sur le tympan de l'oreille humaine. Pour une pression supérieure ou égale à 20×10^{-6} pascals s'exerçant sur son tympan, l'oreille humaine perçoit un son dont la puissance se mesure en décibels.

Pour une pression de p pascals s'exerçant sur le tympan, avec $p \geq p_0$, $p_0 = 20 \times 10^{-6}$. La puissance sonore perçue est égale à $f(p) = \frac{20}{\ln 10} \ln(50000p)$. A partir d'une puissance sonore de 120 décibels, on ressent une douleur qui peut causer un cancer sur le tympan. Par ailleurs des études cliniques ont montré que ce cancer peut augmenter son volume en moyenne de 2% par mois et si ce cancer multiplie son volume initial par 10, il envahit tout le tympan et le détruit.

- 1). Déterminer la pression p à partir de laquelle on peut ressentir des douleurs. 1,5pt
- 2) Montrer que la puissance sonore augmente de 20 décibels quand la pression s'exerçant sur le tympan est multipliée par 10. 1,5pt
- 3) Déterminer après combien de mois un discothécaire atteint de ce cancer peut perdre son sens auditif. 1,5pt

Présentation 0,5pt

Examen	Epreuve	Coef	Durée	Classe	Année Scolaire
	Mathématiques	04	4H	1 ^{ère}	2020/2021

La présentation et le soin apportés à la copie seront pris en compte dans l'évaluation de la copie.

PARTIE A : Utilisation des ressources

(15,5 points)

Exercice 1 : 5,5 points

I/ Pour chacune des questions suivantes, Trois réponses sont proposées parmi lesquelles une seule est juste. Recopier le numéro de la question et la réponse juste correspondante.

1. L'ensemble des points d'affixe z telle que $\arg\left(\frac{z-z_A}{z-z_B}\right) = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ où $z_A = i$ et $z_B = 2$ est :

a. Le cercle $\mathcal{C}$ de diamètre $[AB]$ b. Le cercle $\mathcal{C}$ privé des points A et B c. Le demi-cercle $\mathcal{C}$. 0,5pt

2. La valeur moyenne de la fonction $x \mapsto \cos x$ sur $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ est :

a. 0 b. $-\frac{\pi}{2}$ c. $-\frac{2}{\pi}$ 0,5pt

3. L'ensemble des solutions de l'inéquation $e^{-x+5} > 3$ est :

a. $] -5 + \ln 3; +\infty[$ b. $]5 - \ln 3; +\infty[$ c. $] -\infty; \ln 3 - 5[$ 0,5pt

4. Le plan est muni d'un repère orthonormé d'unité graphique 2 cm. L'aire, en cm^2 du domaine

défini par : $\begin{cases} 0 \leq x \leq \ln 2 \\ 0 \leq y \leq e^{2x} \end{cases}$ est :

a. $\frac{3}{2}$ b. 6 c. 3 0,5pt

II/ On considère la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $h(x) = 1 + x - 3x \ln x$. Soit (C_h) sa courbe représentative dans le plan muni du repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. Déterminer les limites de h aux bornes de l'ensemble de définition. 0,5 pt

2. Etudier les variations de h et dresser son tableau de variations. 1,25 pt

3. Montrer que l'équation $h(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha \in [1; 2]$. Vérifier que $1,69 < \alpha < 1,70$. On précisera le théorème utilisé. 0,5 pt

4. Donner une équation de la tangente (T) à la courbe représentative de h au point d'abscisse $x = 1$. 0,25pt

5. Tracer dans le repère l'asymptote, la tangente (T) , et la courbe (C_h) . 1 pt

Exercice 2 : 5 points

I/ Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . unité graphique : 2cm.

On considère les points A et B d'affixes respectives -1 et i .

1. a. Quelle est la nature exacte du triangle ABO ? 0,5pt

b. En déduire le centre et le rayon du cercle (C) passant par les points A, B et O . 0,5pt

2. Soit s une transformation plane directe qui, à tout point M d'affixe $z = x + iy$ du plan complexe associe le point M' d'affixe $z' = x' + iy'$ du plan complexe tel

que :
$$\begin{cases} x' = x + y\sqrt{3} - \sqrt{3} \\ y' = -x\sqrt{3} + y + \sqrt{3} \end{cases}$$

a. Montrer que l'expression complexe de s est: $z' = (1 - i\sqrt{3})z - \sqrt{3} + i\sqrt{3}$. 0,5pt

b. Déterminer la nature de s et préciser ses éléments caractéristiques. 0,75pt

c. Soit $(C) : (x + \frac{1}{2})^2 + (y - \frac{1}{2})^2 = 2$.

Déterminer l'image de (C) par s .

0,75pt

II/ On chauffe un liquide dans une grosse cuve, et on appelle $g(t)$ la température de ce liquide en degrés Celsius à l'instant t exprimé en secondes, g étant une fonction numérique définie sur $]0, +\infty[$. On admet que la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par : $f(t) = g(t) - 100$ est la solution de l'équation différentielle $(E) : y' + 2 \times 10^{-4}y = 0$ vérifiant $f(0) = -80$.

1. a. Résoudre l'équation (E) 0,5pt
 b. Exprimer $f(t)$ en fonction de t . 0,25pt
2. Montrer que : $g(t) = 100 - 80e^{-2 \times 10^{-4}t}$ 0,5pt
3. a. Calculer $g(0)$, la température du liquide à l'instant $t = 0$? 0,25pt
 b. Au bout de combien de temps la température atteint-elle 85°C ? 0,5pt

Exercice 3 : 5 points

E est un plan vectoriel réel dont une base est $B = (\vec{i}, \vec{j})$. Soit f un endomorphisme de E dont la matrice dans la base B ci-dessus est $A = \begin{pmatrix} m-4 & \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & m \end{pmatrix}$ où m est un paramètre réel.

1. Déterminer les valeurs de m pour que f soit un automorphisme de E . 0,5 pt
 On prend $m = 1$ pour la suite de l'exercice.

2. a. Déterminer $f(\vec{i})$ et $f(\vec{j})$. 0,5 pt
 b. Déterminer le noyau de f , puis en donner une base. 0,5 pt
 c. Déterminer l'image de f , puis en donner une base. 0,5 pt

3. on pose $\vec{u} = \vec{i} + \sqrt{3}\vec{j}$ et $\vec{v} = \sqrt{3}\vec{i} + \vec{j}$ deux vecteurs de E .
 a. Montrer que $B' = (\vec{u}, \vec{v})$ est une base de E . 0,5 pt
 b. Montrer que la matrice de f dans la base B' est $M = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$. 0,5 pt
 c. Calculer M^2 et M^3 . 0,5 pt
 d. Montrer par récurrence que pour tout entier naturel non nul n , on a :

$$M^n = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & (-2)^n \end{pmatrix}. \quad \text{0,5 pt}$$

4. Soient $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ la matrice unité d'ordre 2 et $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ la matrice nulle d'ordre 2.
 a. Montrer que $2M = M^2 + M^3$ 0,25 pt
 b. En déduire que $M \times (M^2 + M - 2I) = O$. 0,25 pt
 c. La matrice $M^2 + M - 2I$ est-elle inversible ? 0,5 pt

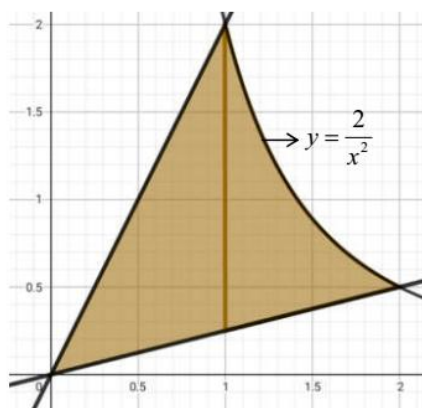
PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES

(4,5 points)

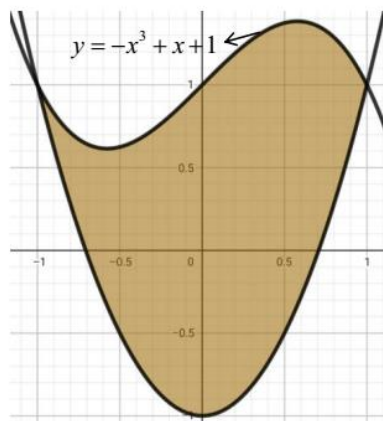
Etre capable de déployer un raisonnement logique et communiquer à l'aide du langage mathématique en faisant appel au calcul intégral et aux équation et aux systèmes linéaires pour résoudre des problèmes de vente de terrains.

M. TENKEU, propriétaire terrien dispose de trois parcelles de terrain comme l'indique les figures ci-dessous. Pour acheter les billets d'avion de ses trois fils, Henri, James et Léo qui partent à l'étranger continuer leurs études universitaires, il souhaite vendre chaque parcelle à raison de 6000 FCFA le mètre carré. Les billets d'avion de Henri, James et Léo coûtent respectivement 700000FCFA, 1600000FCFA et 800000FCFA.

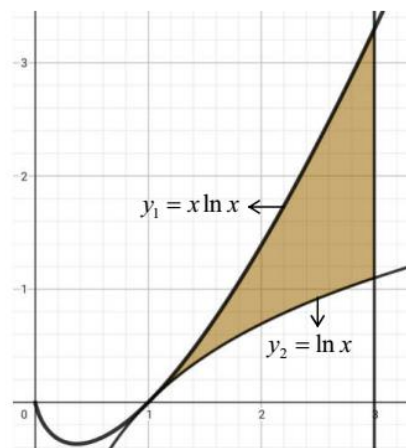
Prendre : une unité d'aire égal à 100 m^2 ; $\ln(3) \approx 1,1$



Parcelle 1



Parcelle 2



Parcelle 3

Tâches :

- | | |
|--|-------|
| 1. Pourra-t-il acheter le billet d'avion de Henri en vendant la parcelle 1 ? | 1,5pt |
| 2. Pourra-t-il acheter le billet d'avion de James en vendant la parcelle 2 ? | 1,5pt |
| 3. Pourra-t-il acheter le billet d'avion Léo en vendant la parcelle 3 ? | 1,5pt |