Année scolaire : **2023 – 2024**
EXAMEN DE FIN D'ANNEE
Niveau : **1$^{\text{ère}}$ C**

Coefficient : 5
Durée : **2 h 15 min**
C.E. : Mathématiques– Info

MATHEMATIQUES

Cette épreuve comporte deux pages numérotées $^1/_2$ *et* $^2/_2$.

EXERCICE 1 (2 points)

Fais correspondre chacune des affirmations dans le tableau ci-dessous à sa réponse juste. Exemple : **1– D**

Une urne contient 16 boules numérotées de 0 à 15 indiscernables au toucher. On tire une boule au hasard et on note son numéro. On considère les évènements **H : « la boule tirée a un numéro pair »** et **K : « la boule tirée est un multiple de 3 ».**

	Réponse A	Réponse B	Réponse C
P(H) = ⋯	**0,5**	**0,4375**	**0,5625**
P(K) = ⋯	**0,25**	**0,3125**	**0,375**
P(H∩K) = ⋯	**0,125**	**0,0625**	**0,1875**
P(H∪K) = ⋯	**0,6875**	**0,875**	**0,625**

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacune des affirmations qui suivent, écris le numéro de l'affirmation suivi de VRAI si elle est vraie ou de FAUX si elle est fausse. Exemple : **5– FAUX.**

1. Si (u) est une suite arithmétique de raison r et, alors $u_n = u_4 + r(4 - n)$

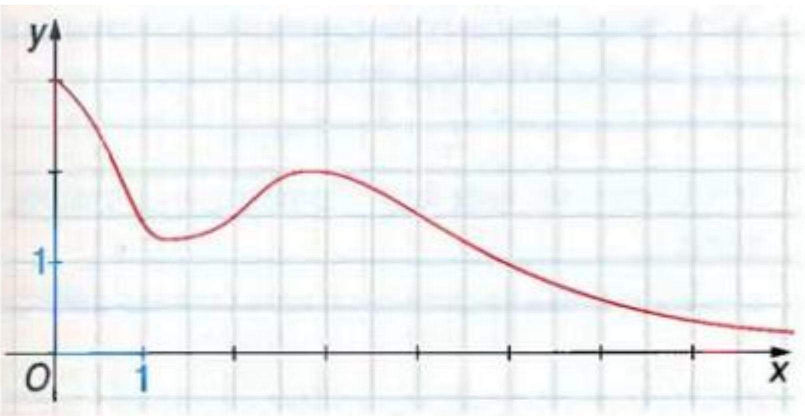
2. Si (u) est une suite arithmétique de raison r et, alors $\sum_{k=4}^{p} u_k = \frac{p-3}{2}(u_4 + u_p)$.

3. Si (v) est une suite géométrique de raison q, alors $v_n = q^{n-4}v_4$.

4. Si (v) est une suite géométrique de raison $q \neq 1$, alors $\sum_{k=4}^{p} v_k = v_4\frac{1-q^{p-4}}{1-q}$.

EXERCICE 3 (5 points)

1. On a tracé ci-dessous la courbe représentative d'une fonction numérique f.



Donne les quatre premiers termes de la suite (u) définie par $u_n = f(n)$, $\forall\, n \in \mathbb{N}$.

2. Soit (v) une suite arithmétique décroissante telle que : $\begin{cases} v_1 + v_2 + v_3 + v_4 = -16 \\ v_1^2 + v_4^2 = 50 \end{cases}$.

a. Détermine le premier terme v_0 et la raison r de la suite (v)

b. Exprime le terme général v_n en fonction de n.

c. Soit (w) la suite numérique définie par $w_n = 2^{v_n}$.

Démontre que (w) est une suite géométrique dont tu préciseras le premier terme et la raison.

EXERCICE 4 **(8 points)**

Partie A

Dans l'espace, on considère un tétraèdre ABCD.

1. Construis le point I tel que I = bar{(A; 1), (B ; 1), (C ; 2)}.
2. m est un nombre réel.

On désigne par G le barycentre du système : {(A; m), (B ; m), (C ; $2m$), (D ; $(m-2)^2$)}.

a. Justifie l'existence de G pour tout réel m.

b. Démontre que $\overrightarrow{DG} = \frac{4m}{m^2+4}\overrightarrow{DI}$.

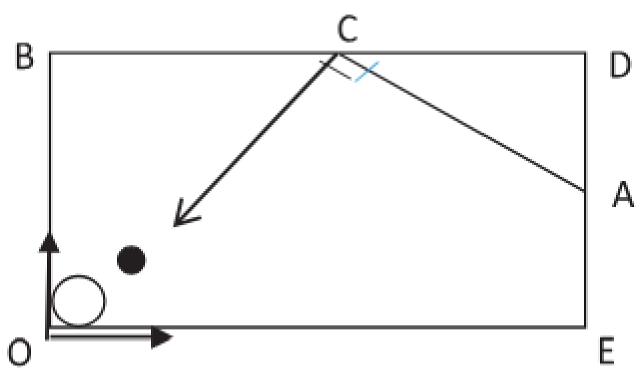
Partie B

Soit g une fonction numérique de la variable réelle définie par : $g(x) = \frac{4x}{x^2+4}$.

1. Justifie que $D_g = \mathbb{R}$.
2. Détermine les limites de g *en* $-\infty$ et $+\infty$ puis fais une interprétation graphique des résultats.
3. Etudie les variations de g puis dresse son tableau de variation.
4. On désigne par $(\mathcal{C}_g)$ la courbe représentative de g dans le plan muni d'un repère orthonormal (O, I, J). Trace $(\mathcal{C}_g)$.
5. Quel est l'ensemble des valeurs prises par $g(x)$ lorsque x décrit $\mathbb{R}$?
6. Quel est le lieu géométrique des barycentres G lorsque m décrit $\mathbb{R}$?

EXERCICE 5 **(3 points)**

Un jeu à l'ordinateur consiste à lancer une balle du point A milieu de [ED] comme l'indique la figure ci-contre. La balle doit percuter le bord [BD] en point C et se loger dans le trou au point O en décrivant une trajectoire (CO) perpendiculaire à (AC). Des élèves de $1^{ère}$C passionnés par ce jeu souhaitent déterminer la position du point C dans le repère (O, E, B). Sachant que le quadrilatère OBDE est un rectangle de longueur 24 cm et de largeur 16 cm, propose-leur une solution argumentée.



Le désespoir renonce mais l'espoir n'abandonne jamais.