

	LYCEE SCIENTIFIQUE AUGUSTE LE GRAND	EXAMEN BLANC Février 2025	A/S : 2024-2025 Durée : 4H Coef : 5
	« Osons l'excellence »	MATHEMATIQUES	Classe : Première C ₄

Exercice 1

Le conseil d'établissement d'un Lycée de la place voudrait aménager son site en y construisant un stade de football, un stade de Handball ; une piste d'athlétisme et son amphithéâtre. Dans son cahier de charge, le stade de football est délimité par les points images sur le cercle trigonométrique des solutions sur $] -\pi; \pi]$ de l'équation $\cos 4x - 5 \cos 2x = -3$ ($2m$ est l'unité de longueur) . Pour éviter que la pelouse soit submergée de boues, le conseil a décidé de daller à l'aide du sable et du ciment. Le sable est vendu à 600 F CFA le seau de 15 litres et un seau de sable peut couvrir un espace de $0,5 m^2$. Un sac de ciment DANGOTE coûtant 3900 FCFA l'unité, peut couvrir $3 m^2$ de surface. Le stade de volleyball est délimité par trois bornes dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité 30 m par les points D,E et F sachant que ces points sont des points fixes par lesquels passent toutes les courbes (C_α) de la fonction f_α définie par $f_\alpha(x) = \frac{x^2+2\alpha x-3}{\alpha x-1}$ à l'exception de deux. Il décide de couvrir du gazon synthétique sur toute la surface triangulaire DEF. k mètre carrés de gazon coûte environ 30200 F CFA où k est la solution de l'équation $k + \sqrt{k^2 + k - 6} = 2$. S'agissant de la piste d'athlétisme, elle est délimitée dans le plan autour d'une portion ayant la forme d'un triangle équilatéral ABC de côté 10 m et représenté dans le plan par l'ensemble des points M tels que : $18 \leq \|\vec{MA} + a\vec{MB} + b\vec{MC}\| \leq \sqrt{2}\|3\vec{MA} + 2\vec{MB} - 5\vec{MC}\|$ où a et b sont les abscisses des extrémums de la fonction g définie par $g(x) = x + m + \frac{m}{2x-1}$ pour $m = \frac{9}{2}$ avec $a > b$. Le conseil désire protéger cette piste en y plantant des panneaux publicitaires le long des abords des deux pistes. Deux pieds de panneaux permettent de recouvrir 0,15 m et un pied coûte 750 F CFA. S'agissant enfin de l'Amphi, le conseil décide de couvrir le bureau délimité par l'ensemble des points M tels que : $\begin{cases} x = 10\cos^2\theta - 6 \\ y = 10\sin\theta\cos\theta \end{cases} ; (\theta \in \mathbb{R})$ avec un tapis offert gratuitement. Mr GATOR proviseur dudit lycée décide d'évaluer le budget de l'aménagement. Pour cela, il soumet le problème à New Man, le délégué de la Première C₄ qui à son tour expose le problème à la classe.

Consigne 1 : Déterminer le budget total.

Consigne 2 : Le nombre de mètre carré de tapis à utiliser.

Consigne 1	Pertinence 2 pt	Correction 1,25pt	Cohérence 1pt	Perfectionnement
Consigne 2	Pertinence 1 pt	Correction 1, 25pt	Cohérence 1 pt	0,5 pt

Exercice 2

A. Le tableau suivant donne la production agricole y_i en tonnes , en fonction de la taille x_i en hectares de l'exploitation, pour un ensemble de six exploitations d'une localité d'un pays

x_i (en ha)	1	2	3	4	5	6
y_i (en t)	12	30	42	60	48	

1. Calculer la variance et la covariance de x et y . **(0,5 + 0,5 pt)**
2. Donner une droite de régression de x en y **(0,75 pt)**
3. Donner une estimation de la production d'un domaine de 8 ectares. **(0,25 pt)**

- B. Soit g la fonction définie par $g(x) = \frac{\sin^2 x + 1}{\sin x + 1}$. Soit (C_g) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé.
- Déterminer l'ensemble de définition D_g de g sur $[-3\pi; 3\pi]$. **(0,5 pt)**
 - Démontrer que la fonction g est 2π - périodique. **(0,25 pt)**
 - Montrer que la droite d'équation $x = \frac{\pi}{2}$ est un axe de symétrie de (C_g) **(0,5 pt)**
 - Montrer qu'on peut étudier g sur $]0; \pi[$ **(0,5 pt)**
 - a. Démontrer que $\forall x \in D_g, g'(x) = \frac{\cos x (\sin^2 x + 2\sin x - 1)}{(\sin x + 1)^2}$ **(0,75 pt)**
b. Dresser le tableau de variation de g sur $]0; \pi[$ **(0,75 pt)**
 - Tracer la courbe (C_g) sur l'intervalle $[-3\pi; 3\pi]$. **(0,75 pt)**

Exercice 3

I. Choisi la bonne réponse sans recopier les questions (3 points)

- Soit le cercle (C) d'équation $x^2 + y^2 - 6x + 8y + 9 = 0$. Quelle est la nature de la droite $(D): 3x - 4y + 12 = 0$ par rapport à ce cercle ?
a) (D) est tangente à (C) b) (D) est sécante à (C) en deux points distincts c) (D) est extérieur au cercle (C) d) (D) passe par le centre du cercle
- Soient h_1 et h_2 de centres distincts O_1 et O_2 et de rapport $k_1 = 2$ et $k_2 = 3$ alors la transformation composée $h = h_1 \circ h_2$ est :
a) Une homothétie de centre O_1 et de rapport 6 b) Une homothétie de centre O_1 et de rapport 6 c) Une homothétie de centre aligné avec O_1 et O_2 d) une translation de vecteur $\overrightarrow{O_1 O_2}$
- Soit m un réel, G est le barycentre des points pondérés $(A; |m^2 - 3m + 2|)$ et $(B; |m^2 - 1|)$ alors G existe :
a) $m \in]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$ b) $m \in \mathbb{R}$ c) $m \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; 1\right\}$ d) $m \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}; 1\right\}$
- Soit g la fonction définie par $\begin{cases} g(x) = \frac{x+1}{x+2} & \text{si } x \leq 0 \\ -k^2 + kx + \frac{3}{4} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$ est continue en $x_0 = 0$ si $k =$
a) $\left\{\frac{1}{2}; 2\right\}$ b) $\left\{-\frac{1}{2}; 2\right\}$ c) $\left\{\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right\}$ d) $\left\{-\frac{1}{2}; -2\right\}$
- Soit A, B et C trois points du plan et G le barycentre des points pondérés $(A; 2)$; $(B; 1)$ et $(C; -1)$ alors les coordonnées de G dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ est :
a) $G\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ b) $G\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ c) $G\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ d) $G\left(1; \frac{1}{2}\right)$

II. Répond par vrai si l'affirmation est vraie et par faux si elle est fausse. **(0,5 pt)**

- $\forall x \in \mathbb{R}, \tan 3x = \frac{1-3\tan^2 x}{3-\tan^2 x} \cdot \tan x$
- Une fonction rationnelle de degré n au numérateur et m au dénominateur admet toujours une asymptote oblique si $n = m + 1$.

III. Complète

Relève la lettre puis donne la réponse appropriée **(2,5 points)**

- On donne la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^2 - 2|2-x| + 2}{x-1}$. L'ensemble de définition D_f de f est ...a... La restriction de f sur ...b... est $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 2}{x-1}$, par contre pour $x \geq 2$, $f(x) = \dots$ c..... La fonction f est continue sur ...d.....
- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x-2} = \dots$ e... tandis que $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x-2} = \dots$ f.. Donc f estg... en $x_0 = 2$
Graphiquement la courbe (C) de f admet ...h....

