DEVOIR COMMUN DE MATHEMATIQUES 1°C 10/11/2022 Durée : 2H

KYK

Exercice1 : (2 points) Ecris le numéro de chaque affirmation suivi de *VRAI* si l'affirmation est vraie et *FAUX* si l'affirmation est fausse.

N°	AFFIRMATIONS
1	f et g sont des fonctions de IR vers IR de représentations graphiques respectives (C_f) et (C_g) telles que pour tout $x \in IR, g(x) = f(x-2) - 3$, (C_g) est l'image de (C_f) par la translation de vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\-3\end{pmatrix}$.
2	Soit f une application de IR vers $[-1;+\infty[$ par $f(x) = x^2 - 6x + 8$ est injective et surjective
3	On donne les fonctions f et g, de IR vers IR , définies par $f(x) = \|x-2\| + 1$ et $g(x) = x - 1$: g est une restriction de f sur $]3\,;+\infty[$.
4	Les courbes représentatives d'une bijection et de sa réciproque sont symétriques par rapport à la droite *(D)* d'équation $y = -x$

Exercice2 : (2 points) Pour chaque ligne du tableau ci-dessous , une seule affirmation est correcte. Ecris le numéro de la ligne et de la lettre de la colonne correspondante à la réponse correcte.

		A	B	C
1	Soit B et C deux points du plan. Le barycentre des points (C,1) et (B,-2) est	sur le segment [BC]	le symétrique de C par rapport à B	le symétrique de B par rapport à C
2	Soit A et B deux points du plan. L'ensemble des points M du plan tels que $\frac{MB}{MA} = 1$ est	le segment [AB]	le cercle de diamètre [AB]	la médiatrice du segment [AB]
3	ABCD étant un parallélogramme non aplati, A est le barycentre de :	(B,1) ; (C,1) et (D,-1)	(B,-1) ; (C,1) et (D,1)	(B,1) ; (C,-1) et (D,1)
4	EFGH est un losange et a un nombre réel différent de (-3). L'ensemble des barycentres des points (E,1) ,(F,1) , (G ,1) et (H,a) est	le segment [FH]	la droite (FH)	Le plan (EFG)

Exercice3 : (4,5 points)

A. Soit la fonction f définie de IR vers IR par: $f(x) = \frac{3x^2+1}{x^2+5}$.

1. a. Justifie que $\forall x \in IR, f(x) - 3 < 0$

   b. Justifie que $\forall x \in IR , f(x) - \frac{1}{5} > 0$.

   c. Démontre que f est bornée.

B . On considère maintenant l'application g de $[0;+\infty[$ vers $[\frac{1}{5};3[$ définie par $g(x) = \frac{3x^2+1}{x^2+5}$

1. Justifie que : $\forall\, a \in [\frac{1}{5};3[, \frac{5a-1}{3-a} \geq 0$. NR Viendemus
2. Démontre que l'application g est bijective.
3. Détermine alors la réciproque g^{-1} de la bijection g.

Exercice4 : (6,5 points) Cet exercice comporte deux parties indépendantes

Partie A

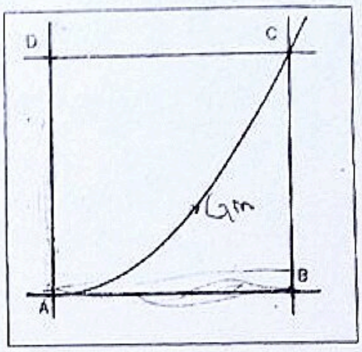
Soit ABC un triangle rectangle en A. Soit le point I milieu du segment [AC].

Soit E le point du plan défini par $3\overrightarrow{EA} - 2\overrightarrow{EB} + 3\overrightarrow{EC} = \vec{0}$

1) Démontre que E est le barycentre des points pondérés $(I,3)$ et $(B,-1)$.
2) Définis et construis le barycentre G des points pondérés $(A,3)$ et $(B,-2)$.
3) Démontre que les points E, G et C sont alignés.
4) Détermine l'ensemble des points M du plan tel que :
   a. $\|3\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}\| = 10$.
   b. $\|3\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}\| = \|\overrightarrow{MI}\|$.

Partie B

Soit ABCD un carré. On munit le plan du repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$.
Soit (P) la représentation graphique dans ce repère de la fonction f définie sur $[0; 1]$ par $f(x) = x^2$.



1) Pour quelles valeurs de m, peut –on définir le point G_m barycentre de (A,7),(B,8), (C,2) et (D,m).
2) Calcule les coordonnées de G_m en fonction de m.
3) Détermine pour quelles valeurs de m , *le point* G_m *est sur* (P).

Exercice5 : (5 points)

Une coopérative de planteurs de Cacao veut mettre en place une usine de production de tablettes de chocolat.

Elle sollicite les services d'un ingénieur commercial afin de faire une étude du projet.

Après quelques jours de travaux, l'ingénieur laisse au président de la coopérative un rapport avec les informations suivantes:

- Pour x tonnes de cacao donnée on pourra produire $\mathbf{62x - 0,25}$ sachets de poudre de cacao.
- Pour x de sachets de poudre de cacao, on pourra fabriquer $\mathbf{x^2 - 0,48x - 1,53}$ tablettes de chocolat.

Le président de la coopérative un peu embêté voudrait connaître afin de l'expliquer à ses associés comment trouver directement le nombre de tablettes de chocolat à produire pour un tonnage donné de cacao. Il voudrait également connaître une valeur approximative du tonnage nécessaire de cacao afin de pouvoir fabriquer au-delà de **mille** tablettes de chocolat.
Sur la base de tes connaissances mathématiques et à l'aide d'un raisonnement cohérent aide le président de cette coopérative à avoir une réponse à ses préoccupations.