

DEVOIR DE NIVEAU DE MATHÉMATIQUES 1ère C

Durée : 2 h

Date : 23 Mars 2023

EXERCICE 1 (2pts)

Ecris le numéro de chaque affirmation suivie de VRAI si l'affirmation est vraie et FAUX si l'affirmation est fausse.

- 1/ La composée de deux symétries orthogonales d'axes perpendiculaires est une rotation.
- 2/ La composée de deux homothéties de centres distincts est une homothétie
- 3/ La fonction g définie par $g(x) = 1 - \frac{2}{|x|}$ est une fonction impaire.
- 4/ les fonctions f et $3f - 4$ ont le même sens de variation.

EXERCICE 2 (2pts)

Pour chaque affirmation, trois réponses sont proposées dont **une seule** est exacte. Choisis la bonne réponse.

- 1/ ABC est un triangle équilatéral direct, si $f = r_{(A; \frac{\pi}{3})} \circ r_{(B; \frac{\pi}{3})}$ alors $f(A) = \dots$
 a/ B b/ A c/ C
- 2/ La fonction f telle que $f'(x) = x^2 - 2x + 3$ admet un extremum relatif en
 a/ 3 b/ 2 c/ 1
- 3/ ABC est un triangle de centre de gravité G. A', B' et C' sont les milieux respectifs des segments [BC], [AC] et [AB].
 h est l'homothétie de centre A et de rapport $\frac{3}{2}$; h' est l'homothétie de centre C et de rapport 2. La composée $h' \circ h$ est :
 a/ une translation b/ une homothétie de centre B' c/ une homothétie de centre G
- 4/ La probabilité qu'un événement A ne se réalise pas est $\frac{3}{7}$ donc $P(A) = \dots$
 a/ $\frac{3}{7}$ b/ $\frac{2}{5}$ c/ $\frac{4}{7}$

EXERCICE 3 (6pts)

On dispose de deux boîtes B_1 et B_2 contenant respectivement 6 boules et 3 boules numérotées
 B_1 contient trois boules rouges numérotées 1 ; 2 ; 3, deux boules noires 6 ; 4 et une boule blanche numérotée 5
 B_2 contient deux boules blanches numérotées 4 ; 5 et une boule noire numérotée 1.

On tire au hasard une boule dans chaque boîte, on forme le couple $(a ; b)$ tel que $(a ; b) \in B_1 \times B_2$ et on donne dans \mathbb{R} le nombre de polynôme Q tel que $Q(x) = ax^2 + bx + 2$.

On a les événements suivants :

A : « le nombre de polynômes Q admettant deux zéros »

B : « Le nombre de polynômes Q admettant un seul zéro »

C : « Le nombre de polynômes Q n'admettant pas de zéros » .

1) a) Traduit par une phrase ne comportant pas de négation \bar{C}

b) Combien y a-t-il de polynômes Q ?

2) a) Justifie que la probabilité $P(B) = \frac{1}{18}$

b) Calcule la probabilité $P(A \cup C)$

3) Montre que la probabilité que le polynôme Q ait au plus un zéro est $\frac{7}{9}$

4) a) Calcule la probabilité que les deux boules tirées aient la même couleur

b) Dans le cas 4) a) y a-t-il des polynômes Q qui admettent un ou plusieurs zéros ? Justifie.

5) Justifie que la probabilité que les deux boules tirées aient le même numéro est $P = \frac{1}{6}$

EXERCICE 4 (6pts)

Le plan est muni d'un repère orthogonal $(O ; I ; J)$. Unité graphique : 1 cm sur (OI) et 1 cm sur (OJ)

1) On considère la fonction g telle que $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{2}\}, g(x) = 2x - 1 - \frac{1}{2x + 1}$.

a) Vérifie que $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{2}\}, g(x) = \frac{4x^2 - 2}{2x + 1}$, puis démontre que le point $A(-\frac{1}{2}; -2)$ est centre de symétrie de (C) .

b) Justifie que, pour tout x élément de $\mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{2}\}, g'(x) = \frac{4(2x^2 + 2x + 1)}{(2x + 1)^2}$

2) Calcule les limites de g aux bornes de D_g et interprète graphiquement les résultats si possible.

3) Etudie les variations de g et dresse son tableau son variation.

4) Etudie la dérivabilité de g en $-\frac{1}{4}$ et en déduit si possible l'équation de la tangente (T) à (C_g) au point

$B(-\frac{1}{4}; -\frac{7}{2})$.

5) a) Démontre que la droite (D) d'équation $y = 2x - 1$ est une asymptote à (C) en $+\infty$ et en $-\infty$

b) Etudie la position de (C) par rapport à (D)

6) a) Recopie et Complète le tableau des valeurs ci-dessous :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$g(x)$	-6,8			-2		2,8		6,9

NB : Arrondi toutes les valeurs à un chiffre après la virgule

b) Construit la courbe (C_g) , la droite (D) et (T)

EXERCICE 5 (4pts)

Yao, élève de 1ere C, a deux petites sœurs jumelles Léa et Lorraine. Chacune d'elle possède une valise qui se ferme et s'ouvre à l'aide d'un code de quatre chiffres distincts compris entre 0 et 9. Malheureusement chacune d'elles a oublié le code de sa valise.

Néanmoins Léa se souvient que son code contient une fois le chiffre 4. Quant à Lorraine, elle se souvient que son code est un nombre pair.

Yao porte ces informations à ses camarades de classe. Le chef de classe affirme que le pourcentage de trouver le code de la valise de Lorraine est plus élevé que celui de trouver le code de la valise de Léa.

Dis si l'affirmation du chef de classe est fondée ou non. En t'appuyant sur ton cours, justifie ta réponse.