



DEVOIR DE MATHÉMATIQUES 1C

Année scolaire : 2022-2023

Date : Vendredi, 24 Février 2023

Durée : 2 heures

EXERCICE 1 (2 points)

Pour chaque affirmation du tableau suivant, trois réponses sont proposées dont une seule est exacte. Choisis la bonne réponse.

1)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = \dots$       (a)  $+\infty$       b)  $-\infty$       c) n'existe pas

2)  $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = +\infty$  et (C) la courbe représentative de  $g$  dans un repère orthogonale  $(O, I, J)$

alors

- a) la droite d'équation  $x = 2$  est une asymptote verticale à (C) en  $+\infty$
- b) la droite d'équation  $y = 2$  est une asymptote horizontale à (C) en  $+\infty$
- (c) la droite d'équation  $x = 2$  est une asymptote verticale à (C)

3/  $f$  et  $g$  deux fonctions, si  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -\infty$  et  $\lim_{x \rightarrow 2} (f(x) + g(x)) = -\infty$  alors  $\lim_{x \rightarrow 2} g(x)$  est :

- a)  $+\infty$       b)  $-\infty$       c) ni  $+\infty$  ni  $-\infty$

4/  $f$  et  $g$  deux fonctions, si  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -\infty$  et  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{g(x)} = +\infty$  alors  $\lim_{x \rightarrow 2} g(x)$  est :

- a)  $-\infty$       b)  $+\infty$       c) 0

EXERCICE 2 (2 points)

Ecris le numéro de chaque affirmation suivie de VRAI si l'affirmation est vraie et FAUX si elle est fausse.

- 1/ La composée de deux symétries centrales  $s_A \circ s_B$  est la translation de vecteurs  $2\vec{AB}$
- 2/ La composée de deux translations  $t_{\vec{u}}$  et  $t_{\vec{v}}$  est la translation  $t_{\vec{u}+\vec{v}}$
- 3/ Toute transformation du plan admet un unique point invariant.
- 4/ La composée de deux symétries orthogonales d'axes perpendiculaires est une homothétie.

EXERCICE 3 (5 points)

1/ Calcule les limites suivantes

a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^3-1}{x^2+2x-3} \right)$  ; b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (9 - 7x^2 + 4x^3)$  ; c)  $\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{x^2-x}{2-x^2} \right)$  ; d)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x^2-2}{x-1} \right)$

2/ Soit  $f$  la fonction de  $\mathbb{R}$  vers  $\mathbb{R}$  définie par  $f(x) = \frac{9-(x-1)^2}{(x-1)^2-1}$  et (Cf) sa courbe représentative dans le plans muni d'un repère orthonormé  $(O, I, J)$ .

a/ Détermine l'ensemble de définition de Df de  $f$ .

b/ Calcule les limites suivantes :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ;  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  ;  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  ;  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

c/ Interprète graphiquement si possible les résultats ci-dessus.

#### EXERCICE 4 (7points)

1/ Soit ABCD un carré de centre O tel que  $\text{mes}(\widehat{AB, AD}) = \frac{\pi}{2}$  et la composée  $f = S_{(AD)} \circ S_{(AC)}$

a/ Fait une figure et construit l'image B' de B par f.

b/ Justifie que f est une rotation et en déduit ces éléments caractéristiques.

2/ Soit r est la rotation de centre C et d'angle  $\frac{\pi}{2}$

a/ Construit l'image O' de O par r o f.

b/ Détermine la nature de r o f et les éléments caractéristiques.

3/ Dans le plan muni d'un repère (O, I, J) on donne le vecteur  $\vec{u}$  de coordonnées (-3 ; 2) et la droite (D) d'équation :  $x - 3y + 2 = 0$

a/ Définit analytiquement la translation t de vecteur  $\vec{u}$

b/ Détermine une équation de la droite (D') image de (D) par  $t_{\vec{u}}$

4/ Soit g l'application du plan dans lui-même définie par :  $\begin{cases} x' = -2x + 5 \\ y' = -2y - 3 \end{cases}$

a/ Détermine le point invariant par g

b/ Montre que g est une homothétie dont on déterminera le centre et le rapport.

#### EXERCICE 5 (4 points)

Une Lors d'une sortie scolaire pour le cours de géographie, les élèves d'une classe de première scientifique d'un lycée de Cocody découvrent un village de cote d'ivoire crée en 1960. La population de ce village évolue selon la formule suivante :  $P(x) = \frac{60x + 40}{x + 10}$  où x est le nombre d'années écoulées depuis la fin de l'année 1960 et est exprimée en dizaines de milliers d'habitants. Un élève de la classe affirme que la population de ce village ne pourra pas dépasser 500000 habitants mais certains élèves de la classe pensent le contraire. Ils te sollicitent afin de les départager, a l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances en mathématiques départage les.

مسألة C

## DEVOIR DE MATHS SUITES NUMERIQUES

### Exercice N°1

1) Soit la suite  $(V_n)$  définie par :

$$\begin{cases} V_0 = 1 \\ V_1 = 2 \\ V_{n+2} = 2V_{n+1} - V_n \end{cases}$$

Calcule :

$$V_n \text{ Pour } n \in \{3; 4; 5; 6\}$$

2) Soit la suite  $(V_n)$  définie par :  $V_0 = 3$

$$V_1 = 5$$

$$V_{n+2} = \frac{V_{n+1} + V_n}{2}$$

Calcule  $V_n$  pour  $n \in \{3; 4; 5; 6\}$

### Exercice N°2

On considère la suite numérique  $((U_n))$  définie par

$$U_1 = -2 \text{ et } U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n + 2$$

- 1) Représente graphiquement dans le plan muni d'un repère orthonormé  $(O, I, J)$  les quatre premiers termes de la suite
- 2) On pose  $V_n = U_n - 3$ 
  - a) Démontre la suite  $(V_n)$  est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme
  - b) Exprime  $V_n$  puis  $U_n$  en fonction de  $n$ .
- 3) On pose  $S_n = U_1 + U_2 + \dots + U_n$  et  $T_n = V_1 + V_2 + \dots + V_n$ 
  - a) Calcule  $T_1$ ;  $T_2$  puis  $T_n$
  - b) Déduis-en une expression de  $S_n$



### EXERCICE 1

Soit  $(v_n)$  la suite définie par : 
$$\begin{cases} v_0 = 5 \\ v_{n+1} = -0,1v_n^2 + v_n \end{cases}$$

On donne la courbe de la fonction  $f$  définie par  $f(x) = -0,1x^2 + x$  associée à la suite  $(v_n)$ .  
 Représente sur l'axe des abscisses les 5 premiers termes de la suite (voir figure en annexe à rendre avec la copie)

### EXERCICE 2

Soit  $v$  la suite définie par 
$$\begin{cases} v_1 = 1 \\ v_{n+1} = \frac{v_n}{v_n + 1} \end{cases}$$

- 1) a) Calcule  $v_2$  et  $v_3$   
 b) Conjecture l'expression  $v_n$  en fonction de  $n$ .
- 2) On pose  $u_n = \frac{1}{v_n}$ 
  - a) Montre que la suite  $u$  est arithmétique de raison 1 et calcule  $u_1$
  - b) Exprime  $u_n$  en fonction de  $n$ .
  - c) En déduis l'expression de  $v_n$  en fonction de  $n$ .
  - d) Calcule  $S = u_1 + u_2 + \dots + u_n$

### EXERCICE 3

Le 1<sup>er</sup> janvier 2012, on a placé 5000 euros à intérêts composés au taux annuel de 4%.

Chaque 1<sup>er</sup> janvier, on place 200 euros supplémentaires sur ce compte.

On pose  $c_0 = 5000$  le capital disponible au premier janvier de l'année 2012 et  $c_n$  le capital disponible au 1<sup>er</sup> janvier de l'année 2012 +  $n$ .

1. Calcule les valeurs exactes de  $c_1$  et  $c_2$ .
2. Justifie que pour tout entier naturel  $n$ ,  $c_{n+1} = 1,04c_n + 200$
3. Justifie que la suite  $(c_n)$  n'est ni arithmétique, ni géométrique.
4. Pour tout entier naturel  $n$ , on pose  $v_n = c_n + 5000$ .
  - a) Montre que  $(v_n)$  est une suite géométrique de raison 1,04 et calcule  $v_0$ .
  - b) En déduis l'expression de  $v_n$  en fonction de  $n$ .
5. a) Déduis de ce qui précède l'expression de  $c_n$  en fonction de  $n$ .  
 b) Donne le capital disponible sur ce compte à la fin de l'année 2020.
6. a) Calcule la somme  $S = v_2 + v_3 + \dots + v_n$  en fonction de  $n$   
 b) Calcule la somme  $T = c_2 + c_3 + \dots + c_n$  en fonction de  $n$

### EXERCICE 4

Une entreprise fabriquant des tables en bois souhaite se développer rapidement et veut planifier l'augmentation de sa production.

En 2011, 250 tables par mois ont été fabriquées.

Deux options sont possibles pour augmenter la production :

Plan 1 : On augmente la production annuelle de 180 tables chaque année.

Plan 2 : On augmente de 5% par an.

En utilisant tes connaissances en mathématiques aide l'entreprise à déterminer quel est le plan qui lui permettra de produire le plus grand nombre de tables de 2011 à l'année 2023.