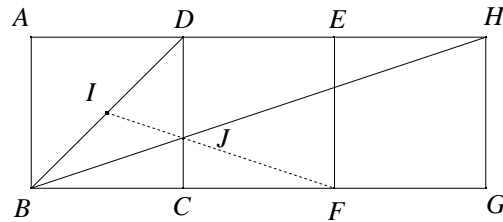


Correction 3 carrés



1. Facile !
2. Idem !!
3. Les droites  $(CG)$  et  $(JH)$  sont sécantes en  $B$  et les droites  $(CJ)$  et  $(GH)$  sont parallèles (puisque  $CDEF$  et  $EFGH$  sont des carrés) donc d'après le Théorème de Thalès, on a :  $\frac{CJ}{GH} = \frac{BC}{BG} \left( = \frac{BJ}{BH} \right)$  dont on déduit que :

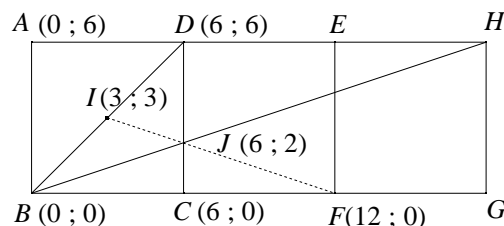
$$\frac{CJ}{GH} = \frac{BC}{3BC} = \frac{1}{3}.$$

Donc  $CJ = \frac{1}{3} GH$ . Comme  $ABCD$ ,  $CDEF$  et  $EFGH$  sont des carrés alors  $GH = CD$  d'où, finalement,  $CJ = \frac{1}{3} CD$ .

4. Le repère qui semble le "plus judicieux" est le repère  $\left( B; \frac{1}{6}\overline{BC}, \frac{1}{6}\overline{BA} \right)$  qui donne des coordonnées entières pour tous les points :  $A(0; 6)$ ,  $B(0; 0)$ ,  $C(6; 0)$ ,  $D(6; 6)$ ,  $E(12; 6)$ ,  $F(12; 0)$ ,  $G(18; 0)$ ,  $H(18; 6)$ .

Comme  $I$  est le milieu du segment  $[BD]$ ,  $x_I = \frac{x_B + x_D}{2} = \frac{0+6}{2} = 3$  et  $y_I = \frac{y_B + y_D}{2} = \frac{0+6}{2} = 3$  d'où  $I(3; 3)$ .

Comme  $J$  est sur le segment  $[CD]$  et que  $CJ = \frac{1}{3} CD$  on obtient  $J(6; 2)$ .



5. Les vecteurs  $\overline{IJ}$  et  $\overline{IF}$  ont les coordonnées suivantes :  $\overline{IJ}(3; -1)$  et  $\overline{IF}(9; -3)$ .

On calcule :  $\det(\overline{IJ}; \overline{IF}) = \begin{vmatrix} 3 & 9 \\ -1 & -3 \end{vmatrix} = -9 - (-9) = 0$ . Donc les vecteurs  $\overline{IJ}$  et  $\overline{IF}$  sont colinéaires.

Par conséquent, les points  $I$ ,  $J$  et  $F$  sont alignés.

6. Dans le triangle  $BDF$ , les droites  $(DC)$  et  $(IF)$  sont des médianes (droites joignant un sommet et le milieu du côté opposé) et elles sont sécantes en  $J$ .

Or les trois médianes d'un triangle sont concourantes en un point appelé centre de gravité du triangle. Donc  $J$  est le centre de gravité du triangle  $BDF$  et la droite  $(BJ)$  est une médiane. Elle coupe donc le côté opposé en son milieu.

Bilan des courses, la droite  $(BH)$  coupe le segment  $[DF]$  en son milieu.