

BACCALAURÉAT
SESSION 2022Durée : 3H
Coefficient : 3

MATHÉMATIQUES

SÉRIE A1

Cette épreuve comporte 3 pages numérotées 1 sur 3, 2 sur 3 et 3 sur 3.

Chaque candidat recevra une (1) feuille de papier millimétré.

Seules les calculatrices scientifiques non graphiques sont autorisées.

EXERCICE 1 (2 points)

Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, les informations des colonnes A, B et C permettent d'obtenir trois affirmations dont une seule est vraie.

Écris, sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la colonne qui donne l'affirmation vraie.

Par exemple, pour l'énoncé 1, la bonne réponse est dans la colonne B. Tu écriras 1-B.

N°	Énoncés	A	B	C
1.	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x}$ est égale à ...	$+\infty$.	0.	$-\infty$.
2.	Pour tout nombre réel x , le nombre e^x est ...	nul.	strictement négatif.	strictement positif.
3.	Si E et F sont deux événements incompatibles d'un univers Ω , alors $P(E \cup F)$ est égale à ...	$P(E) - P(F)$.	$P(E) + P(F)$.	$P(E) \times P(F)$.
4.	La dérivée de la fonction $x \mapsto ax^n$, où $a \neq 0$ et $n \in \mathbb{N}^*$ est la fonction ...	$x \mapsto ax^{n-1}$.	$x \mapsto nax$.	$x \mapsto nax^{n-1}$.
5.	La somme $v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$ des n premiers termes d'une suite arithmétique de raison r ($r \neq 0$) est égale à ...	$\frac{n(v_0 + v_n)}{2}$	$\frac{n(v_0 + v_{n-1})}{2}$	$\frac{r(v_0 + v_{n-1})}{2}$

EXERCICE 2 (2 points)

Écris, sur ta feuille de copie, le numéro de chaque proposition suivi de **Vrai** si la proposition est vraie ou de **Faux** si la proposition est fausse.

N°	Propositions
1.	L'équation (E) : $x \in \mathbb{R}$, $2e^{2x} - 3e^x + 1 = 0$ admet pour ensemble de solutions $\{1; 3\}$.
2.	La dérivée de la fonction $x \mapsto 2x - 1 - \ln x$ sur $]0; +\infty[$ est la fonction $x \mapsto 2 + \frac{1}{x}$.
3.	La droite d'ajustement d'un nuage de points passe par le point moyen.
4.	Le système d'équations $(x, y) \in \mathbb{R}_+^* \times \mathbb{R}_+^*$, $\begin{cases} \ln(x) + 3 \ln(y) = 9 \\ 2 \ln(x) - \ln(y) = 4 \end{cases}$ admet pour ensemble de solutions $\{(e^3; e^2)\}$.

EXERCICE 3 (5 points)

Un sac contient dix (10) petites boîtes cubiques indiscernables au toucher dont six (06) rouges, trois (03) vertes et une (01) jaune.

On tire simultanément trois (03) boîtes du sac.

On admet que la probabilité de tirer une boîte est indépendante de sa couleur.

1. Justifie qu'il y a 120 tirages possibles.
2. Détermine la probabilité de l'évènement A « tirer exactement deux boîtes vertes ».
3. Justifie que la probabilité de l'évènement B « ne tirer aucune boîte verte » est égale à $\frac{7}{24}$.
4. On associe à ce tirage simultané le jeu suivant :

Le joueur mise la somme de 200 F avant le tirage.

Après le tirage :

- s'il y a exactement une boîte verte, il gagne 100 F.
- s'il y a exactement deux boîtes vertes, il gagne 200 F.
- s'il y a exactement trois boîtes vertes, il gagne 500 F.
- s'il n'y a aucune boîte verte, il ne gagne rien.

Soit X la variable aléatoire qui associe à chaque tirage, le gain algébrique issu du tirage.

(Gain algébrique = gain - mise).

- a) Justifie que les valeurs prises par X sont : -200 ; -100 ; 0 et 300.
- b) Détermine la loi de probabilité de X.
- c) Justifie que l'espérance mathématique de X est égale à $-\frac{325}{3}$.

EXERCICE 4 (6 points)

On considère la fonction numérique f définie sur $] -\infty ; 3[$ par : $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 9}{x - 3}$.

On désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

L'unité graphique est le centimètre.

- 1.a) Justifie que : $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = -\infty$.
- b) Donne une interprétation graphique du résultat précédent.
2. Justifie que : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$.
3. On admet que f est dérivable sur $] -\infty ; 3[$ et on note f' sa fonction dérivée.
 - a) Justifie que pour tout x élément de $] -\infty ; 3[$, $f'(x) = \frac{x(x-6)}{(x-3)^2}$.
 - b) Étudie le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x .
 - c) Dresse le tableau de variations de f .
4. Démontre que la droite (D) d'équation $y = x$ est une asymptote oblique à (C) en $-\infty$.
5. On donne le tableau de valeurs ci-dessous.

x	-5	-4	-3	-2	0	1	2	3
$f(x)$	-6,1	-5,3	-4,5	-3,8	-3	-3,5	-7	

Représente (C) et ses asymptotes sur l'intervalle $[-5 ; 3[$.

6. a) Justifie qu'une primitive de la fonction $x \mapsto \frac{-9}{x-3}$ sur $] -\infty ; 3[$ est la fonction G définie par :

$$G(x) = -9\ln(3 - x).$$

b) Sachant que la courbe (C) est en dessous de la droite (D), calcule l'aire A en cm^2 de la partie du plan limitée par (C), (D) et les droites d'équations : $x = -2$ et $x = 0$.

EXERCICE 5 (5 points)

Un élève, en classe de 3^{ème}, est déclaré vainqueur à un concours de mathématiques.

Pour le récompenser, le sponsor du concours lui verse, pendant douze mois, une somme d'argent dont le montant initial est de 25 000 F et cela à partir du 03 janvier 2022 (premier mois).

Le versement augmente de 6% du précédent versement à partir du deuxième mois jusqu'au douzième mois. Il souhaite, à la fin du douzième mois, utiliser la somme totale reçue pour s'acheter un ordinateur d'un coût de 500 000 F. Son père promet de donner la différence lui permettant d'acheter l'ordinateur, si la somme versée atteint au moins 400 000 F. L'élève se demande s'il pourra acheter l'ordinateur.

A l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques, dis si l'élève pourra bénéficier de l'aide de son père pour acheter l'ordinateur ou non.