

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Durée : 2 h
Coeff : 2
Série : A2

Ce sujet comporte trois (03) pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3. Toute calculatrice scientifique est acceptée sauf les calculettes programmables. Aucun document ou support n'est autorisé. Le candidat recevra une d

EXERCICE 1 : 2 points

Pour chacune des affirmations suivantes, écris le numéro de la ligne puis vrai (V) si l'affirmation est vraie ou faux (F) si l'affirmation est fausse.

- 1- Un phénomène dont on ne peut pas prévoir de façon certaine le résultat ou l'issue est appelé une expérience aléatoire ou épreuve.
- 2- La fonction \ln est strictement décroissante sur l'intervalle $]1; +\infty[$.
- 3- La fonction : $x \mapsto -2x^2 + x + 1$ a pour dérivée la fonction : $x \mapsto -4x + x$.
- 4- Pour tout x appartenant à \mathbb{R} , $\ln(e^x) = x$.

EXERCICE 2 : 2 points

Pour chaque ligne du tableau ci-dessous quatre réponses A, B, C et D sont proposées. Ecris le numéro de la ligne suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

N°	Enoncés	Réponses	
1	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-1}{x-1} = \dots$	A	$-\infty$
		B	$+\infty$
		C	0
		D	1
2	Pour tout $a > 0$ et pour tout $r \in \mathbb{Q}$ on a : $\ln(a^r)$ est égal à	A	$r \ln a$
		B	$\ln(r \times a)$
		C	$\ln\left(\frac{r}{a}\right)$
		D	$-r \ln a$
3	Pour tout événement A d'une expérience aléatoire de probabilité notée $P(A)$ on a :	A	$1 < P(A)$
		B	$P(A) < 0$
		C	$2 \leq P(A) \leq 3$
		D	$0 \leq P(A) \leq 1$
4	$\ln(e)$ est égal à	A	-1
		B	0
		C	1
		D	n'existe pas

EXERCICE 3: 5 points

La commission de discipline du Collège MONAJOCE a convoqué 14 élèves témoins de perturbation de cours dans l'établissement. La commission a été renseignée sur le fait que 5 de ces témoins ont été complices des faits mais elle ignore leurs identités.

Dans le but d'identifier les complices, la commission a auditionné un groupe de 3 élèves parmi les 14.

Les probabilités seront données sous la forme de fractions ayant 182 au dénominateur.

1- Justifie qu'il y a 364 façons de composer ce groupe de 3 élèves.

2- On note A l'événement : « Aucun élève du groupe choisi n'est complice ».

Justifie que la probabilité de A notée $P(A)$ est égale à $\frac{42}{182}$.

3- On note B l'événement : « parmi les élèves du groupe choisi figure exactement 2 complices ».

Calcule la probabilité de B notée $P(B)$.

4- On note C l'événement : « Au moins 1 élève du groupe choisi est complice ».

Calcule la probabilité de C notée $P(C)$.

EXERCICE 4: 6 points

On donne le polynôme P défini sur \mathbb{R} par $P(x) = 2x^2 - 4x + 5$.

PARTIE A :

1- Résous dans \mathbb{R} l'équation $2x^2 - 4x + 5 = 0$.

2- Justifie que pour tout nombre x élément de \mathbb{R} , $P(x) > 0$.

PARTIE B :

On donne la fonction rationnelle f définie de \mathbb{R} vers \mathbb{R} par $f(x) = \frac{2x^2 - 3x - 2}{x - 1}$

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J) d'unité graphique 1 cm.

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni du repère (O, I, J) .

1- Détermine l'ensemble de définition de la fonction f noté D_f .

2- a) Calcule $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$. Interprète graphiquement les résultats obtenus.

b) Calcule $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ puis $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

3- a) Justifie que : $\forall x \in]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$, $f(x) = 2x - 1 + \frac{-3}{x-1}$.

b) Démontre que la droite (D) d'équation $y = 2x - 1$ est une asymptote oblique à (C) en $-\infty$ et en $+\infty$.

c) Etudie la position relative de (C) par rapport à (D).

4- a) Démontre que pour tout x élément de $]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$, $f'(x) = \frac{P(x)}{(x-1)^2}$

b) Déduis de la partie A le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x .

5- Dresse le tableau de variation de f sur $]-\infty; 1[$ et sur $]1; +\infty[$.

6-a) Reproduis puis complète le tableau de valeurs : (on arrondira au dixième près)

x	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	1	1,5	2	2,5	3
$f(x)$										

6-b) Construis (D) et (C).

EXERCICE 5: 5 points

Madame Irié, une commerçante fabrique et vend des perles en plus de ses services de livraison. Sa capacité journalière de production est comprise entre 0 et 250 perles. On suppose que toute la production est vendue. Le bénéfice exprimé en milliers de francs de x perles fabriquées et vendues est donné par la fonction telle que : $B(x) = -x^2 + 200x + 450$.

Pour une gestion transparente, la Directrice veut connaître le nombre de perles à produire et vendre pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximal.

En tant que stagiaire dans cette entreprise la directrice te demande de déterminer le nombre de perles à produire et vendre par jour pour que le bénéfice soit maximal ainsi que la valeur de ce bénéfice maximal.

A l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques, propose une solution à la directrice.