PREPA BAC

MATHÉMATIQUES

FICHE N°12

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/3 et 2/3 et 3/3.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

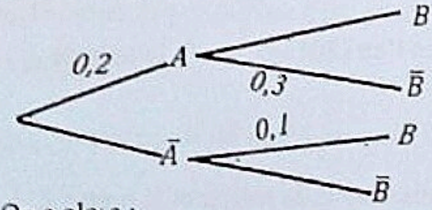
EXERCICE 1 *(2 points)*

Pour chaque énoncé, écris vrai si l'énoncé est vrai ou Faux si l'énoncé est faux.
Aucune justification n'est demandée.

N°	Énoncé
1	Les racines carrées du nombres complexe $-3+4i$ sont $1-2i$ et $-1+2i$
2	Soit g la fonction définie sur R par : $g(x)=\frac{1-x}{e^{2x}}$. On a : $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=0$
3	L'image de l'intervalle [-2 ; 3] par la fonction carré est l'intervalle [4 ; 9].
4	Pour tous réels a et b et toute fonction continue f sur ℝ : $\int_a^b 1+2f(t)dt = b-a+2\int_b^a f(t)dt$

EXERCICE 2 *(2 points)*

Pour chacun des énoncés incomplets du tableau ci-dessous, quatre réponses A, B, C et D Sont proposées dont une seule permet d'avoir l'énoncé juste. Écris, sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé incomplet suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

N°	Énoncés	Réponses	
1	$\lim\limits_{x\to+\infty} \ln(\sqrt{x^2+x+1}-x)$ est égale à :	A	0
		B	$\frac{1}{2}$
		C	$-\ln 2$
		D	$+\infty$
2	Une corrélation parfaite entre deux caractères d'une série statistique double se traduit par un coefficient de corrélation r tel que :	A	$r>0$
		B	$r<0{,}87$
		C	$0{,}87<r<1$
		D	$\lvert r\rvert=1$
3	Une expérience aléatoire est représentée par l'arbre des probabilités ci-dessous.  On a alors :	A	$P(B)=0{,}22$
		B	$P(\bar{A}\cap B)=0{,}8$
		C	$P_B(A)=0{,}7$
		D	$P(B)=0{,}23$
4	On considère la suite numérique (u_n) définie pour $n>0$ par : $u_{n+1}=u_n-3n-1$. La suite (u_n) est :	A	géométrique
		B	arithmétique
		C	croissante
		D	décroissante

EXERCICE 3 (3 points)

Dans tout cet exercice on donnera la valeur exacte de chaque résultat.
Grace à un système de détecteur, une borne de péage automatique peut délivrer des tickets à deux hauteurs différentes selon le véhicule détecté afin que le conducteur ne soit pas obligé de sortir pour le saisir :

- S'il s'agit d'une voiture, d'une moto ou d'une camionnette, le ticket sort en bas ;
- S'il s'agit d'un camion, le ticket sort en haut.

La société d'autoroute a modélisé le fonctionnement défectueux de l'une de ces bornes :

- Lorsqu'un camion passe, il n'est correctement détecté que deux fois sur trois ;
- Lorsqu'un autre type de véhicule passe, son conducteur est contraint d'en sortir pour saisir son ticket une fois sur quatre.

On estime qu'à cette borne de péage 60% des véhicules sont des camions. On considère les évènements suivants :

- C: « Le véhicule qui se présente est un camion »
- H: « Le ticket sort en haut »
- B: « Le ticket sort en bas ».

1- a) Donne les probabilités : P(C); $P_C(H)$ et $P_{\bar{C}}(H)$
   b) Construis un arbre probabiliste présentant la situation
   c) Calcule la probabilité que le ticket sort en haut.
2- Démontre que la probabilité qu'un conducteur ne soit pas obligé de sortir de son véhicule pour saisir le ticket vaut 0,7.
3- Trois véhicules se présentent l'un après l'autre à cette borne de péage défectueuse. On modélise cette situation comme un tirage avec remise. Calcule la probabilité qu'au moins l'un des conducteurs soit contraint de descendre de son véhicule pour saisir son ticket.

EXERCICE 4 (4 points)

Le premier janvier 2013, Noura a fait un dépôt de trois millions de francs CFA dans une banque au taux annuel de 8%. Elle souhaite acheter une maison qui coûte cinq millions de Francs CFA, avec le capital qu'elle détient à la banque. Le prix de cette maison augmente de 3% chaque année.

On désigne par C_n le capital dont dispose Noura à la banque en l'an (2013+n) et P_n le prix de la maison en l'an (2013+n).

1/ Calculer C_1 ,C_2 ,P_1 , P_2.

2/ a. Justifier que (C_n) et (P_n) sont des suites géométriques, puis donner la raison et le premier terme de chacune d'elles.

b. En déduire le sens de variation de la suite (C_n).

3/ Donner la formule explicite de la suite (C_n) et celle de la suite (P_n).

4/ A partir de quelle année Noura pourra-t-elle acheter sa maison.

EXERCICE 5 (5 points)

Soit f la fonction dérivable sur ℝ et définie par $f(x) = (x - \frac{1}{2})e^x + \frac{1}{2}$. On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).Unité graphique : 2cm

1. Démontrer que la droite (D) d'équation $y = \frac{1}{2}$ est asymptote à (C) en $-\infty$.

2. Calculer les limites de $f(x)$ *et de* $\frac{f(x)}{x}$ lorsque x *tend vers* $+\infty$.

Interpréter graphiquement les résultats.

3. Pour tout nombre réel x, calculer $f'(x)$.

4. Étudier les variations de f, puis dresser son tableau de variation.

5. Étudier la position de (C) par rapport à (D).

6. Construire (C) et (D)

7. Soit un nombre réel t tel que $t < 0$.

On désigne par $A(t)$ l'aire en cm² de la partie du plan limitée par (C), la droite d'équation $y = \frac{1}{2}$ et les droites d'équations respectives $x = t$ *et* $x = 0$.

a) Calculer $A(t)$ à l'aide d'une intégration par parties.

b) Calculer $\lim\limits_{t \to -\infty} A(t)$.

EXERCICE 6 (4 points)

Au début de la croissance de certaines espèces végétales (telles que le coton, le maïs), on estime que le poids de la plante varie proportionnellement à lui-même. Pour une espèce donnée de coton, le coton, le poids P(en g par jour) varie en fonction du temps t (en jours) selon l'équation $P'(t) = 0{,}18P(t)$.

Sachant que le poids de la plante après un jour est de 2g, quel est son poids après 30 jours.

PREPA BAC

MATHÉMATIQUES

FICHE N°13

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/3 et 2/3 et 3/3.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 *(2 points)*

Pour chacune des propositions suivantes, dis si elle est vraie (V) ou Fausse (F). Exemple: 5-V

N°	Propositions
1	La fonction $x \rightarrow \lvert x \rvert$ est dérivable en 0.
2	a et b sont deux nombres réels positifs, $e^{\ln a} \times e^{\ln b} = a + b$
3	f et g sont deux fonctions telles que : $\forall x \in]0\,;\,+\infty[, f(x) \geq g(x)$. Si $\lim\limits_{x \to 2} g(x) = -\infty$ alors $\lim\limits_{x \to 2} f(x) = -\infty$
4	Si A et B sont deux évènements indépendants tels que $P(A) = 0{,}5$ et $P(B) = 0{,}2$ alors $P(A \cup B) = 0{,}6$.

EXERCICE 2 *(2 points)*

Pour chacune des propositions suivantes, indique le numéro suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse. **Exemple : 5-c.**

<table>
<tr><th>N°</th><th>Propositions</th><th colspan="2">Réponses</th></tr>
<tr><td rowspan="3">1</td><td rowspan="3">Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé, on donne $A(1 + i)$et $B(-2i)$. L'ensemble des points $M(z)$ tels que :
$|z - 1 - i| = |z + 2i|$ est</td><td>A</td><td>Le cercle de diamètre [AB]</td></tr>
<tr><td>B</td><td>Le cercle de diamètre AB</td></tr>
<tr><td>C</td><td>La médiatrice du segment [AB]</td></tr>
<tr><td rowspan="3">2</td><td rowspan="3">On donne la série statistique suivante, y étant un chiffre d'affaire e millions d'euro :
<table>
<tr><td>Année</td><td>1980</td><td>1985</td><td>1990</td><td>1995</td><td>2000</td></tr>
<tr><td>Rang (x_i)</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><td>y_i</td><td>5,9</td><td>7,9</td><td>10,6</td><td>13,9</td><td>17,9</td></tr>
</table>
Une équation de la droite d'ajustement de y en x par la méthode des moindres carrés est :</td><td>A</td><td>$y = 5{,}24x + 2{,}94$</td></tr>
<tr><td>B</td><td>$y = 3x + 5{,}24$</td></tr>
<tr><td>C</td><td>$y = 0{,}588x - 1159$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">3</td><td rowspan="3">Une primitive de la fonction $x \rightarrow \ln x$ sur $]0;\,+\infty[$ est la fonction :</td><td>A</td><td>$x \rightarrow \frac{1}{x}$</td></tr>
<tr><td>B</td><td>$x \rightarrow e^x$</td></tr>
<tr><td>C</td><td>$x \rightarrow -x + x\ln x$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">4</td><td rowspan="3">Soit loa fonction h définie par $h(x) = 3x - 1$ et h^{-1}
La bijection réciproque de h on a :</td><td>A</td><td>$(h^{-1})'(1) = -3$</td></tr>
<tr><td>B</td><td>$(h^{-1})'(1) = \frac{1}{3}$</td></tr>
<tr><td>C</td><td>$(h^{-1})'(1) = 3$</td></tr>
</table>

EXERCICE 3 (4 points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct (O, I, J). L'unité graphique 2cm.
On considère les points A, B et C d'affixes respectives $4i$; 2 et $1 + i\sqrt{3}$.

1. a) Écris le nombre complexe $1 + i\sqrt{3}$ sous forme trigonométrique.

b) Place les points A, B et C dans le plan muni du repère (O, I, J).

2. Soit φ la similitude directe de centre O qui transforme en C.

a) Justifie que l'expression complexe de φ est :$z' = \frac{1}{2}(1 + i\sqrt{3})z$.

b) Justifie que φ est une rotation dont on précisera une mesure de l'angle.

3. Soit (E) l'ensemble des points M du plan d'affixe z telle que : $|z - 4i| = 2$.

a) Détermine et construis (E).

b) Détermine la nature et les éléments caractéristiques de (E') l'image de (E) par φ.

4. Soit (F) l'ensemble des points M du plan d'affixe z telle que : $|z - 2| = |z - 1 - i\sqrt{3}|$.

a) Détermine et construis (F).

b) Justifie que le point O et K milieu du segment [BC] appartiennent à (F).

c) Justifie que l'image de (F) par φ est la droite (OJ).

EXERCICE 4 (3 points)

Soit u la suite définie par :$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2-u_n} \end{cases}$ pour tout entier naturel n.

1. a) Calculer u_1, u_2 et u_3. On exprimera chacun de ces termes sous forme d'une fraction irrectutible.

b) Comparer les quatre premiers termes de la suite u aux premiers termes de la suite w définie sur $\mathbb{N}$ par $w_n = \frac{n}{n+1}$.

c) A l'aide d'un raisonnement par récurrence, démontrer que, pour tout entier naturel n, $u_n = w_n$.

2. Soit v la suite de terme général v_n définie par $v_n = ln\left(\frac{n}{n+1}\right)$ où ln désigne la fonction logarithme népérien.

a) Montrer que $v_1 + v_2 + v_3 = -ln4$.

b) Soit S_n la somme définie pour tout entier naturel non nul $n, S_n = v_1 + v_2 + \cdots + v_n$.
Exprimer S_n en fonction de n, puis déterminer la limite de S_n lorsque n tend vers $+\infty$.

EXERCICE 5 (5 points)

Partie A

Soit l'équation différentielle $(E') = f' + f = \left(\frac{e-1}{2}\right)x^2 + (e-2)x - 1$

1. Résoudre sur R l'équation différentielle (E): $f' + f = 0$.
2. Déterminer un polynôme p du second degré solution de l'équation différentielle (E').
3. Montrer qu'une fonction numérique est une solution de l'équation différentielle (E') si et seulement si la fonction numérique $f - P$ est solution de l'équation différentielle (E).
4. Démontrer que les solutions de l'équation différentielle (E') sont les fonctions f_k définies sur R par : $f_k(x) = ke^{-x} + \left(\frac{e-1}{2}\right)x^2 - x; k \in \mathbb{R}$.

5. Trouver la solution f de l'équation différentielle (E') telle que $f(0) = 1$.

Partie B

Soit la fonction f définie sur R par : $f(x) = -e^{-x} + \left(\frac{e-1}{2}\right)x^2 - x$.

On note ((C_f) sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère orthogonal (O, I, J) où OI = 2 cm et OJ = 4 cm.

Soit la fonction g définie sur R par : $g(x) = -e^{-x} + (e-1)x - 1$.

1. Calculer les limites de $g\ e - \infty\ et\ en + \infty$.

2.a) Étudier le sens de variation de g.

b) Dresser son tableau de variation

3. a) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha \in \mathbb{R}$.

b) Vérifier que $0{,}8 < \alpha < 0{,}9$ puis déduire la valeur approchée de α à 10^{-1} près.

4. Montrer que $\forall x \in]-\infty\ ;\ \alpha[\, , g(x) < 0 et\ \forall x \in]\alpha\ ;\ +\infty[\, , g(x) > 0$.

5. a) Calculer les limites de $f\ en - \infty\ et\ en + \infty$.

b) Interpréter graphiquement les résultats obtenus.

6. a) Calculer la limite de $\frac{f(x)}{x}$ en $-\infty\ et\ en + \infty$.

b) Interpréter graphiquement les résultats obtenus.

7. a) Démontrer que : $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = g(x)$.

b) En déduire le sens de variation de f.

c)Dresser le tableau de variation de f.

8. a) Déterminer les coordonnées du point B d'intersection de la courbe (C_f) avec l'axe (OJ) puis donner une équation de la tangente (T) à la courbe (C_f) au point d'ordonnée 1.

b) Tracer la courbe (C_f) ainsi que la tangente (T).

c) Calculer à 10^{-2} près l'aire A de la partie du plan délimitée par la courbe (C_f) des abscisses (OI) et des droites d'équations $x = 0\ et\ x = 1$.

EXERCICE 6 *(4 points)*

Lors d'une période de sécheresse, un agriculteur relève la quantité totale d'eau (en m^3) utilisée par son exploitation depuis le premier jour et donne le résultat suivant :

Nombre de jours écoulés (x_i)	1	3	5	8	10
Volume utilisé en (m^3) y_i	2,25	4,3	8	17,5	27

L'agriculteur vient te voir et te demande à combien peut-il estimer le volume d'eau utilisé le 20ème jour si la tendance s'est maintenant par la suite.

Utilise tes connaissances de terminale D sur les statistiques pour répondre à la préoccupation de l'agriculteur.

PREPA BAC

MATHÉMATIQUES

FICHE N°14

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/3 et 2/3 et 3/3.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 *(2 points)*

Pour chacune des propositions suivantes, dis si elle est vraie (V) ou Fausse (F). Exemple: 5-V

N°	Propositions
1	Une suite convergente est une suite qui admet une limite finie.
2	A, B et C sont alignés si et seulement si $\frac{z_C - z_B}{z_C - z_A} \in \mathbb{R}^*$
3	si $\lim\limits_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = 0$ alors (C_f) admet une tangente horizontale au point d'abscisse x_0
4	$\int_{-2}^{e} \frac{1}{t+3} dt = \ln(e) + 3$

EXERCICE 2 *(2 points)*

Pour chacune des propositions suivantes, indique le numéro suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse. **Exemple : 5-c.**

<table>
<tr><th>N°</th><th>Propositions</th><th colspan="2">Réponses</th></tr>
<tr><td rowspan="3">1</td><td rowspan="3">L'écriture complexe $z' = -2iz + 1 - i$ est celle :</td><td>A</td><td>D' une rotation</td></tr>
<tr><td>B</td><td>D'une homothétie</td></tr>
<tr><td>C</td><td>ni rotation, ni homothétie.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">2</td><td rowspan="3">Soit X est une variable aléatoire dont la loi de probabilité est représentée dans le tableau ci-dessous.
<table><tr><td>x_i</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr><tr><td>$P(X = x_i)$</td><td>0,3</td><td>0,2</td><td>0,1</td><td>0,4</td></tr></table>
La variance de X est égale à :</td><td>A</td><td>$V(X) = 1,64$</td></tr>
<tr><td>B</td><td>$V(X) = 1,8$</td></tr>
<tr><td>C</td><td>$V(X) = 11,36$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">3</td><td rowspan="3">Une primitive de H de la fonction h définie par $h(x) = 6\sin(3x + 2)$ sur $]0 ; +\infty[$ est :</td><td>A</td><td>$H(x) = 2\cos(3x + 2)$</td></tr>
<tr><td>B</td><td>$H(x) = -2\cos(3x + 2)$</td></tr>
<tr><td>C</td><td>$H(x) = -6\cos(3x + 2)$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">4</td><td rowspan="3">Pour tout $x \in]1; +\infty[$ la dérivée de la fonction $f(x) = \log(x - 1)$ est</td><td>A</td><td>$f'(x) = \frac{1}{x-1}$</td></tr>
<tr><td>B</td><td>$f'(x) = \frac{x-1}{\ln 10}$</td></tr>
<tr><td>C</td><td>$f'(x) = \frac{1}{(x-1)\ln 10}$</td></tr>
</table>

EXERCICE 3 (4 points)

Le tableau suivant indique pour chaque année, le nombre de milliers de mariages contractés dans les mairies de Côte d'Ivoire, x_i désigne le rang de l'année tandis que y_i désigne le nombre (en milliers) de mariages.

Années	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
x_i	0	1	2	3	4	5	6
y_i	395	374	p	334	312	q	266

Le nombre de milliers de mariages contractés en 2005 et en 2008 dans les archives de la direction générale des statistiques ont été égarées. Cependant, ces valeurs avaient permis par la méthode des moindres carrées d'obtenir la droite de régression de y en x dont l'équation réduite est la suivante : $(D): y = -22x + 397$.

1. On suppose que la relation entre x et y traduire par la droite (D) reste encore valable pour les années à venir :

a) A combien peut-on estimer le nombre de mariage en côte d'Ivoire au cours de l'année 2020 ?

b) A partir de quelle année l'on assistera à deux fois moins de mariages qu'en 2009 ?

2. a) Calculer la moyenne $\bar{x}$ et la variance V(X) de x.

b) Vérifier que $\bar{y} = \frac{1681+p+q}{7}$

c) Démontrer : $Cov(x, y) = \frac{2q-p-823}{7}$

3. Déterminer les valeurs de p et de q.

EXERCICE 4 (3 points)

I- 1. a) Démontrer la forme algébrique du nombre complexe: $(3 + 7i)^2$.

b) En déduire les racines carrées du nombre complexe : $U = -40 + 42i$.

c) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation: $(E): z^2 + (3 - 7i)z - 21i = 0$.

2. On pose $P(z) = z^3 + (1 - 9i)z^2 - (20 + 13i)z + (-42 + 42i)$.

a) Déterminer les nombres complexes a, b, et c tels que: $P(z) = (z - 2 - 2i)(az^2+bz+c)$.

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E'): P(z) = 0$.

II- Le plan est muni du repère orthonormé direct (O, I, J). Unité: 1cm

Les points A, B, C et D ont pour affixes respectives: $z_A = -3$; $z_B = 2 + 2i$; $z_C = 7i$; $z_D = -5 + 5i$

1. Placer les points A, B, C et D.

2. a) Écrire sous forme algébrique le nombre complexe : $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$.

b) En déduire la nature du triangle ABC.

3. Démontrer que les points A, B, C et D appartiennent à un même cercle (C) dont on précisera l'affixe du centre.

EXERCICE 5 (5 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique 2 cm.

Partie A

Soit la fonction définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ $par\ g(x) = x^2 - 1 + lnx.$

1. a) Calculer $g'(x)$ pour tout réel x appartenant à l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$.

b) en déduire le sens de variation de la fonction g.

2. calculer g(1) et en déduire l'étude du signe de g(x).

Partie B

On admet qu'il existe deux constantes réelles a et b telles que, $\forall x \in]0\ ;\ +\infty[$,

$f(x) = ax + b - \frac{lnx}{x}$.

1. on désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f. Calculer $f'(x)$

2. Sachant que la courbe (C) passe par le point de coordonnées (1 ; 0) et qu'elle admet en ce point une tangente horizontale, déterminer les nombres a et b.

Partie C

On admet désormais que, pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$,

$f(x) = x - 1 - \frac{lnx}{x}$.

1. a) Déterminer la limite de la fonction f en 0 et donner une interprétation graphique de cette limite.

b) Déterminer la limite de la fonction $f\ en + \infty$.

2. a) Vérifier que, $\forall x \in]0\ ;\ +\infty[, f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.

b) Établir le tableau de variation de la fonction $f\ sur\ ]0\ ;\ +\infty\ [$.

c) En déduire le singe de f(x) pour x appartenant à l'intervalle $]0\ ;\ +\infty\ [$.

3. On considère la droite (D) d'équation $y = x - 1$.

a) Justifier que la droite (D) est asymptote à la courbe (C).

b) Étudier les positions relatives de la courbe (C) et de la droite (D).

c) Tracer la droite (D) et la courbe (C).

Partie D

On note A la mesure, exprimée en cm², de l'aire de la partie du plan P comprise entre la courbe(C), l'axe des abscisses, et les droites d'équations $x = 1\ et\ x = e$.

1. On considère la fonction H définie sur $]0\ ;\ +\infty\ [$ par $H(x) = (lnx)^2$

a) Calculer $H'(x)$

b) En déduire une primitive de la fonction f sur $]0\ ;\ +\infty\ [$.

2. Calculer A et donner sa valeur arrondie an mm² près.

EXERCICE 6 (4 points)

Au cours de la campagne café-cacao, une coopérative d'Abengourou décide de louer un magasin de stockage.

Le loyer annuel initial du magasin est de 600 000 f CFA. La coopérative s'engage à le louer pendant 5 années successives.

Le propriétaire du magasin lui fait alors deux contrats au choix.

Contrat 1: Il y aura une augmentation forfaitaire de 2000 f CFA du magasin l'année suivante.

Contrat 2: Il y aura une augmentation 2% de loyer l'année suivante.

En vue de permettre à la coopérative de s'engager il est question de trouver le contrat le plus avantageux

PREPA BAC **FICHE N°15**

MATHÉMATIQUES

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/3 et 2/3 et 3/3.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 *(2 points)*

Écris le numéro de chaque affirmation suivie de VRAI si l'affirmation est vraie ou de FAUX si l'affirmation est fausse. **Exemple: 5 - VRAI**

N°	Affirmations
1	Si $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ alors la courbe (C_f) admet une branche parabolique de direction celle de la droite (OJ) en $+\infty$.
2	Les racines carrées du nombre du nombre complexe $a + ib$ sont les solutions du système $\begin{cases} x^2 + y^2 = \lvert a + ib\rvert \\ x^2 - y^2 = a \\ 2xy = b \end{cases}$
3	Si $\lim\limits_{x\to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = 0$ alors (C_f) admet une tangente horizontale au point d'abscisse x_0.
4	Soit (X; Y), une série statistique double pouvant réaliser un ajustement linéaire. Une équation de la droite de regression (D) de y en x par la méthode des moindres carrées est définie par la relation $y = ax + b$ avec $\begin{cases} a = \frac{cov(X;Y)}{V(Y)} \\ b = \bar{y} - a\bar{X} \end{cases}$

EXERCICE 2 *(2 points)*

Pour chacune des affirmations ci-dessous, trois réponses sont données dont une seule est juste. Écris sur ta feuille de copie le numéro de l'affirmation suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse. **Exemple : 5 - B**

<table>
<tr><th>N°</th><th>affirmations</th><th>Réponse A</th><th>Réponse B</th><th>Réponse C</th></tr>
<tr><td>1</td><td>Une enquête dans une classe a donné les résultats résumés dans le tableau ci-dessous.
<table>
<tr><th></th><th>Internes</th><th>Externes</th></tr>
<tr><td>Filles</td><td>12</td><td>25</td></tr>
<tr><td>Garçons</td><td>8</td><td>15</td></tr>
</table>
On interroge un élève au hasard. La probabilité que ce soit un garçon sachant qu'il est interne est :</td><td>$\frac{2}{15}$</td><td>$\frac{2}{5}$</td><td>$\frac{8}{23}$</td></tr>
<tr><td>2</td><td>Une primitive de H de la fonction h définie par $h(x) = \ln x$ sur $]0; +\infty[$ est</td><td>$H(x) = \frac{1}{\ln x}$</td><td>$H(x) = x\ln x - x + e$</td><td>$H(x) = \ln\left(\frac{1}{x}\right) + 1$</td></tr>
<tr><td>3</td><td>$\int_a^b f(x)dx + \int_c^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx$</td><td>Linéarité</td><td>Inégalité</td><td>Relation de Chasles</td></tr>
<tr><td>4</td><td>On donne les nombres complexes suivants : $A = 2 + i$ et $B = 4 - 3i$
La forme algébrique du quotient $\frac{A}{B}$ est</td><td>$\frac{11}{25} + \frac{13}{25}i$</td><td>$\frac{11}{7} + \frac{13}{7}i$</td><td>$\frac{15}{-7} + \frac{13}{-7}i$</td></tr>
</table>

EXERCICE 3 (4 points)

Les deux parties A et B de cet exercice sont indépendantes.

Partie A

En vue de sélectionner des joueurs pour un tournoi international de football, une fédération nationale met à la disposition de l'entraîneur un certain nombre de joueurs évoluant au pays et hors du pays. Parmi eus, il y a des joueurs professionnels et des joueurs non professionnels. Ces joueurs se répartissent comme suit :

- 75% des joueurs évoluent au pays.
- 60% des joueurs évoluant au pays sont professionnel.
- 80% des joueurs évoluant hors du pays sont professionnels.

On choisit au hasard un joueur pour subir un test antidopage.
On désigne par A l'événement « le joueur choisi évolue au pays ».
On désigne par B l'événement « le joueur choisi est professionnel ».
On désigne par C l'événement « le joueur choisi évolue au pays et est professionnel ».

1. a) Traduis l'énoncé par un arbre de probabilité.
   b) Donne $P_A(B)$, la probabilité de B sachant A.
   c) Démontre que la probabilité de l'événement C est égale à 0,45.
2. Calcule la probabilité de B.

Partie B

Un entraineur doit sélectionner des joueurs parmi ceux mis à sa disposition. Pour ce faire, il soumet d'abord chaque joueur à un test qui consiste à faire trois tirs au but successifs à partir à du point de penalty. Est retenu à l'issue de ce premier test, tout joueur qui réussit au moins deux de ses trois tirs. On suppose que les sont indépendants les uns des autres et que la probabilité qu'un joueur donné réussisse un tir est égale à $\frac{3}{4}$.

1. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de tirs réussis par un joueur donné à l'issue de l'épreuve de trois tirs au but successifs.
   a) Détermine les valeurs prises par X.
   b) Determiner la loi de probabilité de X.
2. Calcule l'espérance mathématique de X.
3. Démontre que la probabilité qu'un joueur donné soit retenu est égale à $\frac{27}{32}$.

EXERCICE 4 (4points)

Soit u la suite numérique définie sur N par: $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n - 1}{u_n + 3} \end{cases}$

1. a) Calculer u_1 et u_2.

b) Démontrer par réccurence que pour tout entire naturel n, $u_n > \mathbf{-1}$.

c) Déterminer que la suite (u_n) est décroissante.

d) Justifier que la suite (u_n) est convergente.

2. Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel n par: $v_n = \frac{1}{u_n + 1}$.

a) Démontrer que (v_n) est une suite arithmétique.

b) Exprimer $v_n, puis\ u_n$ en function de n.

c) En déduire la limite de la suite (v_n), puis de la suite (u_n).

3. Calculer la somme $S = v_3 + v_4 + \cdots + v_{19}$

EXERCICE 5 (4 points)

On se propose d'étudier la fonction f définie sur $]0\,;\,+\infty[\;par\;f(x)=\frac{lnx}{x}+\frac{x}{2}-\frac{1}{2x}$.
Le plan P est rapporté à un repère orthogonal (O, I, J). (Unité graphique : 2 cm). On note (C) la courbe représentative de f dans P.

1. Étude d'une fonction auxiliaire.

On introduit la fonction g définie sur $]0\,;\,+\infty[\;par\;g(x)=x^2-3-2lnx$.

a) Étudier le sens de variation de $g(x)$. (Limite aux bornes de D_g ; dérivée, sens de variation)

b) Dresse le tableau de variation de g.

c) Montrer que $g(x)>0, \forall x\in\,]0\,;\,+\infty[$.

2. Étude de la fonction f

a) Montrer que $\forall x\in\,]0\,;\,+\infty[, f'(x)=\frac{g(x)}{2x^2}$, puis en déduire le sens de variation de f.

b) Calculer la limite de f en 0 et en +∞. (On rappelle que $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{lnx}{x}=0$). Quelle est la conséquence graphique ?

c) Montrer que la droite (D) d'équation $y=\frac{x}{2}$ est une asymptote oblique à la courbe (C) en +∞.

d) Montrer que (C) et (D) se coupent au point d'abscisse $\sqrt{e}$.
Étudier la position relative de (C) et (D).

3. Courbe représentative de f.

a) Dresser le tableau de variation de f.

b) Après avoir recopié, complète le tableau suivant. (On donnera les valeurs de f(x) sous forme décimale approchée à 0, 01 près).

x	0,5	1	$\sqrt{e}$	e	5
f(x)					

c) Tracer (C) et (D).

4. Soit K la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[\;par\;K(x)=(lnx)^2$
Calculer $K'(x)$.

EXERCICE 6 (4 points)

Un pâtissier commercialise des glaces d'un même type très prisées par les consommateurs. Il peut en produire entre 0 et 300 par jour dans sa petite entreprise familiale. Cette production est vendue dans sa totalité. Lorsque x représente le nombre de centaines de glaces produites, on note $B(x)$, le benefice realize par le pâtissier pour la vente des x centaines de glaces.
D'après les données précédents, l'artisan sait que:

- Pour tout x de l'intervalle [1 ; 3], on a: $B'(x)=-20x+30$, où $B(x)$ est exprimé en milliers de francs et B' la function dérivée de B.
- Pour une centaine de glaces vendue, son benefice est 20 mille fracs.

Il te sollicite pour l'aider à determiner le nombre de glaces qu'il devra fabriquer par jour pour que son benefice soit maximal et de determiner la valeur de ce benefice.

PREPA BAC

MATHÉMATIQUES

FICHE N°16

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/3 et 2/3 et 3/3.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 *(2 points)*

Réponds par **vrai** ou par **faux** à chacune des affirmations suivantes : **Exemple : 5-faux**

1- L'ensemble des solutions de l'inéquation : $0{,}2\ln x - 1 \leq 0$ est l'intervalle [1 ; 3].

2- La valeur moyenne de la fonction f définie sur [1 ; e] par : $f(x) = \frac{1}{x}$ est le nombre réel $\frac{1}{1-e}$

3- La transformation T d'écriture complexe $z' = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}\right)z + 3i$ est une rotation.

4- La fonction g définie sur ℝ par : $g(x) = \begin{cases} 3 + x, \ si\ x \leq -1 \\ x^2 + x, si\ x > -1 \end{cases}$ est continue en -1.

5- Les symétries orthogonales sont des similitudes directes.

EXERCICE 2 *(2 points)*

Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, 3 réponses sont proposées et une seule est juste.
Complète chaque affirmation par la lettre de la réponse juste : **Exemple : 1-A**

N°	Propositions	Réponses	
1	(Un) est une suite arithmétique de raison -5, alors $\forall n \in \mathbb{N}$,	A	$u_{n+1} - u_n = -5$
		B	$\frac{u_{n+1}}{u_n} = -5$
		C	$u_n - u_{n+1} = -5$
2	Soit la série statistique à deux variables (x; y). les valeurs de x est 1,2,5,7,11,13 et une équation de la droite de régression de y en x est : $y = 1{,}35x + 22{,}8$ Les coordonnées du point moyen sont :	A	(6,5;30,575)
		B	(32,575; 6,5)
		C	(6,5;31,575)
3	On pose : $I = \int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{1}{e^x - 1}dx$ et $J = \int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{e^x}{e^x - 1}dx$. Le nombre réel $I - J$ est egal à :	A	$\ln\frac{2}{3}$
		B	$\ln\frac{3}{2}$
		C	$\frac{3}{2}$
4	Pour tout nombre réel x, le nombre $\frac{e^x - 1}{e^x + 2}$ est égal à :	A	$-\frac{1}{2}$
		B	$\frac{1-e^x}{1+2e^x}$
		C	$\frac{1-e^{-x}}{1+2e^{-x}}$
5	L'ensemble des points M d'affine Z tels que : $\forall z \in \mathbb{C}, \lvert z - i \rvert = 3$ est:	A	La médiatrice du segment de longueur 3
		B	Le cercle de centre d'affixe i et de rayon 3
		C	Une demi-droite d'origine le point d'affixe i.

EXERCICE 3 (4 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct (O ; I ; J), unité 2 cm.

On considère dans ℂ, le polynôme :

$P(z) = z^3 - 2iz^2 + (4+4i)z + 16 + 16i$.

1. Résous dans ℂ, l'équation (E) : $z^2 + (-2-2i)z + 8 + 8i = 0$.
2. a) Vérifie que : $P(z) = (z+2)[z^2 + (-2-2i)z + 8 + 8i]$.
   b) Déduis-en les solutions de l'équation $P(z) = 0$.
3. On considère les points $A(-2), B(4i)$ et $C(2-2i)$.
   a) Place A, B, et C dans le plan complexe.
   b)Justifie que $MES\left(\widehat{\overrightarrow{AB}\,;\,\overrightarrow{AC}}\right) = -\frac{\pi}{2}$
   c) Détermine la nature du triangle ABC.
4. Soit le point D (4+2i) tel que ABCD soit un carré et S la similitude directe de centre A qui transforme B en D.

a) Détermine les éléments caractéristiques de S.
b) Détermine les affixes des points C' et D', images respectives de C et D par S.
c) Construis le point E image par S du point K, milieu du segment [AD].

EXERCICE 4 (4points)

La promotion Terminale d'un lycée comprenant 5 classes. Pour l'organisation de sa fête de fin d'année. Le budget est estimé à 1 160 000 Francs. Elle décide, en début d'année, que chacune des 5 classes participent à une cotisation, levée de la façon suivante :

- La première semaine, chacune des 5 classes cotise 500 Francs.
- Les semaines suivantes, chacune des 5 classes cotise 100 de plus de la semaine précédente.

1. Calcule la somme cotisée par la promotion Terminale la première semaine.
2. Justifie que la somme cotisée par la promotion Terminale la deuxième semaine est égale à 3 000 Francs.
3. On désigne par u_n où $n \in \mathbb{N}^*$, la somme cotisée par la promotion Terminale la $n^{ième}$ semaine.
   a) Justifie que : $u_{n+1} = u_n + 500$.
   b) Déduis-en la nature de la suite $(u_n)_{n\geq 1}$.
   c) Justifie que : $u_n = 2\,000 + 500\,n$.
4. Justifie que la somme cotisée par la promotion la $30^{ième}$semaine est égale à 17 000 Francs.
5. Le parrain s'engage à accorder une aide financière à la promotion à condition que la somme totale cotisée au but de 30 semaines atteigne au moins les 25% du budget.
   La promotion peut-elle satisfaire a condition posée par le parrain?

EXERCICE 5 (4 points)

Partie A

Soit g la fonction définie sur R par : $g(x) = 4x - (1+x)e^x$.

1. Calculer les limites de g $en - \infty$ et $en + \infty$.
2. Étudier les variations de g et dresser son tableau de variation.
3. a) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α telle que $0{,}79 < \alpha < 0{,}80$.

b) On déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 4x + 1 - xe^x$. (On note (C) sa représentation graphique dans un repère orthonormé (O, I, J). Unité graphique 4 cm).

1. Calculer les limites de f $en -\infty$ et $en +\infty$.

2. a) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$.

b) Donner une interprétation graphique du résultat.

3. a) Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = g(x)$

b) En déduire les variations de f et dresser son tableau de variation.

4. Montrer que $f(\alpha) = e^\alpha + 4\alpha - 3$.

5. a) Montrer que la droite (Δ) d'équation $y = 4x + 1$ est asymptote oblique à (C) en $-\infty$.

b) Étudier la position relative de (C) par rapport (Δ).

6. a) Montrer que la droite $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions λ et β telles que $-1 < \lambda < 0$ et $1 < \beta < 2$.

b) Tracer (C) et (Δ).

Partie C

t est un nombre réel tel que $(t \leq 0)$. On désigne par A(t) l'aire de la partie du plan délimitée par (C), (Δ) et les droites d'équations $x = t$ et $x = 0$.

1. À l'aide d'une intégration par parties, calculer A(t).

2. a) Déterminer la limite de A(t) lorsque t tend vers $-\infty$.

b) Interpréter le résultat obtenu.

EXERCICE 6 *(4 points)*

Dans le cadre des recherches pour un exposé sur le climat, des élèves d'une classe de terminale de ton lycée ont visité la station météorologique de votre région. Un agent du service informatique leur donne les informations suivantes :

- la prévision météorologique est une science en pleine évolution. Elle a pour objectif de prédire un ensemble de paramètres comme la pluviométrie, la pression, la température, etc.
- le tableau suivant donne les pluviométrie et températures moyennes de septembre 2018 à août 2019.

	Sept. 18	Oct. 18	Nov. 18	Déc. 18	Jan. 19	Fév. 19	Mars 19	Avr. 19	Mai 19	Juin 19	Juil. 19	Août 19
Pluvio-métrie (en mm)	13	23	49	49	50	64	79	48	40	10	5	6
Tempé-rature (en °C)	23	17	14	10	10	11	13	15	17	23	27	28

- la température moyenne d'octobre 2019 était de 32°C.

Pour vérifier ces informations, les élèves décident alors de chercher à savoir si la pluviométrie est liée à la température et dans ce cas, prévoir la pluviométrie d'octobre 2019.

A l'aide des outils mathématiques au programme, aide ces élèves à trouver une réponse à leur préoccupation.

b) On déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 4x + 1 - xe^{x}$. (On note (C) sa représentation graphique dans un repère orthonormé (O, I, J). Unité graphique 4 cm).

1. Calculer les limites de $f\ en - \infty\ et\ en + \infty$.

2. a) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$.

b) Donner une interprétation graphique du résultat.

3. a) Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = g(x)$

b) En déduire les variations de f et dresser son tableau de variation.

4. Montrer que $f(\alpha) = e^{\alpha} + 4\alpha - 3$.

5. a) Montrer que la droite (Δ) d'équation $y = 4x + 1$ est asymptote oblique à (C) en $-\infty$.

b) Étudier la position relative de (C) par rapport (Δ).

6. a) Montrer que la droite $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions $\lambda\ \ et\ \beta$ telles que $-1 < \lambda < 0\ \ \ et\ \ 1 < \beta < 2$.

b) Tracer (C) et (Δ).

Partie C

t est un nombre réel tel que ($t \leq 0$). On désigne par A(t) l'aire de la partie du plan délimitée par (C), (Δ) et les droites d'équations $x = t\ et\ x = 0$.

1. À l'aide d'une intégration par parties, calculer A(t).

2. a) Déterminer la limite de A(t) lorsque t tend vers $-\infty$.

b) Interpréter le résultat obtenu.

EXERCICE 6 *(4 points)*

Dans le cadre des recherches pour un exposé sur le climat, des élèves d'une classe de terminale de ton lycée ont visité la station météorologique de votre région. Un agent du service informatique leur donne les informations suivantes :

- la prévision météorologique est une science en pleine évolution. Elle a pour objectif de prédire un ensemble de paramètres comme la pluviométrie, la pression, la température, etc.
- le tableau suivant donne les pluviométrie et températures moyennes de septembre 2018 à août 2019.

	Sept. 18	Oct. 18	Nov. 18	Déc. 18	Jan. 19	Fév. 19	Mars 19	Avr. 19	Mai 19	Juin 19	Juil. 19	Août 19
Pluvio-métrie (en mm)	13	23	49	49	50	64	79	48	40	10	5	6
Tempé-rature (en °C)	23	17	14	10	10	11	13	15	17	23	27	28

- la température moyenne d'octobre 2019 était de 32°C.

Pour vérifier ces informations, les élèves décident alors de chercher à savoir si la pluviométrie est liée à la température et dans ce cas, prévoir la pluviométrie d'octobre 2019.

A l'aide des outils mathématiques au programme, aide ces élèves à trouver une réponse à leur préoccupation.

PREPA BAC

MATHÉMATIQUES

FICHE N°17

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/3 et 2/3 et 3/3.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1

(2 points)

Pour chacune des propositions suivantes, dis si elle est vraie (V) ou Fausse (F). Exemple: 5-V

N°	Propositions
1	Soit f continue sur K, a, b $\in$ K avec $(a \leq b)$. Si m et M sont deux nombres réels tels que : $\forall x \in [a\,;b], m \leq f(x) \leq M$ alors $m(b-a) \leq \int_a^b f(x)dx \leq M(b-a)$.
2	La suite (v_n) définie par : $v_n = 5 \times \left(\frac{2}{3}\right)^n$ est une suite géométrique de raison $\frac{2}{3}$.
3	(3; 2; 0) est une solution du système suivant : $\begin{cases} 3x + 2y - z = 12 \\ -3y + 2z = -4 \\ -7z = -7 \end{cases}$
4	La dérivée d'une fonction polynôme de degré n est une fonction polynôme de degré $n-1$

EXERCICE 2

(2 points)

Pour chacune des propositions suivantes, indique le numéro suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse. **Exemple : 5-c.**

<table>
<tr><th>N°</th><th>Propositions</th><th colspan="2">Réponses</th></tr>
<tr><td rowspan="3">1</td><td rowspan="3">La probabilité de gagner lors d'une partie d'un jeu est de $\frac{1}{3}$. on fait 3 parties successives et indépendantes de ce jeu.
La probabilité de gagner exactement deux fois est :</td><td>A</td><td>$\frac{2}{3}$</td></tr>
<tr><td>B</td><td>$\frac{2}{27}$</td></tr>
<tr><td>C</td><td>$\frac{2}{9}$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">2</td><td rowspan="3">On donne la série statistique suivante, y étant un chiffre d'affaire e millions d'euro :
<table>
<tr><td>Année</td><td>1980</td><td>1985</td><td>1990</td><td>1995</td><td>2000</td></tr>
<tr><td>Rang (x_i)</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><td>y_i</td><td>5,9</td><td>7,9</td><td>10,6</td><td>13,9</td><td>17,9</td></tr>
</table>
Le point moyen du nuage représentant la série $(x_i; y_i)$</td><td>A</td><td>G(1990 ; 11,12)</td></tr>
<tr><td>B</td><td>G(2 ; 14,24)</td></tr>
<tr><td>C</td><td>G(2 ; 11,24)</td></tr>
<tr><td rowspan="3">3</td><td rowspan="3">(u_n) est une suite telle que : $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = \sqrt{3}u_n$.
L'expression de u_n en fonction de n est :</td><td>A</td><td>$2(\sqrt{3})^{n+1}$</td></tr>
<tr><td>B</td><td>$2(\sqrt{3})^{n}$</td></tr>
<tr><td>C</td><td>$\sqrt{3}(2)^{n}$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">4</td><td rowspan="3">Le plan est muni d'un repère (O, I, J). La droite (D) d'équation : $y = ax + b, a \neq 0$, est une asymptote oblique en $-\infty$ à la courbe représentative d'une fonction f signifie que</td><td>A</td><td>$\lim_{x \to -\infty} [f(x) + (ax + b)] = 0$</td></tr>
<tr><td>B</td><td>$\lim_{x \to -\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$</td></tr>
<tr><td>C</td><td>$\lim_{x \to -\infty} [f(x) - ax + b)] = -\infty$</td></tr>
</table>

b) On déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 4x + 1 - xe^{x}$. (On note (C) sa représentation graphique dans un repère orthonormé (O, I, J). Unité graphique 4 cm).

1. Calculer les limites de f $en -\infty$ et $en +\infty$.

2. a) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$.

b) Donner une interprétation graphique du résultat.

3. a) Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = g(x)$

b) En déduire les variations de f et dresser son tableau de variation.

4. Montrer que $f(\alpha) = e^{\alpha} + 4\alpha - 3$.

5. a) Montrer que la droite (Δ) d'équation $y = 4x + 1$ est asymptote oblique à (C) en $-\infty$.

b) Étudier la position relative de (C) par rapport (Δ).

6. a) Montrer que la droite $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions λ et β telles que $-1 < \lambda < 0$ et $1 < \beta < 2$.

b) Tracer (C) et (Δ).

Partie C

t est un nombre réel tel que ($t \leq 0$). On désigne par A(t) l'aire de la partie du plan délimitée par (C), (Δ) et les droites d'équations $x = t$ et $x = 0$.

1. À l'aide d'une intégration par parties, calculer A(t).

2. a) Déterminer la limite de A(t) lorsque t tend vers $-\infty$.

b) Interpréter le résultat obtenu.

EXERCICE 6 *(4 points)*

Dans le cadre des recherches pour un exposé sur le climat, des élèves d'une classe de terminale de ton lycée ont visité la station météorologique de votre région. Un agent du service informatique leur donne les informations suivantes :

- la prévision météorologique est une science en pleine évolution. Elle a pour objectif de prédire un ensemble de paramètres comme la pluviométrie, la pression, la température, etc.
- le tableau suivant donne les pluviométrie et températures moyennes de septembre 2018 à août 2019.

	Sept. 18	Oct. 18	Nov. 18	Déc. 18	Jan. 19	Fév. 19	Mars 19	Avr. 19	Mai 19	Juin 19	Juil. 19	Août 19
Pluviométrie (en mm)	13	23	49	49	50	64	79	48	40	10	5	6
Température (en °C)	23	17	14	10	10	11	13	15	17	23	27	28

- la température moyenne d'octobre 2019 était de 32°C.

Pour vérifier ces informations, les élèves décident alors de chercher à savoir si la pluviométrie est liée à la température et dans ce cas, prévoir la pluviométrie d'octobre 2019.
A l'aide des outils mathématiques au programme, aide ces élèves à trouver une réponse à leur préoccupation.

EXERCICE 3 (4 points)

Le plan est rapporté à un repère orthogonal direct $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$. On considère la courbe paramétrée (Γ) définie par : $\begin{cases} x(t) = t + ln(1-t) \\ y(t) = te^t \end{cases}$ $, t \in]-\infty ; 0]$

1. a) Étudier le sens de variation des fonctions coordonnées x et y sur l'intervalle $]-\infty ; 0]$.

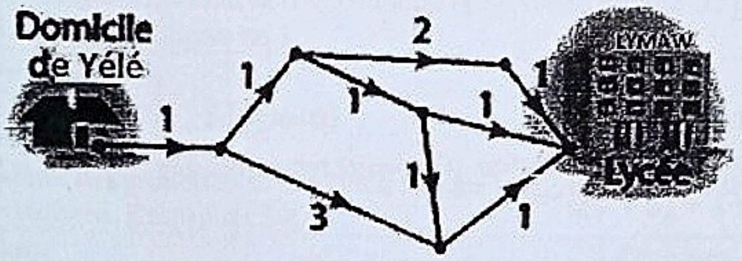
b) Dresser un tableau de variation conjoint de x et y.

2. a) Déterminer les équations des tangentes à (Γ) aux points M(0) et M(-1) ; M(t) étant le point de coordonnée $(x(t) ; y)$

b) l'unité étant 2 cm, tracer les tangentes précédentes et la courbe (Γ) dans le repère.

EXERCICE 4 (4 points)

Pour se rendre au lycée de Williamsville, Yélé une élève de la terminale D2, peut emprunter l'un des chemins schématisé ci – dessous. Les distances indiquées sur les segments de chemin sont exprimées en centaines de mètres.



Chaque matin, Yélé tire au hasard le chemin qu'elle empruntera. X est la variable aléatoire qui donne la longueur du chemin emprunté.

Partie 1

1. Détermine les valeurs de X à partir des 4 chemins qu'elle peut emprunter
2. Détermine la loi de probabilité de X
3. Calcule son espérance mathématiques $E(X)$ et son écart-type $\sigma(X)$
4. Yélé se déplace à vélo à une vitesse v = 1,425 km. h $^{-1}$. A quel instant au plus tard doit – elle quitter son domicile pour s'assurer d'être à l'heure au cours de 7 h 30 mn?

Partie 2

Dans la semaine, Yélé a cours lundi, mardi, jeudi et vendredi.

1. Calcule la probabilité quelle parcours 1.7 km durant 3 jours
2. Y est la variable aléatoire égale au nombre de fois qu'elle emprunte le chemin le plus court.

a. Donne la loi de probabilité de Y

b. Combien de fois en moyenne emprunte – t – elle un plus court chemin?

c. Déduis-en la longueur moyenne parcourue par semaine pour se rendre au lycée.

EXERCICE 5 (5 points)

Partie A

Soit g la fonction définie sur $]-1;\ +\infty[$ $par: g(x) = e^x - x - 1$.

1. Étudier les variations de g.
2. Déterminer le signe de g.

Partie B

f est la fonction définie sur $]-1;\ +\infty[$ $par\ f(x) = e^{-x} + ln(x+1)$.
On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
Unité graphique : 4 cm.

1. Calculer les limites de $f\ en -1\ et + \infty$.
2. a) Démontre que $f'(x)$ a le même signe que $g(x)$ pour tout $x\ de\ ]-1\ :\ +\infty[$.
b) Étudier les variations de f et dresser son tableau de variation.
3. a) Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha\ et\ que -1 < \alpha < 0$.
b) Donner une valeur approchée de α à 10^{-1} près.
4. Tracer (C)

Partie C

Soit $I = \int_{\alpha}^{0} f(x)dx$.

1. Interpréter graphiquement I.
2. Calculer I à l'aide d'une intégration par parties. (On pourra remarquer que : $\frac{x}{x+1} = 1 - \frac{1}{x+1}$)
3. Démontrer que : $I = \alpha - 1 + (\alpha + 2)e^{-\alpha}$

EXERCICE 6 (4 points)

Lors d'une expérience pendant le cours de chimie dans une classe de TD d'un lycée, un gaz se répand accidentellement dans le laboratoire. L'évolution du taux de gaz dans l'air peut se modéliser par la fonction f définie sur$[0\,;5]$ par $f(x) = (x-2)e^x$ où x est le nombre minutes écoulées depuis le début de l'incident et $f(x)$ est le taux du gaz dans l'air exprimé en ppm (parties pour millions). Le gaz a un effet irritant pour la gorge 3 minutes après que son taux ait atteint sa valeur maximale dans le laboratoire.

Les élèves n'ont pu évacuer le laboratoire avant les 5 minutes qui suivent le début de l'incident.
Inquiet, le chef de l'établissement veut urgemment savoir si les élèves ont été affectés par le gaz et sollicite le meilleur élève de ta classe que tu es, pour obtenir une réponse.
À l'aide de tes connaissances mathématiques, réponds à la préoccupation du chef de l'établissement.

PREPA BAC

MATHÉMATIQUES

FICHE N°18

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/3 et 2/3 et 3/3.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 *(2 points)*

Pour chacune des énoncés suivantes, dis si elle est vraie (V) ou Fausse (F). Exemple: 5-V

N°	Énoncés
1	Soit *h* une fonction définie sur l'intervalle]−1 ; 2[. *h* est dérivable en 0 si et seulement si *h* est dérivable à gauche en 0 et à droite en 0.
2	Si $r^2 = 1$ (c'est-à-dire $r = 1$ ou $r = -1$) alors les points du nuage sont alignés.
3	a, b et c étant les affixe respectives des points A, B et C, l'affixe du barycentre G des points pondérés (A, α); (B, β)et (C, γ)est: $\frac{a\alpha+\beta b+\gamma c}{a+b+c}$
4	Soit *g* une fonction deux fois dérivable sur l'intervalle]−2 ; 2[, (C_g) sa representation graphique dans le plan muni d'un repère. Le point A(1 ; *g(1)*) est un point d'inflexion de (C_g) lorsque la dérivée seconde de *g* s'annule en changeant de signe en 1.

EXERCICE 2 *(2 points)*

Pour chacune des propositions suivantes, indique le numéro suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse. **Exemple : 5-c.**

<table>
<tr><th>N°</th><th>Propositions</th><th colspan="2">Réponses</th></tr>
<tr><td rowspan="3">1</td><td rowspan="3">Yao a installé un système de sécurité qui comporte deux alarmes indépendantes ayant respectivement des probabilités de déclanchement en cas d'incident égales à 0,9 et 0,85. Lors d'un incident la probabilité qu'une alarme au moins se déclenche est :</td><td>A</td><td>0,915</td></tr>
<tr><td>B</td><td>0,85</td></tr>
<tr><td>C</td><td>0,985</td></tr>
<tr><td rowspan="3">2</td><td rowspan="3">On donne la série statistique suivante, y étant un chiffre d'affaire e millions d'euro :
<table>
<tr><td>Année</td><td>1980</td><td>1985</td><td>1990</td><td>1995</td><td>2000</td></tr>
<tr><td>Rang (x_i)</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><td>y_i</td><td>5,9</td><td>7,9</td><td>10,6</td><td>13,9</td><td>17,9</td></tr>
</table>
Une prévision du chiffre d'affaires pour 2010 en milliers d'euro à l'aide de cet ajustement est :</td><td>A</td><td>23,2</td></tr>
<tr><td>B</td><td>26,8</td></tr>
<tr><td>C</td><td>34,6</td></tr>
<tr><td rowspan="3">3</td><td rowspan="3">Soit h la fonction définie et dérivable sur R par $h(x) = \ln(x^2 + 4)$, pour tout $x \in \mathbb{R}$,</td><td>A</td><td>$h'(x) = \frac{2}{x^2+4}$</td></tr>
<tr><td>B</td><td>$h'(x) = \frac{2}{x^2+4}$</td></tr>
<tr><td>C</td><td>$h'(x) = \frac{x}{\frac{x^2}{2}+2}$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">4</td><td rowspan="3">Log(10) est égale</td><td>A</td><td>1</td></tr>
<tr><td>B</td><td>e</td></tr>
<tr><td>C</td><td>10</td></tr>
</table>

EXERCICE 3 (4 points)

On considère la suite (I_n) définie par : $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{1+x}\,dx, (n \in \mathbb{N})$.

1) Calculer I_0 , $I_0 + I_1$ et en déduire I_1

2) Calculer $I_n + I_{n+1}$ en fonction de n.

3) Montrer que la suite (I_n) est décroissante et positive.

4) Montrer que $I_n \leq \frac{1}{n+1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

5) En déduire que la suite (I_n) est convergente et déterminer sa limite.

EXERCICE 4 (4 points)

On considère le polynôme P défini sur $\mathbb{C}$ par:
$P(z) = z^4 - 4(1+i)z^3 + 12iz^2 + 8(1-i)z - 20$

1. a) Ecrire sous forme algébrique $(1-i)^2$ puis en déduire les solutions dans C de l'équation $z^2 = -2i$.

b) Déterminer les nombres b et c pour que, pour tout $z \in \mathbb{C}$ on ait
$P(z) = (z^2 + 2i)(z^2 + bz + c)$

2) Résoudre dans $\mathbb{C}$ $l'équation\ (E): P(z) = 0$.

3) Le plan complexe est rapport à un repère orthonormé $(O; \vec{u}\ ; \vec{v})$, on considère les points A, B, C et D d'affixes respectives: $z_A = 1 - i, z_B = -1 + i, z_C = 1 + 3i, z_D = 3 + i$.

a) Faire une figure

b) On pose $Z = \frac{z_{\overrightarrow{BA}}}{z_{\overrightarrow{BC}}}$. Ecrire Z sous forme algébrique.

c) Interpréter géométriquemment le moduleet un argument de Z.

d) Quelle est la nature exacte du triangle ABC puis du quadrilatère ABCD?

EXERCICE 5 (5 points)

L'objet de ce problème est l'étude de la fonction f dérivable sur $]0;\ +\infty[$ et définie par $f(x) = 2x - 3 + \frac{lnx}{x}$. On note (C) la courbe représentative de f dans le plan muni du repère orthonormé (O, I, J). Unité graphique est 2 cm.

Partie A

Soit g la fonction dérivable sur $]0;\ +\infty[\ par: g(x) = 2x^2 + 1 - lnx$.

1. Étudier les variations de g puis dresser son tableau de variation. (On ne demandera pas de calculer les limites).

2. Justifier que : $\forall x \in]0;\ +\infty[, g(x) > 0$.

Partie B

1. a) Calculer la limite de $f\ en + \infty$.

b) Déterminer la limite à droite en 0 de f puis interpréter graphiquement le résultat.

2. a) Démontrer que la droite (D) d'équation $y = 2x - 3$ est une asymptote (C) en $+\infty$.

b) Préciser la position de (C) par rapport à (D).

3. a) Démontrer que pour tout nombre strictement positif $x, f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.

b) Étudier les variations de f puis dresser son tableau de variation.

c) Démontrer qu'une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 1 est : $y = 3x + 4$.

4. a) Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α.

b) Justifier que : $1,3 < \alpha < 1,4$.

Partie C

On pose $\beta(x) = f(x) - (3x - 4) et\ h(x) = -x^2 + 1 - lnx.$

1. a) Déterminer le sens de variation de h sur $]0; +\infty[$.

b) Calculer $h(1)$ puis justifier que :$\forall x \in]0; 1[, h(x) > 0\ et\ \forall \in]1; +\infty[, h(x) < 0$.

2. a) Démontrer que : $\forall x \in]0; +\infty[, \beta'(x) = \frac{h(x)}{x^2}$.

b) Étudier les variations de β puis en déduire le signe de $\beta(x)$ suivant les valeurs de x.

c) Déterminer la position de (C) par rapport à la tangente (T).

3. Tracer (C), la droite (D) et la tangente (T). On prendra $\alpha = 1,35$.

EXERCICE 6 *(4 points)*

A l'occasion des fêtes de fin d'année 2020, mademoiselle Soro Mariam a été invitée par sa mère à l'accompagner à la banque. A la porte de cette banque, elle constate que le détecteur de métaux du vigile sonne très fréquemment au contrôle des clients qui y entrent. Elle se renseigne alors auprès du responsable de la sécurité pour avoir des informations sur la fréquence de la sonnerie du détecteur et sur la proportion des clients portant des objets métalliques. Selon ce responsable, le détecteur de métaux déclenche la sonnerie pour 55% des clients. 97% des clients pour qui le détecteur a déclenché la sonnerie porte effectivement des objets métalliques tandis que 2% des clients pour qui le détecteur n'a pas déclenché la sonnerie portent des objets métalliques.

Curieuse, mademoiselle Soro Mariam voudrait connaître la probabilité que le détecteur déclenche la sonnerie sachant que le client porte sur lui un objet métallique. Elle sollicite alors l'aide de ses camarades de classe.

Détermine la probabilité que le détecteur déclenche la sonnerie sachant que le client porte sur lui un objet métallique.

PREPA BAC

MATHÉMATIQUES

FICHE N°19

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/3 et 2/3 et 3/3.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 *(2 points)*

Pour chacune des énoncés suivantes, dis si elle est vraie (V) ou Fausse (F). Exemple: 5-V

N°	Énoncés
1	L'équation $x - \cos x = 0$ admet une solution unique dans l'intervalle $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$
2	Le nombre complexe $(1+i)^{2017}$ est un nombre réel
3	Si $2 \in I, f(2) = 5$ et $(f^{-1})'(5) = -2$ alors $f'(2) = -\frac{1}{2}$.
4	Il y a bonne ou forte correlation linéaire si le coefficient est plus petit que 0,8

EXERCICE 2 *(2 points)*

Pour chacune des propositions suivantes, indique le numéro suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse. **Exemple : 5-c.**

<table>
<tr><th>N°</th><th>Propositions</th><th colspan="2">Réponses</th></tr>
<tr><td rowspan="3">1</td><td rowspan="3">Soit X est une variable aléatoire dont la loi de probabilité est représentée dans le tableau ci-dessous :
<table>
<tr><td>x_i</td><td>300</td><td>400</td><td>500</td><td>600</td></tr>
<tr><td>$P(X = x_i)$</td><td>$\frac{2}{18}$</td><td>$\frac{11}{18}$</td><td>$\frac{4}{18}$</td><td>$\frac{1}{18}$</td></tr>
</table>
L'espérance mathématique de X est égale à :</td><td>A</td><td>$E(X) = \frac{7600}{18}$</td></tr>
<tr><td>B</td><td>$E(X) = 9$</td></tr>
<tr><td>C</td><td>$E(X) = 11$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">2</td><td rowspan="3">Si f est une fonction strictement croissante sur R et si $f(a) \times f(b) < 0$, alors</td><td>A</td><td>f ne s'annule pas entre a et b</td></tr>
<tr><td>B</td><td>f s'annule une seule fois entre a et b.</td></tr>
<tr><td>C</td><td>f s'annule au moins une fois entre a et b.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">3</td><td rowspan="3">La forme exponentielle de $\left(\frac{\sqrt{3}+i}{1+i}\right)^3$ est égale à</td><td>A</td><td>$2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$</td></tr>
<tr><td>B</td><td>$2\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{3}}$</td></tr>
<tr><td>C</td><td>$2\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">4</td><td rowspan="3">On donne la série statistique double ci-dessous :
<table>
<tr><td>xi</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><td>yi</td><td>3</td><td>5</td><td>5</td><td>10</td></tr>
</table>
Le coéfficient de corrélation linéaire r a pour valeur :</td><td>A</td><td>0,9965</td></tr>
<tr><td>B</td><td>1,0968</td></tr>
<tr><td>C</td><td>0,8733</td></tr>
</table>

EXERCICE 3 (4 points)

On considère les équations différentielles suivantes : $(E_1): y'' + 4y = 0$ *et* $(E_2): y'' + y = 0$

1) Déterminer la solution de l'équation (E₁) dont la courbe représentative dans un repère orthogonal $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ passe par le point A(0 ; -2) et admet en ce point une tangente horizontale.

2) Déterminer la solution g de l'équation (E₂) vérifiant : $g\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$ *et* $g'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$.

3) Soit (C) la courbe définie par le système d'équations paramétiques

$$\begin{cases} x(t) = -2\cos 2t \\ y(t) = \cos t - \sin t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

a) Déterminer la période commune des fonctions x *et* y, comparer la position des points M(t) et $(t + \pi)$, puis en déduire un élément de symétrie de (C).

b) Justifier le choix de $[0; \pi]$ comme ensemble d'étude.

c) Etudier les fonctions x *et* y *sur* $[0; \pi]$ et dresser leur tableau de variations conjoint.

EXERCICE 4 (4 points)

Il a été relevé chez huit planteurs de coton, la superficie X (en ha) et la production Y (en tonnes). Dans le tableau ci-dessous:

x_i	2	4	6	8	10	12	14	16
y_i	10	15	12	20	22	30	32	35

1. Représenter le nuage de points dans un repère orthogonal (O, I, J). Unités graphiques:
En abscisse 1 cm pour 2 ha et en ordonnée 1 cm pour 2 tonnes.
On prendra poue origine du trpère le point (1; 8).

2. a) Déterminer les coordonnées du point moyen G du nuage de points.

b) Déterminer les variances de X et Y

c) Justifier que la covariance de X et de Y est égale à 39,5.

3. Justifier que l'on peut adjuster linéairement cette série statistique.

4. a) Déterminer une equation de la droite de regression (D) de y en x.

b) Tracer cette droite dans le repère precedent.

5. Un neuvième planteur a exploité une superficie de 22 ha. Selon l'ajustement prcédent, à combien peut-on estimer sa production? NB: On arrondira les résultats à l'ordre 2.

EXERCICE 5 (5 points)

Partie A

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = (1 - x)e^x - 1$.

1. Etudier les variations de g.
2. Calculer g(0). En déduire que pour tout $x \neq 0, g(x) < 0$.

Partie B

Soit la fonction f définie sur R par : $\begin{cases} f(x) = \frac{x}{e^{x}-1} + 2 \ si \ x \neq 0 \\ f(0) = 3 \end{cases}$

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Unité graphique 2 cm. On admettra que f est dérivable en et que $f'(0) = -\frac{1}{2}$.

1\. a) Déterminer la limite de $f \ en - \infty$.

b) Etablir que $\frac{x}{e^{x}-1} = \frac{x}{e^{x}} \times \frac{1}{1-e^{-x}}$ puis déterminer la limite de $f \ en + \infty$. En déduire que (C) admet une asymptote horizontale en $+\infty$ dont on donnera l'équation.

2\) Montrer que la droite (D) d'équation $y = -x + 2$ est une asymptote oblique à la courbe (C) en $-\infty$.

3\) Calculer, pour tout $x \neq 0, f'(x)$ et montrer que $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^{x}-1)^{2}}$.

4\. a) Donner le sens de variation de f

b) Dresser le tableau de variation de f

5\) Soit (T) la tangente à (C) au point d'abscisse nulle, écrire l'équation de (T).

6\) Tracer (D), (T) et (C).

Partie C

Soit h la fonction définie sur R par $h(x) = f(x) - x$.

1\. Montrer que l'équation $h(x) = 0$ admet une solution unique α et que $\alpha \in]2 \, ; 2{,}5[$.

2\. On pose I = [2 ; 2,5]

a) Démontrer que pour tout $x \in I, on \ a \colon g(x) \geq -20 \ et \ (e^{x}-1)^{2} \geq 40$

b) En déduire que si $x \in I, -\frac{1}{2} \leq f'(x) \leq 0$.

3\. Soit (U_n) la suite définie sur $\mathbb{N} \ par \ U_0 = 2 \ et \ U_{n+1} = f(U_n)$.

a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}, on \ a \ U_n \in I$.

b) Montrer que pour $n \in \mathbb{N}, |U_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{2}|U_n - \alpha|$ et que $|U_n - \alpha| \leq (\frac{1}{2})^{n+1}$.

c) En déduire que (U_n) converge vers α.

d) Déterminer le plus petit entier n_0 tel que pour $n \geq n_0$, on ait $|U_n - \alpha| \leq 10^{-3}$.

On donne : $ln2 \approx 0{,}69; ln10 \approx 2{,}3; \ e^{2} \approx 7{,}39 \, ; \ e^{2{,}5} \approx 12{,}18 \, ; \frac{1}{e^{2}-1} \approx 0{,}15 \, ; \frac{1}{e^{2{,}5}-1} \approx 0{,}09$

$(e^{2}-1)^{2} \approx 40{,}83 \, ; \ (e^{2{,}5}-1)^{2} \approx 125$

EXERCICE 6 *(4 points)*

Chef d'entreprise, lors d'un échange avec un ami économiste, lui explique qu'il voudrait connaitre l'évolution financière d'une nouvelle entreprise dans le domaine de l'élevage de volailles pendant les dix premiers mois de sa création en vue de prévoir des fonds pour surmonter les moments difficiles. Après des recherches, l'économiste lui transmet le document suivant : Si x représente le nombre de mois, alors $f(x) = \frac{1}{3}x^{2} - \frac{8}{3}x + \frac{7}{3}$ représente le bénéfice ou la perte en centaines de milliers de francs de ce type d'entreprise.
L'entrepreneur veut savoir le nombre de mois à partir duquel son entreprise sera rentable.
Ne sachant pas comment procéder, il te sollicite pour lui proposer une solution argumentée.

PREPA BAC

MATHÉMATIQUES

FICHE N°20

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/3 et 2/3 et 3/3.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 *(2 points)*

Pour chacune des affirmations suivantes, dis si elle est vraie (V) ou Fausse (F). Exemple: 5-V

N°	Affirmations
1	Pour tout réel x, e^x désigne l'image de x par la fonction exponentielle. La droite d'équation $y = x + 1$ est la tangente à la courbe représentative de la fonctionexponentielle en son point d'abscisse 1.
2	On considère deux suites (u_n) et (v_n) définies sur N. Si $\lim u_n = +\infty$ et si $\lim v_n = -\infty$, alors $\lim(u_n + v_n) = 0$
3	Soit z un nombre complexe différent de 2. Dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation $\frac{z-1}{z-2} = z$ admet deux solutions.
4	Si $\|r\| \geq 0{,}87$ dans ce cas un ajustement affine est alors justifié.

EXERCICE 2 *(2 points)*

Pour chacune des propositions suivantes, indique le numéro suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse. **Exemple : 5-c.**

N°	Propositions	Réponses	
1	La somme des 10 premiers termes de la suite géométrique (v_n) définie par $v_n = 2 \times (3)^n$ est	A	59050
		B	59049
		C	59048
2	La probabilité du succès est $\frac{1}{5}$ lors de chacune des 10 épreuves d'un schéma de bernoulli. X compte le nombre de succès. L'espérance mathématique de X est égal à	A	50
		B	$\frac{1}{50}$
		C	2
3	Soit $f(z) = iz + 1 + i$ l'écriture complexe d'une transformation F.	A	F est une translation
		B	F est une homothétie
		C	F est une rotation
4	Les solutions de (E): $f'' - 4f = 0$ sont les fonctions	A	$f(x) = Ae^{2x} + Be^{-2x}$
		B	$f(x) = A\cos 2x + B\sin 2x$
		C	$f(x) = A\cos 4x + B\sin 4x$

EXERCICE 3 (4 points)

Le plan est muni d'un repère orthogonal$(O, \vec{u}, \vec{v})$, unité graphique : 2 cm.

1. soit le nombre $z_0 = 1 + i$.

a) Montrer que z_0 est solution de l'équation (E) définie par :

$z^3 - (7+1)z^2 + 2(8+3i)z - 10(1+i) = 0$

b) Résoudre l'équation (E) dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$.

2) On considère les points A, B et c du plan, d'affixe respectives $1+i$; $3+1$; $3+i$; $3-i$.

a) Calculer et écrire sous forme exponentielle $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$.

b) En déduire la nature du triangle ABC.

c) Placer les points A, B et C dans le repère et complète la figure à fur et à mesure.

d) Soit (Γ) le cercle circonscrit au triangle ABC.

Déterminer l'affixe du centre G et le rayon r du cercle.

3. Soit (Δ) l'ensemble des points M du plan d'affixe z vérifiant la relation

$|z - 1 - i| = |z - 3 + i|$

a) Caractériser géométriquement l'ensemble (Δ).

b) Justifier que le point F d'affixe $4 + 2i$ appartient à (Δ).

c. Déterminer l'affixe du point E de (Δ) situé sur l'axe des ordonnées.

4. Quelle est la nature exacte du quadrilatère CEAF ? Justifier votre reponse.

EXERCICE 4 (4 points)

1. Une urne contient 3 boules jaunes, 2 boules rouges et 5 boules noires. On extrait simultanement 2 boules de l'urne. Quel est le nombre de résultats possibles ?

2. le tirage d'une boule jaune fait gagner 2 points, celui d'une boule rouge fait gagner 1 point, celui d'une boule noired fait perdre 3 points. On note X la variable aléatoire prenant pour valeur le nombre de points obtenu à l'issue d'un tirage simultané de 2 boules.
Déterminer l'ensemble des valeurs que peut prendre X.

3. En supposant tous les les tirages équiprobables, déterminer la loi de probabilité de X.

4. Calculer l'espérance mathématique de X.

5. Calculer la variance et l'écart-type de X.

EXERCICE 5 (5 points)

Soit la fonction f définie sur R par : $\begin{cases} f(x) = \frac{\ln x}{1+x} & si\ x \geq 1 \\ f(x) = e^{\frac{1}{x-1}} & si\ x < 1 \end{cases}$

On note (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthogonal $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ tel que $\|\vec{\imath}\| = 1\ cm\ et\ \|\vec{\jmath}\| = 2\ cm.$

Partie A

Soit g la fonction définie sur $I = [1; +\infty[\ par\ g(x) = 1 + x - x\ln x.$

1. Calculer les limites de g aux bornes de I.

2) Etudier le sens de variation de g et dresser son tableau de variation.

3. Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α sur I.

Vérifier que $\alpha \in]3,5 ; 4[$

4. Déduire de ce qui précède le signe de g sur I.

Partie B

1) Calculer les limites de $f\ en - \infty\ et\ en + \infty.$

2) Etudier la dérivabilité de f en 1. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

3) Calculer, $f'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}\backslash\{1\}$ et vérifier que $f'(x) = \frac{g(x)}{x(1+x)^2}$.

4) en déduire le signe de $f'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}\backslash\{1\}$ puis dresser le tableau de variation de f

5) Montrer que $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha}$

6) construire (C), ses tangentes et ses asymptotes.

Partie C

On pose $J_n = \int_1^e x^2(\ln x)^n dx\ pour\ tout\ n \in \mathbb{N}.$

1) Calculer J_0.

2) Montrer que $J_n \geq 0\ pour\ tout\ n \in \mathbb{N}.$

3) Montrer que (J_n) est décroisante.

4. Montrer (J_n) est convergente.

5. En utilisant une intégration parties, démontrer que pour tout entier naturel n :

$3J_{n+1} + (n+1) = e^3$.

6. En déduire les valeurs exactes de $J_1\ \ et\ J_2$.

Données : $\ln(3,5) \simeq 1,25\ ;\ \ln 2 \simeq 0,7\ ;\ e^{-1} \simeq 0,37.$

EXERCICE 6 (4 points)

Une entreprise fabrique et vend des téléphones portables. Sa capacité journalière de production est comprise entre 0 et 18 portables. On suppose que toute la production est vendue. Le coût de production en milliers de francs de x téléphones portables est donné par : $(x) = x^3 - 25x^2 + 280x + 400$. La recette de la vente de x téléphones portables est $R(x) = 480x - 20x^2$. L'entreprise veut réaliser un bénéfice maximal.

En tant que stagiaire dans cette entreprise, le Directeur te demande de déterminer le nombre de téléphones portables à produire par jour pour que le bénéfice soit maximal.

A l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques, propose une solution au Directeur.

PREPA BAC

MATHÉMATIQUES

FICHE N°1

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 *(3 points)*

Pour chacune des propositions suivantes, dis si elle est vraie (V) ou Fausse (F). Exemple: 5-V

1. S'il existe un nombre réel l, une fonction g est un intervalle $]a;\ +\infty[$ tels que : $\forall x \in]0\,;\ +\infty[, |f(x)+l| \leq g(x)$ *et* $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = 0$, *alors* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = l$
2. L'équation $x^3 + x - 7 = 0$ admet dans R une seule solution.
3. Si f est une fonction continue et strictement décroissante sur un intervalle $[a;+\infty[$, alors, on a : $f([a;+\infty[) = \left[f(a);\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)\right[$
4. La fonction h de R vers R définie par : $h(x) = \frac{8-2x}{\sqrt{x}-2}$ admet un prolongement par continuité en 4.
5. $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x^2+9x-2} = +\infty$

EXERCICE 2 *(3 points)*

Pour chacune des propositions suivantes, indique le numéro suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse. **Exemple : 5-c.**

	Énoncé	a	b	c
1	Soit f la fonction définie sur R par :$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+4}}$, on a :	$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}$	$f'(x) = \frac{-x}{(x^2+4)^{\frac{3}{2}}}$	$f(x) = \frac{-2x}{(x^2+4)\sqrt{x^2+4}}$
2	Soit g une bijection de R sur R et g^{-1} sa bijection reciproque. Si $g(-2) = 3$ et $g'(-2) = \frac{1}{4}$, alors $(g^{-1})'(3)$ est égale à	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{3}$	4
3	F et f sont deux fonctions continues sur un intervalle K. si f est une primitive de F sur K alors on a :	$F'(x) = f(x)$	$f'(x) = F(x)$	$F'(x) = f'(x)$
4	Une primitive F sur $]1\,;+\infty[$ de la fonction f telle que :$f(x) = \ln x$ est définie par :	$F(x) = x\ln x - x$	$F(x) = x\ln x + x$	$F(x) = \ln x - 1$
5	u est une fonction dérivable et strictement positive sur un intervalle K. une primitive sur K de $u'u^r$(avec $r \in \mathbb{Q}\backslash\{-1\}$)est :	u^{r+1}	ru^{r-1}	$\frac{u^{r+1}}{r+1}$

EXERCICE 3 *(4 points)*

Soit h la fonction définie sur R par : $h(x) = x|x^2-1|$.

1. Écris h sans le symbole de la valeur absolue.
2. Étudie la dérivabilité de h en -1.
3. on considère g la restriction de h à [0 ; 1].

   a) Justifie que : $\forall t \in [0;1], -2x \leq g'(t) \leq 1$.

b) En utilisant l'inégalité des accroissements finis, démontre que :

$\forall x \in [0; 1], -2x \leq g'(t) \leq x$

EXERCICE 4

Sur un dé cubique non pipé l'une des faces est numérotée 1, n faces $(0 \leq n \leq 5)$ sont numérotées 2 et les faces restantes sont numérotées 3. Les faces d'un second dé cubique non pipé sont numérotées 1 ; 2 ; 3 ;4 et 4. Les deux sont lancés simultanément.
Soit X la variable aléatoire qui à chaque lancer associe la somme des points marqués sur les faces supérieures.

1. Démontre que : $p(X = 6) = \frac{n+5}{36}$
2. on suppose que n = 2.
   a) Détermine la loi de probabilité de X.
   b) Justifie que l'espérance mathématique E(X) de X est égale à 5.
   c) Calcule l'écart-type de X.

EXERCICE 5 (4 points)

On considère la fonction f dérivable et définie sur$]0 ; +\infty[$ $par\ f(x) = \frac{2x-1-xlnx}{x}$.
On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique 2 cm.

1. calcule la limite de f en 0. Interprète graphiquement le résultat obtenu.
2. a) Calcule les limites en $+\infty$ $de\ f(x) et\ de\ \frac{f(x)}{x}$.
   b) Interprète graphiquement les résultats.
3. a) Démontre que : $\forall\in\ ]0; +\infty[, f'(x) = \frac{1-x}{x^2}$.
   b) Détermine le sens de variation de f et dresse son tableau de variation.
4. a) Démontre que la courbe (C) coupe l'axe des abscisses en deux points A et B d'abscisses respectives $\alpha et \beta tels\ que: \alpha < \beta$.
   b) Justifie que : $6{,}3 < \beta < 6{,}4$.
5. On prendra : $\alpha = 0{,}3\ et\ \beta = 6{,}35$. Trace (C) dans le repère (O, I, J).
6. Soit g la restriction de f à]0; 1].
   a) Démontre que g est une bijection de]0; 1]sur un intervalle K que tu détermineras.
   b) Soit g^{-1} la bijection réciproque de g. dresse le tableau de variation de g^{-1}.

EXERCICE 6 (3 points)

Pour réduire le nombre d'accidents de circulation dû à la consommation d'alcool par les automobilistes, la gendarmerie nationale utilise un nouvel alcootest. Après un essai, dans une population composée de 8% de personnes ivres, la gendarmerie recueille les statistiques suivantes :

- 80% des automobilistes ivres sont déclarés positifs à ce test.
- 95% des automobilistes non ivres sont déclarés négatifs à ce test.

Le commandant de brigade de la gendarmerie de ta localité voudrait savoir le nombre minimal d'automobilistes à contrôler pour que la probabilité d'avoir au moins un test positif soit supérieure à 0,99.
Il te sollicite pour trouver ce nombre.
Utilise tes connaissances de terminale D pour répondre à la préoccupation du commandant.

PREPA BAC
[illegible]

MATHÉMATIQUES

FICHE N°2

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/3 et 2/3 et 3/3.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 *(2 points)*

Pour chaque énoncé, écris vrai si l'énoncé est vrai ou Faux si l'énoncé est faux.
Aucune justification n'est demandée.

N°	Énoncé
1	La fonction ln est strictement décroissante sur $]0\ ;\ +\infty[$
2	La fonction ln est la primitive sur $]0\ ;\ +\infty[$ de la fonction $: x \to \frac{1}{x}$ qui s'annule en 1.
3	On considère la suite u définie par $:\begin{cases} u_{0=2} \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 3u_n \end{cases}$ la suite u est une suite arithmétique.
4	Soit f une fonction numérique dérivable sur un intervalle K. a et b sont deux éléments de K tels que $a < b$. S'il existe deux nombres réels m et M tels que pour tout x élément de $[a\ ;\ b]$, $m \leq f'(x) \leq M$alors $m(a-b) \leq f(b) - f(a) \leq M(a-b)$.

EXERCICE 2 *(2 points)*

Pour chacun des énoncés incomplets du tableau ci-dessous, quatre réponses A, B, C et D Sont proposées dont une seule permet d'avoir l'énoncé juste. Écris, sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé incomplet suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

N°			
1	Soit u la suite numérique definie par $:\begin{cases} u_0 = -2 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \sqrt{2 + u_n} \end{cases}$ La suite u a pour limite…	A	$-\infty$
		B	2
		C	0
		D	$-\infty$
2	L'équation $(E): x \in \mathbb{R}, \ln x - 1 \leq 0$, a pour ensemble de solutions…	A	$]-\infty\ ;\ e]$
		B	$]0\ ;\ e]$
		C	$[e\ ;\ +\infty[$
		D	$\emptyset$
3	On pose $: z = -\sqrt{3} + i$. On note r le module de z et θ l'argument principal de z. r et θ vérifient…	A	$r = 2$ et $\theta = \frac{5\pi}{6}$
		B	$r = 2$ et $\theta = \frac{-5\pi}{6}$
		C	$r = 2$ et $\theta = \frac{2\pi}{3}$
		D	$r = 1$ et $\theta = \frac{5\pi}{6}$
4	Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O\ ;\ \vec{u}, \vec{v})$. Soient I et J les points d'affixes respectives 1 et i. On nøte(T) l'ensemble des points M du plan d'affixe z vérifiant : $\lvert z - 1 \rvert = \lvert z - i \rvert$ (T) est…	A	La droite (IJ) privée du segment [IJ].
		B	La droite (IJ)
		C	La médiatrice du segment [IJ].
		D	Le cercle de centre I et de rayon 1.

5	Soit f une fonction numérique dérivable sur un intervalle K telle que : $\forall x \in K, f'(x) > 0$. f est une bijection de K vers f(K). $\forall x \in f(K), (f^{-1})'(a)$ est égal à …	A	$\frac{1}{f'(a)}$	
		B	$\frac{-1}{(f^{-1}(a))}$	
		C	$f'(f^{-1}(a))$	
		D	$\frac{1}{f'(f^{-1}(a))}$	

EXERCICE 3

(3 points)

Dans une ville, 30% de la population ont un âge supérieur ou égal à 65 ans.
60% des personnes ayant un âge supérieur ou égal à 65 ans sont atteintes de la Covid-19.
0,1 % des personnes de moins de 65 ans sont atteintes de la Covid-19.

1. On prend une personne au hasard et donne les évènements suivants :
S « la personne a un âge supérieur où égal à 65 ans ».
C « la personne est atteinte de la Covid-19 ».

a) Dresse un arbre pondéré qui représente la situation.

b) Donne la probabilité $P_s(C)$ des personnes atteintes de la Covid-19 sachant qu'elles ont plus de 65 ans.

c) Calcule la probabilité pour que la personne ait au moins 65 ans et soit atteinte de la Covid-19.

2. Justifie que la probabilité de l'évènement C est : 0,1807.

3. On prend au hasard n personnes dans la ville et on note P_n la probabilité d'avoir au moins une personne atteinte de la Covid-19 ($n \in \mathbb{N}^*\setminus\{1\}$).

a) Justifie que : $\forall n \in \mathbb{N}^*\setminus\{1\}, P_n = 1 - (8{,}8193)^n$.

b) Détermine le nombre minimal de personne pour que la probabilité d'avoir au moins une personne atteinte de la Covid-19 dépasse 99,99%

EXERCICE 4

(4 points)

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (x+1)e^{1-x} - x + 1$.
On note (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

1. On admet que : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$.
Interprète graphiquement ces résultats.

2. a) Calcule la limite de f en $+\infty$.

b) Justifie que la droite (D) d'équation $y = -x + 1$ est une asymptote à (C) en $+\infty$.

3. Soit g la fonction numérique définie sur R par : $g(x) = xe^{1-x} + 1$.
On admet qu'il existe un nombre réel α élément de l'intervalle [-0,4 ; -0,2] tel que $g(\alpha) = 0$ et $\begin{cases} \forall x \in]-\infty\,;\,\alpha[, g(x) < 0 \\ \forall x \in]\alpha\,;\,+\infty[, g(x) > 0 \end{cases}$ on admet que f est dérivable sur $\mathbb{R}$.

a) Justifie que : $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = -g(x)$.

b) Étudie le sens de variation de f

c) Dresse le tableau de variation de f

4. On admet que (C) est au-dessus de (D) sur $[-1\,;+\infty[$ et au-dessous de (D) sur $]-\infty\,;\,-1]$.
Construis (C) (tu prendras : $\alpha = -0{,}3$ et $f(\alpha) = 3{,}9$)

5. a) Interprète graphiquement l'intégrale K telle que : $K = \int_0^1 (f(x) - (-x+1)dx$.

b) Justifie, à l'aide d'une intégration par parties, que : $K = 2e - 3$.

EXERCICE 5 (4 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct (O ; $\vec{u}, \vec{v}$) d'unité graphique le centimètre. On réalisera une figure que l'on complètera tout au long de l'exercice.
On note A et B les points d'affixes respectives 8 et $4 + 4i$.

1. On considère la similitude directe S de centre O telle que : S(A) = B.

a) Justifie que la similitude directe S a pour écriture complexe : $z' = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\right) z$.

b) Détermine le rapport et l'angle de S.

2. On considère les points A_n tels que : $\begin{cases} A_0 = A \\ \forall n \in \mathbb{N}, A_{n+1} = S(A_n) \end{cases}$

On désigne par z_n l'affixe du point A_n.

a) Démontre par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}, z_n = 8(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i)^n$.

b) Démontre que le triangle OA_nA_{n+1} est rectangle et isocèle en A_{n+1}.

3. a) Place successivement les points A_0, A_1, A_2, A_3 et A_4.

b) Justifie que l'aire a_1 en Cm^2, du triangle OA_0A_1 est 16.

c) Déduis du résultat précédent l'aire a, en cm², du polygone $A_0A_1A_2A_3$ A_4.

EXERCICE 6 (5 points)

Une société fabrique et commercialise des produits cosmétiques. Les relevés, en millions de Francs CFA, des frais publicitairès mensuels de la société et de son chiffre d'affaires mensuel sont consignés dans le tableau suivant.

Frais publicitaires	1	2	3	4	5
Chiffre d'affaires	60	66	69	75	81

Le directeur commercial veut investir d'avantage dans la publicité pour que le chiffre d'affaires mensuel atteigne 100 millions de Francs CFA.

Informé du problème, sa fille, qui est une de tes camarades de classe, te sollicite pour trouver le montant des frais à investir dans la publicité afin d'atteindre 100 millions comme chiffres d'affaire. Fais une proposition argumentée.

PREPA BAC

MATHÉMATIQUES

FICHE N°3

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/3 et 2/3 et 3/3.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1

(2 points)

Écris le numéro de chaque affirmation suivie de VRAI si l'affirmation est vraie ou de FAUX si l'affirmation est fausse. **Exemple : 5 – Faux**

N°	**Affirmations**
1	La fonction x → $\sin(x^2 + \frac{\pi}{4})$ admet pour dérivée sur R la fonction x → $2x\cos\left(x^2 + \frac{\pi}{4}\right)$.
2	Soit f une fonction dérivable sur $[0\,;5]$ et bijective de $[0\,;5]$ sur $[-1\,;3]$ telle que $f(4) = 2$. Si $f'(4) = 0$ alors f^{-1} est dérivable en 2.
3	L'affixe du point $M(-5\,;\,-2)$ est : $-2-5i$
4	Les racines carrées du nombre complexe $-8-6i$ sont $1-3i$ et $-1+3i$
5	A est un événement de Ω et $\overline{A}$ l'événement contraire de A on a : $P(\overline{A}) = P(A) + 1$

EXERCICE 2

(2 points)

Pour chacune des affirmations ci-dessous, trois réponses sont données dont une seule est juste. Écris sur ta feuille de copie le numéro de l'affirmation suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse. **Exemple : 1 – B**

N°	affirmations	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	Soit a et b sont des nombres réels strictement positifs. Soit $\log(a \times b)$ est égal à	$\log(a) \times \log(b)$	$\log(a) + \log(b)$	$\ln a + \ln b$
2	Une primitive de F de la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{4x-1}$ sur $\left]\frac{1}{4};+\infty\right[$ est	$F(x) = \ln(4x-1)$	$F(x) = 4\ln(4x-1)$	$F(x) = \frac{1}{4}\ln(4x-1)$
3	Soit g la fonction définie et dérivable sur $]2;+\infty[$ par $g(x) = \ln(2x-4)$ pour tout $x \in\,]2;+\infty[$, $g'(x) =$	$g'(x) = \frac{1}{2x-4}$	$g'(x) = \frac{2}{\ln(2x-4)}$	$g'(x) = \frac{2}{2x-4}$
4	Quelle est l'expression qui est définie sur $]-4\,;4[$	$\ln(-x)$	$\ln(16-x^2)$	$\ln(x)$
5	$\lim\limits_{x\to 0}(x - \frac{1}{\ln(x)})$ est égale à	$-\infty$	$+\infty$	0

EXERCICE 3 (3 points)

Une société ivoirienne de transformation de produits agricole a acheté 5 000 tonnes de noix de cajou aux paysans en 2011. La société décide d'augmenter de 5% ses achats chaque année par rapport à l'année précédente. On note pour tout entier naturel n, Q_n la quantité en tonnes de noix de cajou achetée en l'an (2011+ n). On a :$Q_0 = 5\,000$.

1. Justifie que la quantité de noix de cajou achetée en 2012 est de 5 250 tonnes.
2. Démontre que (Q_n) est une suite géométrique de raison 1,05.
3. a) Justifie que : $\forall n \in \mathbb{N}, Q_n = 5\,000 \times (1{,}05)^n$.
   b) Détermine la quantité de noix de cajou qu'achètera cette société en 2020.
Donne le résultat arrondi à l'ordre 0.
4. a) Détermine l'année où la quantité de noix de cajou achetée sera supérieure à 10 000 tonnes.
   b) Détermine la quantité totale de noix de cajou achetée par cette société de 2011 à la fin 2020. Donne le résultat arrondi à l'ordre 0.

EXERCICE 4 (4 points)

A/ 1- Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation : $z^2 - (4 + 2i)z + 7 + 4i = 0$.
2- On considère dans $\mathbb{C}$ le polynôme complexe : $P(z) = z^3 - (4 + 3i)z^2 + (5 + 8i)z + 4 - 7i$.
On note (E) l'équation complexe : $z \in \mathbb{C}, P(z) = 0$.
a) Vérifie que i est une solution de (E).
b) Résous l'équation (E) dans $\mathbb{C}$.

B/ Dans le plan muni du repère orthonormé (O ; $\vec{u}; \vec{v}$) d'unité graphique 1 cm, on donne les points : $A(i); B(2 + 3i) et\ c(2 - i)$.
1- Démontre que le triangle ABC est isocèle et rectangle en A.
2- Soit (Γ) l'ensemble des points M du plan d'affixe z tels que: $z\bar{z} + i(z - \bar{z}) = 7$.
a) Vérifie que le point B appartient à (Γ).
b) On pose que : $z = x + iy$.
Démontre que $M \in (\Gamma) \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2y = 7$.
c) En déduire la nature et les éléments caractéristique de (Γ).
3-a) Place les points A, B et C.
b) Construire (Γ).
4- Soit B' l'image de B par la symétrie centrale de centre A.
a) Calcule l'affixe du point B'.
b) Justifie que : $Mes\left(\widehat{\overrightarrow{B'C}; \overrightarrow{B'B}}\right) = \frac{\pi}{4}$.

EXERCICE 5 (4 points)

Mariam, une jeune diplômée sans emploi, a reçu un fonds et décide d'ouvrir un restaurent. Après un mois d'activité, elle constate que :

- Pour un jour donné, la probabilité qu'il y ait une affluence de clients est 0,6 ;
- Lorsqu'il y a une affluence de clients, la probabilité qu'elle réalise un bénéfice est 0,7 ;
- Lorsqu'il n'y a pas d'affluence de clients, la probabilité qu'elle réalise un bénéfice est 0,4.

On désigne par A l'événement « il y a affluence de clients » et B l'événement « Mariam réalise un bénéfice ».

1. On choisit un jour au hasard.

a) Calculer la probabilité de l'événement E suivant : « il y a une affluence de clients et Mariam réalise un bénéfice ».

b) Démontrer que la probabilité $P(B)$ de l'événement B est 0,58.

c) Mariam a réalisé un bénéfice. Calculer la probabilité qu'il y ait eu une affluence de clients ce jour-là. On donnera l'arrondi d'ordre 2 du résultat.

2) Mariam veut faire des prévisions pour trois jours successifs données. On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre de jours où elle réalise un bénéfice sur les 3 jours.

a) Déterminer les valeurs prises par X.

b) Déterminer la loi de probabilité de X.

c) Calculer l'espérance mathématiques E(X) de X.

3. Soit n un nombre entier naturel supérieur ou égal à 2. On note P_n la probabilité que Mariam réalise au moins une fois un bénéfice pendant n jours successifs sur une période de n jours.

a) Justifie que pour tout nombre entier naturel n supérieur ou égal à 2 : $P_n = 1 - (0{,}42)^n$.

b) Déterminer la valeur minimale de n pour qu'on ait $P_n \geq 0{,}9999$.

EXERCICE 6 (5 points)

Une usine fabrique et commercialise des sachets de poudre de cacao. Sa capacité journalière de production est comprise entre 1 000 et 3 000 sachets. On suppose que toute la production est commercialisée. Une étude a révélé que le bénéfice journalier, exprimé en millions de francs CFA, réalisé pour la production et la vente de x milliers de sachets est modélisé sur l'intervalle [1 ; 3] par la fonction B définie par : $B(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x + 2 + 2lnx$.

Le Directeur de l'usine veut accroître le bénéfice de l'entreprise. N'ayant pas de personnel qualifié, il te demande le nombre de sachets à produire en un jour, à l'unité près, pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximal.

Détermine le nombre de sachets de poudre de cacao à produire pour obtenir un bénéfice maximal.

PREPA BAC
5+ [illegible] N :

MATHÉMATIQUES

FICHE N°4

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/3 et 2/3 et 3/3.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 *(2 points)*

Écris le numéro de chaque affirmation suivi de VRAI si l'affirmation est vraie ou de FAUX si l'affirmation est fausse.

N°	Affirmations
1	La fonction $x \longmapsto 2 + \cos^5 x$ est une primitive sur R de la fonction $x \longmapsto - 5\sin x \cos^4 x$.
2	Soit f une fonction continue et négative sur un intervalle K, (C) sa représentation graphique dans un repère orthogonal (O, I, J), a et b deux éléments de K (a<b). L'aire (en unités d'aire) de la partie du plan limitée par (C), (OI) est les droites d'équations x=a et x=b est : $\int_b^a f(t)dt$.
3	Si f est une bijection dérivable et strictement monotone sur un intervalle I , telle que : $\forall x \in I$ et $f'(x) \neq 0$, alors sa bijection réciproque f^{-1} a pour dérivée : $\forall x \in f(I)$, $(f^{-1})'(x) = \frac{-1}{f'(f^{-1}(x))}$
4	On appelle coefficient de corrélation linéaire d'une série statistique double de caractères X et Y, le nombre réel r défini par : $r = \frac{\text{cov}(X;Y)}{\sqrt{V(X)V(Y)}}$

EXERCICE 2 *(2 points)*

Pour chacune des affirmations ci-dessous, quatre réponses sont données dont une seule est juste. Ecris sur ta feuille de copie le numéro de l'affirmation suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

N°	Affirmations	Réponses	
1.	F et g sont deux fonctions, u, v et l sont soit des nombres réels, soit $-\infty$, soit $+\infty$. Si $\lim\limits_{x \to u} f(x) = v$ et $\lim\limits_{x \to v} g(x) = l$, alors	A	$\lim\limits_{x \to v} (f \circ g)(x) = -\infty$;
		B	$\lim\limits_{x \to u} (g \circ f)(x) = l$;
		C	$\lim\limits_{x \to v} (f \circ g)(x) = l$;
		D	$\lim\limits_{x \to u} (g \circ f)(x) = v$.
2.	Les solutions de l'équation différentielle $y' + 2y = 0$ sont les fonctions :	A	$X \longmapsto k+e^{-2x}$ $(k \in R)$
		B	$X \longmapsto ke^{2x}$ $(k \in R)$
		C	$X \longmapsto ke^{-2x}$ $(k \in R)$
		D	$X \longmapsto xe^{-2k}$ $(k \in R)$
3.	Si (U_n) est une suite géométrique de raison k $(k \neq 1)$, alors la somme des termes consécutifs $(U_0, U_1, .. U_{n-1}$, U_n est égale à	A	$U_0 + \frac{1-k^n}{1-k}$
		B	$U_0 \times \frac{1-k^n}{1-k}$
		C	$U_0 \times \frac{1-k^{n-1}}{1-k}$
		D	$U_0 \times \frac{1-k^{n+1}}{1-k}$

4.	Si pour tout nombre réel x non nul, $3-\frac{1}{x} < f(x) < \frac{1}{x}+3$, alors la limite de f en $+\infty$ est égale à :	A	0
		B	$-\infty$
		C	3;
		D	$+\infty$.

EXERCICE 3

(3 points)

Soit la fonction f dérivable et définie sur $\mathbb{R}^*$ Par : $f(x)=2x-\frac{e^x+1}{e^x-1}$.

On note (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique 1 cm.

1. Démontre que f est une fonction impaire, puis interprète graphiquement ce résultat.
2. a) Détermine la limite de f à droite en 0, puis interprète graphiquement le résultat.
   b) Détermine la limite de f en $+\infty$.
3. a) Démontre que : $\forall x \in]0;+\infty[, f(x)=2x-1-\frac{2}{e^x-1}$.
   b) Démontre que la droite (D) d'équation $y = 2x - 1$ est une asymptote à la courbe (C_f) en $+\infty$.
   c) Etudie la position relative de (C_f) et (D) sur $]0\,;+\infty[$.
4. a) Démontre que : $\forall x \in]0\,;+\infty[,\ f'(x)=2+\frac{2e^x}{(e^x-1)^2}$.
   b) Étudie le sens de variation de f sur $]0\,;+\infty[$.
   c) Dresse le tableau de variation de f sur $]0\,;+\infty[$.
5. Construis la courbe (C_f) sur $\mathbb{R}^*$ et ses asymptotes.

EXERCICE 4

(4 points)

Une jardinerie vend de jeunes plants d'arbres qui proviennent de trois horticulteurs : 35% des plants proviennent de l'horticulteur H1, 25% de l'horticulteur H2 et le reste de l'horticulteur H3. Chaque horticulteur livre deux catégories d'arbres : des conifères et des feuillus.
La livraison de l'horticulteur H1 comporte 80% de conifères, alors que celle de l'horticulteur H2 n'en comporte que 50% et celle de l'horticulteur H3 seulement 30%.

1. Le gérant de la jardinerie choisit un arbre dans son stock. On considère les événements suivants :
   - H1 : « l'arbre choisi a été acheté chez l'horticulteur H1 » ;
   - H2 : « l'arbre choisi a été acheté chez l'horticulteur H2» ;
   - H3 : « l'arbre choisi a été acheté chez l'horticulteur H3 » ;
   - C : « l'arbre choisi est un conifère » ;
   - F : « l'arbre choisi est un feuillu ».

a) Construis un arbre pondéré traduisant la situation.
b) Calcule la probabilité pour que l'arbre choisi soit un conifère acheté chez l'horticulteur H3.
c) Justifie que la probabilité de l'événement C est égale à 0,525.
d) L'arbre choisi est un conifère. Détermine la probabilité qu'il l'ait acheté chez l'horticulteur H1 (on arrondira le résultat à 10^{-3}près).

2. On choisit au hasard un échantillon de 10 arbres dans le stock de cette jardinerie. On suppose que ce stock est suffisamment important pour que ce choix puisse être assimilé à un tirage avec

remise de 10 arbres dans le stock.

On appelle X la variable aléatoire qui donne le nombre de conifères de l'échantillon choisi.

a) Justifie que X suit une loi binomiale dont tu préciseras les paramètres.

b) Calcule la probabilité pour que l'échantillon prélevé comporte exactement 5 conifères. On arrondira le résultat à l'ordre 3.

EXERCICE 5 *(4 points)*

Pour étudier l'évolution du nombre de bacheliers accédant aux études supérieures, le Ministre du plan d'un pays a diligenté une enquête depuis l'an 2003.

Les résultats de cette enquête sont consignés dans le tableau ci-dessus.

Années	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Rang X de l'année	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Nombre Y de diplômés (en milliers)	25	27	30	33	34	35	38	41	43

1. Représente le nuage de points associé à cette série statistique double de caractère (X ; Y) dans le plan muni d'un repère orthonormé (O ; I ; J). (Unité graphique : 1cm).
   On prendra pour origine du graphique le point $\binom{0}{24}$.
2. Détermine les coordonnées du point moyen G de la série statistique (X ; Y).
3. a) Justifie que : la variance de X est $\frac{20}{3}$
   b) Justifie que : la covariance de X et Y est $\frac{44}{3}$
4. a) Sachant que la variance de Y est $\frac{98}{3}$, Déterminer la valeur du coefficient de corrélation linéaire.
   b) Justifie que ce résultat permet d'envisager un ajustement linéaire.
5. Soit (D) la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés.
   a) Détermine une équation de la droite (D).
   b) Trace la droite (D).
6. On suppose que l'évolution se poursuit de la même manière au cours des années suivantes. Donne une estimation du nombre de bacheliers accédant aux études supérieures en 2020.

EXERCICE 6 *(5 points)*

Monsieur Grégoire, fondateur d'un établissement secondaire a recruté des enseignants. Il leur propose un salaire annuel de 750.000 F CFA.

Après quelques mois de travail, une grève des enseignants pour la revalorisation de leur salaire amène le fondateur à faire deux propositions de contrat au choix afin de relever les salaires.

- Le premier contrat stipule que les enseignants auront chaque année une augmentation de 4% du salaire de l'année précédente.
- Le deuxième contrat consiste à faire chaque année une augmentation forfaitaire de 30.000 F CFA.

Monsieur Kaby, professeur de mathématiques, veut s'engager pour 9 ans, mais il hésite quant au choix du contrat. Il te sollicite.

En argumentant, détermine le contrat le plus avantageux pour Monsieur Kaby.

PREPA BAC

MATHÉMATIQUES

FICHE N°5

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2 et 3/3.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 (2 points)

Pour chacune des affirmations ci-dessous, indique son numéro suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

1. f et g sont deux fonctions. a, b et l sont des nombres reels, soit $-\infty$ soit $+\infty$.

Si $\lim\limits_{x\to a} f(x) = b$ et $\lim\limits_{x\to b} g(x) = l$, alors

a) $\lim\limits_{x\to b}(fog)(x) = -\infty$; b) $\lim\limits_{x\to a}(gof)(x) = l$; c) $\lim\limits_{x\to b}(fog)(x) = l$; d) $\lim\limits_{x\to a}(gof)(x) = b$

2. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\tan x}{x}$ est égale à

a) $-\infty$; b) 0 ; c) -1 ; d) 1.

3) Soit n un entire naturel non nul.

La dérivée de la function $x \to (3x-1)^n$ sur $\mathbb{R}$ est :

a) $x \to (3x-1)^{n-1}$; b) $x \to 3n(3x-1)^{n-1}$; c) $x \to (3x-1)^{n-1}$; d) $x \to n(3x-1)^{n-1}$

4) x est un nombre reel, $(Cosx + iSin\,x)^{10}$ alors:

a) $(cosx)^{10} - (sinx)^{10}$; b) $cos(x^{10}) + isin(x^{10})$;

c) $cos(10x) + i\,sin(10x)$; d) $cos^{10}(x) + i\,sin(10x)$

EXERCICE 2 (2 points)

Écris le numéro de chaque affirmation suivi de vrai si l'affirmation est vraie ou de Faux si l'affirmation est fausse.

N°	Affirmation
1	La fonction $x \to -\text{Sinx Cos}^4$ a pour primitive la fonction $x \to 2 + \text{Cos}^5$ sur R.
2	Si $\lim\limits_{\substack{x\to x_0 \\ >}} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = +\infty$ alors (C_f) admet une demi-tangente horizontale au point d'abscisse x_0
3	La fonction $x \to 2x - \sqrt{2x+4}$ est dérivable en -2
4	La fonction g définie sur R par :$g(x) = \begin{cases} 3 + x, & \text{si } x \leq -1 \\ x^2 + x, & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$ est continue en -1

EXERCICE 3 (3 points)

Dans une région de la côte d'Ivoire, la probabilité qu'il ait une bonne pluviométrie dans la l'année est de 0,8. Lorsque la pluviométrie est bonne, la probabilité d'avoir une bonne récolte sur une exploitation agricole est de 0,9. En revanche lorsque la pluviométrie n'est pas bonne, la probabilité d'avoir une bonne récolte sur une exploitation agricole est 0,3. On considère les événements suivants :

A « la pluviométrie est bonne » et B « la récolte est bonne ».

1. a) Donner chacune des probabilités suivantes : P(A) ; $P_A(B)$ et $P_{\bar{A}}(B)$.

b) Démontre que : P(B) = 0,78

2. Dans cette région, une coopérative villageoise possède trois (03) exploitations agricoles. On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre d'exploitations de cette coopérative ayant une bonne récolte dans l'année.

a) Détermine la loi de probabilité de X (On donnera un arrondi d'ordre 4 des résultats).

b) Justifie que l'espérance mathématique de X est 2,34.

3. M SIEMIN, Président de la coopérative souhaite augmenter à n le nombre des exploitations agricoles de la coopérative.

Détermine la valeur minimale de n pour que la probabilité d'avoir au moins une exploitation agricole ayant une bonne récolte soit supérieure à 0,99.

EXERCICE 4 *(4 points)*

On se propose de chercher les fonctions dérivables $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ solutions de l'équation différentielle $(E): f'(x) + 2f(x) = 2x - 1$.

1. Démontrer que la fonction g définie par $g(x) = x - 1$ est solution de (E).

2. Soit (E') l'équation différentielle : $f'(x) + 2f(x) = 0$.

a) Résoudre (E').

b) Soit k un nombre réel. Démontre que les fonctions $f_k: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ telles que : $f_k(x) = ke^{-2x} + x - 1$ sont solutions de €.

3. a) Soit f une fonction dérivable sur R.

Démontre que si f est solution de (E) alors $f - g$ est solution de (E').

b) En déduire les solutions de (E).

EXERCICE 5 *(5 points)*

On considère la fonction f définie sur]0 ; +∞[$par: \begin{cases} f(0) = 0 \\ f(x) = \frac{x^2}{2} + x - 2xln(x) \; si \;\; x > 0 \end{cases}$

Partie A

On considère la fonction numérique g définie sur]0 ; +∞[par : $g(x) = x - 1 - 2\,ln(x)$.

1. Calculer les limites respectives de g en 0 $et\ en + \infty$.

2. On admet que la fonction g est dérivable sur]0 ; +∞[et on note g' sa dérivée.

a) Déterminer g' et étudier son signe.

b) Déduire de la question précédente le sens de variation de g et dresser son tableau de variations.

3. Vérifier que : $g(1) = 0$.

4. Démontrer qu'il existe un unique réel α tel que :$\alpha \in]3\,;4[\ et\ g(\alpha) = 0$.

Partie B

1. Démontrer que la fonction f est continue à droite en 0.

2. la fonction f est-elle dérivable à droite en 0 ? Justifie.

3. En donner une interprétation graphique

4. Calculer le limite de f en +∞.

5. calculer la limite de $\frac{f(x)}{x}$ quand x tend vers +∞ puis interpréter graphiquement ce résultat.

6. La fonction f est dérivable sur]0 ; +∞[et on note f' sa dérivée.

a) Démontrer que, $\forall x \in]0\,;+\infty[, f'(x) = g(x)$.

b) En utilisant les résultats de la Partie A, déterminer le signe de f'.

c) Dresser le tableau de variation de f.

7. Tracer la courbe (C_f) de f.

8. Soit t un nombre réel tel que : $0 < t < 1$.

a) En utilisant une intégration par parties, calculer l'aire $A(t)$ de la partie du plan comprise entre la courbe (C_f) et les droites d'équations $x = t$ et $x = 1$.

b) Calculer la limite de $A(t)$ quand t tend vers 0.

EXERCICE 6

(5 points)

Une entreprise fabrique et vend des téléphones portables. Sa capacité journalière de production est comprise entre 0 et 18 portables. On suppose que toute la production est vendue. Le coût de production en milliers de francs de x téléphones portables est donné par :

$C(x) = x^3 - 25x^2 + 280x + 400$. La recette de la vente de x téléphones portables est

$R(x) = 480x - 20x^2$. L'entreprise veut réaliser un bénéfice maximal.

En tant que stagiaire dans cette entreprise, le Directeur te demande de déterminer le nombre de téléphones portables à produire par jour pour que le bénéfice soit maximal.

A l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques, propose une solution au Directeur.

PREPA BAC

MATHÉMATIQUES

FICHE N°6

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/3 et 2/3 et 3/3.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1

(2 points)

Pour chaque ligne du tableau, une seule affirmation est juste. Écris sur ta copie, le numéro de la ligne et la lettre correspondant à l'affirmation juste.

1. Voici la loi de probabilité d'une variable aléatoire X :

x_i	-10	0	10
P_i	0,2	0,3	0,5

a) l'espérance mathématique de cette variable est 3.
b) l'espérance mathématique de cette variable est -3.
c) l'espérance mathématique de cette variable est 0.

2. Pour tout $a > 0, ln3a - lna$ est égale à :

a) ln3 b) ln $(2a)$ c) $2lna$

3. $\int_0^1 e^{2x+1}\,dx$ est égale à :

a) $e^3 - 1$ b) $2e^3 - 2e$ c) $\frac{e^3-e}{2}$

4. pour tout réel x, e^{4+2x} est égale à :

a) $(e^2)^{2x}$ b) $(e^{x+2})^2$ c) $e^4 + e^{2x}$

EXERCICE 2

(2 points)

Pour chacune des propositions ci-dessous, dis si elle est vraie **(V)** ou Fausse **(F)** en écrivant sur ta copie par **exemple 1.V** pour dire que la proposition 1 est vraie.

N°	Affirmations
1	A et b sont deux réels et f la fonction définie de $]a\,;b[\to \mathbb{R}$; si f est continue sur l'intervalle fermé $[a\,;b]$ et f dérivable sur $]a\,;b[$, M est un réel positif tel que $\forall x \in\ ]a\,;b[, \lvert f'(x)\rvert \leq M$, alors $\lvert f(b) - f(a)\rvert \leq M\lvert b - a\rvert$
2	La fonction exponentielle est la dérivée de la fonction logarithme népérien.
3	Les solutions sur R de l'équation différentielle $f' = 2f$ sont les fonctions : $x \to ke^{-2x}$ $k \in \mathbb{R}$.
4	Si une suite est minorée et bornée alors elle est convergente.

EXERCICE 3

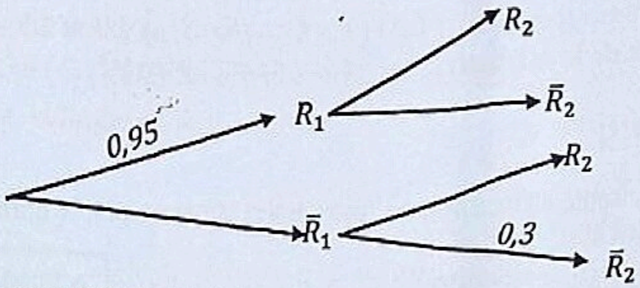
(4 points)

Un patineur participe à une compétition. On s'intéresse à ses deux premiers sauts. Il ne réussit le premier saut que dans 95% des cas. Comme il est émotif, s'il ne réussit pas ce premier saut, il rate le deuxième 3 fois sur 10 ; sinon, si tout va bien au premier saut, il réussit le deuxième dans 90% des cas.

On notera : $\bar{A}$ l'événement contraire d'un événement A, P(A) la probabilité d'un événement A et $P_B(A)$ la probabilité d'un événement A sachant que l'événement B est réalisé.

Soit R_1 l'événement : « le patineur réussit le premier saut ». Soit R_2 l'événement : « le patineur réussit le deuxième saut ».

1. Recopie et complète l'arbre de choix suivant :



2.a) Justifie que $P(R_2) = 0{,}89$

b) Calculer la probabilité de l'événement R_2 sachant que R_1 est réalisé.

c) Calculer la probabilité de l'événement R_2 sachant que R_1 n'est pas réalisé.

3. Déterminer la probabilité de l'événement : C « le patineur réussit les deux sauts ».

4. Manquer le premier saut fait perdre 0,1 point, manquer le deuxième saut fait perdre 0,2 point. Le règlement prévoit que les pénalités s'ajoutent.

Soit X la variable aléatoire donnant le total des pénalités obtenues par ce patineur lors de la compétition.

a) Justifie que l'ensemble des valeurs prises par X est : $\{0\ ;\ 0{,}1\ ;\ 0{,}2\ ;\ 0{,}3\}$.

b) Déterminer la loi de probabilité de X.

c) Calculer l'espérance mathématique de X. Quelle interprétation peut-on en faire.

EXERCICE 4 *(3 points)*

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J).

1. On considère les points A, B et C d'affixes respectives : $a = 2, b = 3 + i\sqrt{3}\ et\ c = 2i\sqrt{3}.$

a) Déterminer une mesure de l'angle $(\widehat{\overrightarrow{BA}\ ;\overrightarrow{BC}})$.

b) En déduire que l'affixe ω *du centre* Ω du cercle circonscrit au triangle ABC est $1 + i\sqrt{3}$.

2. On note (z_n) la suite de nombre complexes définie par : $z_0 = 0\ et\ z_{n+1} = \frac{1+i\sqrt{3}}{2} z_n + 2,$ pour tout entier naturel n. Pour tout entier naturel n, on note A_n le point d'affixe z_n.

a) Démontrer que les points $A_2,\ A_3,\ et\ A_4$ ont pour affixes respectives : $3 + i\sqrt{3}$, $2 + 2i\sqrt{3}$ et $2i\sqrt{3}$. On remarque que : $A_1 = A, \quad A_2 = B\ et\ A_3 = C$

b) Comparer les longueurs des segments $[A_1A_2]$, $[A_2A_3]$ et $[A_3A_4]$.

c) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z = \frac{1+i\sqrt{3}}{2} z + 2.$

d) Établir que pout tout entier naturel n, on a : $z_{n+1} - \omega = \frac{1+i\sqrt{3}}{2}(z_n - \omega)$ où ω désigne le nombre complexe définit à la question 1. b). (On utilisera le fait que : $\omega = \frac{1+i\sqrt{3}}{2}\omega + 2$).

e) Déterminer la forme exponentielle de $\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$.

f) Justifier par récurrence que, que pour tout entier naturel n, on a : $A_{n+6} = A_n$.

g) Déterminer l'affixe du point A_{2020}.

EXERCICE 5 (5 points)

Partie A

Soit h la fonction numérique dérivable et définie sur R par : $h(x) = \frac{x-1}{e^x} + 2$.

1. Calculer les limites de h $en - \infty$ et $en + \infty$.
2. On désigne par h' la fonction dérivée de la fonction h.
   a) pour tout nombre réel x, calculer $h'(x)$ puis étudier son signe suivant les valeurs de x.
   b) Étudier le sens de variation de h et dresser son tableau de variation.
3. a) Démontrer que l'équation $h(x) = 0$ admet une solution unique dans l'intervalle $]-\infty; 2[$
   b) On note α cette solution. Justifie que : $-0{,}38 < \alpha < -0{,}37$.
4. Démontre que : $\forall x \in]-\infty ; \alpha[, h(x) < 0$ et $\forall x \in]\alpha ; +\infty[, h(x) > 0$.

Partie B

Soit la fonction f dérivable et définie sur R par :$f(x) = 2x + 1 - xe^{-x}$.
On notera (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
(Unité graphique 1 cm).

1. a) Calculer la limite de f en $+\infty$.
   b) Calculer la limite de $f(x)$ et $celle$ de $\frac{f(x)}{x}$ lorsque x $tend$ $vers$ $- \infty$.
Donne une interprétation graphique des résultats.
2. a) Justifier que f est une primitive de h sur $\mathbb{R}$.
b) En déduire le sens de variation de f puis dresser son tableau de variation.
3. a) Démontrer que la droite (D) d'équation $y = 2x + 1$ est une asymptote à (C) en $+\infty$.
b) Étudier les positions relatives de (C) et (D)
4. a) Démontrer qu'une équation de la tangente (T) à (C) au point J est : $y = x + 1$
b) Étudier les positions relatives de (C) et (T).
5. Construire (D), (T) et (C). On prendra $\alpha = -0{,}38$.
6. a) Déterminer les réels a et b tels que la fonction P définie sur $\mathbb{R}$ par $P(x) = (ax + b)e^{-x}$.
Soit une primitive sur R de la fonction :$x \to -xe^{-x}$.
b) En déduire la primitive F de f sur R qui prend la valeur $\frac{2}{e}$ en 1.

EXERCICE 6 (4 points)

A la fin du premier trimestre, afin de les exhorter à bien travailler, le directeur du cours du soir la clef présente aux élèves de terminale les résultats des 6 derniers années au baccalauréat. Ces résultats sont donnés dans le tableau ci-dessous.

Années	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Rang X de l'année (x_i)	1	2	3	4	5	6
Nombre Y d'admis ((y_i)	405	458	460	525	586	612

Le directeur note une hausse des résultats chaque année et souhaite que cette tendance se maintienne. De retour en classe, les élèves veulent savoir, dans le cas où la tendance se maintenait, quelle serait une estimation du nombre d'admis en 2019.
En utilisant tes connaissances en statistique, détermine une estimation du nombre d'admis en 2019.

PREPA BAC

MATHÉMATIQUES

FICHE N°7

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/3 et 2/3 et 3/3.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1

(2 points)

Recopie le numéro de chacune des propositions ci-dessous et réponds par Vrai si elle est Vraie ou par Faux si elle est fausse. Exemple : 1- Faux

N°	Propositions
1	La limite en $+\infty$ de la function $x \to e^x$ est égale à 0.
2	$\lim\limits_{x\to 0} \frac{\text{Cos}x-1}{x} = 0$
3	Le nombre complexe $z = 0$ a pour argument 0.
4	Deux événements A et B d'un univers Ω sont indépendants lorsque $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.
5	a étant un nombre reel strictement positif et $n \in \mathbb{N}$, on a: $\ln(\sqrt{a^n}) = \frac{n\ln a}{2}$.

EXERCICE 2

(2 points)

Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, une réponse est vraie. Écris sur ta feuille de copie le numéro de chaque ligne et la lettre de la colonne permettant d'avoir l'affirmation vraie.

N°	Affirmations	A	B	C
1	z_1 et z_2 étant des nombres complexes non nuls. On pose : $z = z_1 + iz_2$, le conjugué de z est	$\bar{z} = z_1 - z_2$	$\bar{z} = z_1 + \bar{z}_2$	$\bar{z} = \bar{z}_1 - \bar{z}_2$
2	La fonction $x \to \ln(x + \sqrt{x^2+1})$ est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ et sa fonction dérivée est la fonction	$x \to \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$	$x \to \frac{1}{x+\sqrt{x^2+1}}$	$x \to \frac{1}{2(x+\sqrt{x^2+1})}$
3	Si $\forall x \in]a\,;+\infty[, g(x) \leq f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$, alors	$\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$	$\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = \textcircled{+}\infty$	$\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = 0$
4	La solution de l'équation $x \in \mathbb{R}, e^{2x} - e = 0$	e	$\sqrt{e}$	$\frac{1}{2}$

EXERCICE 3

(4 points)

(On arrondira tous les résultats des probabilités à l'ordre 3).

Une étude statistique a montré que dans une commune d'Abidjan, les individus âgés de plus de 60 ans représentent 30% de la population de cette commune.

- 80% des individus âgés de plus de 60 ans ont été vaccinés contre le « Covid-19 » ;
- 15% des individus âgés de moins de 60 ans ont été vaccinés contre le « Covid-19 ».

On choisit, au hasard une personne de cette population et on considère les événements suivants :

A : « La personne est âgée de plus de 60 ans » e

V : « La personne est vaccinée contre le Covid-19 ».

$\bar{A}$ et $\bar{V}$ étant les événements contraires de A et V.

1. a) Précise P(A), $P_A(V)$ et $P_{\bar{A}}(V)$.

b) Construis un arbre pondéré traduisant la situation.

c) Justifie que $P(A \cap V) = 0{,}24$.

d) Démontre que la probabilité pour qu'une personne soit vaccinée est égale à 0,345.

2) la personne choisie étant vaccinée, quelle est la probabilité pour qu'elle soit âgée de moins de 60 ans.

3) On choisit au hasard 10 personnes agées de plus de 60 ans.
On suppose que la population contient suffisament d'habitants pour que l'on puisse assimiler ce choix à un tirage successif avec remise de 10 personnes.

a) Montre que la probabilité pour que deux exactements d'entre elles soient vaccinées est égale à 0,288.

b) Calcule la probabilité qu'au moins une d'entre elles soit vaccinée.

EXERCICE 4 (4 points)

Dans le plan rapporté à un repère orthogonal direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère la suite des points M_n de coordonnées $(x_n\ ,\ y_n)$ définies par récurrence de la manière suivante

$$\begin{cases} x_{n+1} = -\frac{1}{2}y_n + 1 \\ y_{n+1} = \frac{1}{2}x_n - \frac{1}{2} \end{cases}$$

1. Démontre par récurrence que si M_0 est le point $\Omega(1; 0)$ alors pour tout entier naturel n, $M_n = M_0$

2. a) Déterminer les points $M_0, M_1, M_2, M_3.$

b) Montrer que les droites (M_0M_1) et (M_2M_3) sont parallèles.

c) Montrer que les droites (M_0M_2) et (M_1M_3) sont perpendiculaires.

(On prendra $M_0(5; 4)$).

3. On se propose que de généraliser les résultats précédents. On suppose que le point M_0 fixé est distinct du point Ω de coordonnées (1 ; 0). Soit $z_n = x_n + iy_n$ l'affixe du point M_n.

a) Montrer que pour tout entier naturel $n, z_{n+1} = \frac{1}{2}iz_n + 1 - \frac{1}{2}i.$

b) On pose $Z_n = z_n - 1$. Démontrer que pour tout entier naturel $n, Z_{n-1} = \frac{1}{2}iZ_n$

c) On note d_n la distance de Ω à M_n. $d_n = \Omega M_n$.
Calculer d_n en fonction de n et d_0 où $d_0 = \Omega M_0$.

d) Déterminer une mesure de l'angle $(\overrightarrow{\Omega M_n}, \overrightarrow{\Omega M_{n+1}})$.

EXERCICE 5 (4 points)

Soient f et g deux fonctions définies et dérivables sur l'intervalle $]0;\ +\infty[$ telles que pour tout réel x de cet intervalle : on donne les fonctions suivantes :
$f(x) = (x - e)(lnx - 1)$ et $g(x) = lnx - \frac{e}{x}$. Unite graphique 2cm.

1. Démontrer que la function g est strictement croissante sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$.

2. Calculer g(e) et grace à la question 1, donne le signe de g(x) pour tout x strictement positif.

3. Détermine les limites de la function f en 0 en $+\infty$.

4. On note f' la dérivée de f $démontre\ que$ $f'(x) = g(x)$ pour tout nombre reel x strictement positif.

5. Etablir le tableau de variation de la fonction f.

6. Soit F la function définie et derivable sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ telle que pour tout reel x de cet intervalle: $F(x) = \frac{x^2}{2} - ex)lnx + 2ex - \frac{3}{4}x^2$. Démonter que la function F est une primitive de la function f sur $]0\ ;\ +\infty[$.

7. On considère le domaine délimité par la coupe (C_f), l'axe des abscisses et les droites équations $x = 1\ et\ x = e$.

a) Hachurer ce domaine sur le dessin.

b) Calculer la valeur exacte de $\int_1^e f(x)dx$.

c. En déduire une valeur approchée arrondie au centimeter de l'aire du domaine exprimée en cm^2

EXERCICE 6 *(4 points)*

Lors d'une conférence organisée dans votre établissement sur les effets de la consommation d'alcool sur l'organisme chez les jeunes, le conférencier a donné, entre autres, les informations suivantes :

- Les recherches scientifiques démontrent clairement que l'alcool altère la capacité de conduire un véhicule en toute sécurité et, par conséquent, augmente les risques d'accident.
- la concentration C d'alcool dans le sang (taux d'alcoolémie) pour un individu de corpulence moyenne, en fonction du temps t après une ingestion d'une boisson alcoolisée peut être modélisée par la fonction C définie sur $[0; +\infty[$ par : $C(t) = 2te^{-t}$; où C(t) est exprimée en gramme par litre (g/L), C '(t) la dérivée de C(t) est la vitesse d'apparition d'alcool dans le sang et t est en heure.
- Selon la législation le taux de concentration maximale d'alcool dans le sang pour un jeune conducteur est de 0,2 g / L.

De retour à la maison, vous trouvez votre frère aîné âgé de 20 ans, de corpulence moyenne, conducteur d'un véhicule de transport commun buvant deux verres d'une boisson alcoolisée. Inquiet, vous chercher à déterminer l'instant auquel la concentration d'alcool dans sang sera maximal et à déterminer la durée d'attente nécessaire qu'il devra observer pour que son taux d'alcoolémie soit inférieure à 0,2 g / L.

Détermine l'instant auquel la concentration d'alcool sera maximale dans le sang du jeune conducteur.

PREPA BAC

MATHÉMATIQUES

FICHE N°8

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/3 et 2/3 et 3/3.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

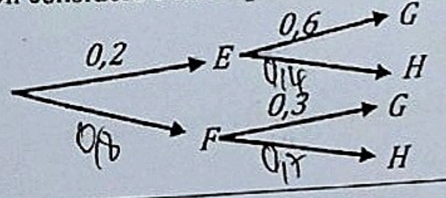
EXERCICE 1 (2 points)

Pour chacune des propositions suivantes, dis si elle est vraie (V) ou Fausse (F). Exemple: 5-V

N°	
1	L'ensemble de définition de la fonction h définie par : $h(x) = \ln(\frac{x-1}{2x-1})$ est l'intervalle $]\frac{1}{2} ; 1[$
2	Si F et G sont deux événements indépendant tels que $P(F) = 0,75$ et $P(G) = 0,2$ alors $P(F \cup G) = 0,8$
3	f et g sont deux fonctions telles que : $\forall x \in]0 ; +\infty[, f(x) \leq g(x)$. Si $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = -\infty$ alors $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$
4	Pour tout nombre réel, $(\frac{e^{i\theta}+e^{-i\theta}}{2})^2 + (\frac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{2i})^2 = 1$

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacune des propositions suivantes, indique le numéro suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse. **Exemple : 5-c.**

N°	Propositions	Réponses	
1	$\lim\limits_{x \to 1} \frac{\ln x}{x^2-1}$ est égale à :	A	$\frac{1}{2}$
		B	0
		C	$+\infty$
2	Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé, on donne $E(-2+1)$ et $F(-4)$ l'ensemble des points $M(z)$ tels que : $\lvert z+2-i \rvert = \lvert z+4 \rvert$ est	A	Le cercle de centre E et de rayon 4
		B	Le cercle de diamètre [EF]
		C	La médiatrice du segment [EF]
3	X est une variable aléatoire qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 5$ et $P = \frac{3}{4}$ alors variable V(X) est égale à :	A	$\frac{15}{4}$
		B	$\frac{15}{16}$
		C	$\frac{3}{16}$
4	On considère l'arbre pondéré ci-dessous. 	A	$P_H(F) = 0,7$
		B	$P_H(F) = 0,56$
		C	$P_H(F) = 0,875$

EXERCICE 3 (4 points)

A) Soit la fonction définie de [2; +∞[vers R par $f(x) = \frac{6x^2+22x+20}{x^2+5x+6}$.

1. Calculer $f(2) puis \lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

2. Démontrer que : $\forall x \in [2\,;\, +\infty[, f(x) = 6 - \frac{8x+16}{x^2+5x+6}$.

3. a) Démontrer que : $\forall x \in [2;\, +\infty[, f'(x) = \frac{8(x+2)^2}{(x^2+5x+6)^2}$

b) Dresser le tableau de variation de f.

B) Une urne contient un jeton marqué 1, deux jetons marqués 2 et n jetons marqués 3, n étant un entier naturel supérieur ou égal à 2.
On tire simultanément deux jetons de l'urne. On suppose que les tirages sont équiprobables.
On désigne par X la variable aléatoire égale à la somme des points marqués sur les deux jetons extraits de l'une.

1. a) Exprimer les valeurs prises par X.

b) Déterminer la loi de probabilité de X

2. Soit E(X) l'espérance mathématique de X.

a) Démontrer n pour que $E(X) = \frac{6n^2+22n+20}{n^2+5n+6}$.

b) Déterminer n pour que E(X) soit égale à 5.

c) Déduire de la partie A que : $4{,}4 \leq E(X) \leq 6$. Donner une interprétation de cet encadrement.

EXERCICE 4 (4 points)

Un pharmacien observe, durant les dix premiers mois de l'ouverture de son officine, le chiffre d'affaires en millions de francs CFA. Le résultat de l'observation est résumé dans le tableau suivant où X désigne le numéro du mois et Y le chiffre d'affaires correspondant.

X	1	2	3	4	5	6
Y	12	13	15	19	21	22

1. Calculer les moyennes $\overline{X}$ et $\overline{Y}$ respectivement des variables X et Y.

2. Représenter graphiquement le nuage de points de cette série statistique double ainsi que le point moyen G. (unité 2cm en abscisse et 1 cm en ordonnées).

3. Calculer la variable V(X) et la covariance COV(X, Y). Les résultats seront donnés sous forme de fraction irréductible).

4. Démontrer qu'une équation de la droite de régression (D) de Y en fonction de X est :
$Y = \frac{78}{35}x + 9.2$

5. Tracer la droite (D)

6. En utilisant la droite (D), calculer une estimation du chiffre d'affaires de cette pharmacie à la fin du septième mois.

EXERCICE 5 (4 points)

On considère la fonction f dérivable et définie sur]0 ; +∞[$par: \begin{cases} f(0) = 0 \\ f(x) = -x + xlnx, si\ x > 0 \end{cases}$

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique 2 cm.

1. a) Calcule $f(1) et\ f(2)$

b) Calcule les limites en $+\infty\ de\ f(x) et\ de\ \frac{f(x)}{x}$.

c) Interprète graphiquement les résultats.

2. a) Démontrer que f est continue en 0.

b) Démontrer que $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} \frac{f(x)-f(0)}{x} = -\infty$. Interprète graphiquement le résultat.

c) La fonction f est- elle dérivable en 0 ? Justifie ta réponse.

3. on admet que f est dérivable sur]0 ; +∞[.

a) Démontre que : $\forall \in]0; +\infty[, f'(x) = lnx$.

b) Détermine le sens de variation de f et dresse son tableau de variation.

4. Détermine une équation de la tangente au point d'abscisses . .

5. Trace (C) et la tangente (T) dans le repère (O, I, J).

6. Soit λ un nombre réel tel que $0 < \lambda < 1\ et\ \mathcal{A}(\lambda)$ l'aire en cm^2 de la partie limitée du plan par la courbe, la droite (OI) et les droites d'équations $x = \lambda\ et\ x = e$

a) Démontre, à l'aide d'une intégration partie que : $\boldsymbol{\mathcal{A}(\lambda) = e^2 + (-3 + 2ln\lambda)\lambda^2 cm^2}$.

b) Détermine la limite de $\mathcal{A}(\lambda)$ lorsque λ tend vers 0.

EXERCICE 6 (4 points)

Une usine fabrique et commercialise des jeux électroniques assez fragiles. Sa capacité journalière de production est comprise entre 10 000 et 20 000 jeux. On suppose que toute la production est testée pour repérer les jeux défaillants. Le contrôle de qualité sur plusieurs jours révèle que pour la production de x jeux, exprimé en dizaine de milliers, le nombre de jeux défaillants est modélisé sur l'intervalle$[1 ; 2]$ par la fonction définie comme suit :

$m(x) = 2e^{x-2} - x + \frac{2}{5}$.

Le directeur de l'usine veut réduire le nombre de produits défaillants. Il cherche donc à savoir le nombre de jeux à fabriquer qui engendrait le minimum de perte en terme de jeux défaillants. N'ayant pas les compétences requises pour effectuer les calculs, il te demande de l'aide.

Détermine la production journalière à l'unité près qui engendre le minimum possible de jeux défaillants.

PREPA BAC

MATHÉMATIQUES

FICHE N°9

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/3 et 2/3 et 3/3.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 *(2 points)*

Pour chacune des propositions suivantes, dis si elle est vraie (V) ou Fausse (F). Exemple: 5-V

N°	Propositions
1	La fonctionf définie sur $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ par: $f(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$ admet un prolongement par continuité en 1.
2	M est un point d'affixe $z = \sqrt{2} - i\sqrt{2}$. Une forme trigonométrique de z est $2\left(\cos\frac{\pi}{4} - i\sin\frac{\pi}{4}\right)$.
3	pour $0 < x < 2$, la fonctionx → $(2-x)^x$ est équivalente à la fonction x → $e^{x\ln(2-x)}$
4	Si u et v sont deux fonctions dérivables telles que la fonction f définie par :$f(x) = (v o u)(x)$ est dérivable sur un intervalle K alors $\forall x \in K$; $f'(x) = v'(x) \times (u' o v)(x)$.

EXERCICE 2 *(2 points)*

Pour chacune des propositions suivantes, indique le numéro suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse. **Exemple : 5-c.**

N°	Propositions	Réponses	
1	si A et B sont deux évènements indépendants de probabilités non nulles, alors	A	$A \cap B = \emptyset$
		B	$P_A(B) = P(B)$
		C	$P(A \cup B) = P(A) \times P(B)$
2	On pose z = lny. La calculatrice donne l'équation de la droite d'ajustement dez en x: z = 0,28x + 179. La courbe d'ajustement que l'on en déduit pour y en fonction de x a pour équation :	A	$y = 1{,}79e^{0{,}28x}$
		B	$y = 6e^{0{,}28x}$
		C	$y = e^{0{,}28x+1{,}79}$
3	Le système d'équation dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ définie par : $\begin{cases} 5\ln x + 2\ln y = 8 \\ 4\ln x - 3\ln y = 11 \end{cases}$ a pour soluition	A	$\left(e^2; \frac{1}{e}\right)$
		B	$\left(\frac{1}{e}; e^2\right)$
		C	$(e^{-2}; e^{-1})$
4	Si (u_n) est une suite arithmétique de raison -0,5 et si $u_2 = 7$, alors u_n est égal à	A	$8 - 0{,}5n$
		B	$7 - 2n$
		C	$7 - 0{,}5n$

EXERCICE 3 (4 points)

Soit l'équation différentielle $(E): y' + 3y = 2e^{-x}$.

1. Détermine le nombre réel a pour que la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = ae^{-x}$ soit solution de (E).

2. Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle $(E') : y' + 3y = 0$

3. Montrer qu'une fonction f est solution de l'équation différentielle (E) si et seulement si la fonction $f - g$ est solution de l'équation différentielle (E').

4. En déduire les solutions de (E).

EXERCICE 4 (4 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J). Soient A(2 ; 2), B(-4 ; 2) et C(2 ; -1) trois points du plan.

1. Faire une figure et démontrer que ABC est un triangle rectangle.
2. Soit la similitude directe S du plan de centre A telle que S(B) = C.

a) Démontrer la transformation de C associée à S

b) En déduire l'affixe de l'image C' du point C par S et placer C'.

c) Donner les éléments caractéristique de S.

3. a) Démontrer que A, B et C' sont alignés et que BCC' est un triangle rectangle.

b) Soit (D) la d'équation $y = -\frac{1}{2}x$ et (D') son image par la similitude S. Construire les droites (D) et (D').

c) Ecrire une équation cartésienne de (D').

EXERCICE 5 (4 points)

Soit f la fonction dérivable et définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{e^x}{x} + e^x lnx$.

On désigne par (C) la représentation graphique de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthogonal

(O ; I ; J) d'unité graphique 4 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm sur l'axe des ordonnées.

PARTIE A

1. Calculer la limite de f en $+\infty$.

2. a) Démontrer que pour tour nombre réel x strictement positif, $f(x) = \frac{e^x}{x}(xlnx + 1)$.

b) En déduire la limite de f en 0.

c) Justifier que (C) admet une asymptote (D) dont on précisera une équation.

PARTIE B

Soit g la fonction dérivable et définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par : $lnx + \frac{2}{2} - \frac{1}{x^2}$.

1. on désigne par g' la dérivée de la fonction g.

a) Justifier que pour tout nombre réel strictement positif x, $g'(x) = \frac{x^2-2x+2}{x^3}$.

b) Étudier le signe de $g'(x)$. En déduire que la fonction g est strictement croissante sur $]0; +\infty[$. L'étude des limites n'est pas demandée.

PREPA BAC

MATHÉMATIQUES

FICHE N°10

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/3 et 2/3 et 3/3.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 *(2 points)*

Pour chacune des propositions suivantes, dis si elle est vraie (V) ou Fausse (F). Exemple: 5-V

N°	propositions
1	$\sqrt{3} - 3i = 2\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{3}}$
2	X étant une variable aléatoire prenant les valeurs $X_1, X_2, \ldots, x_n$, avec les probabilités respectives $P_1, P_2, \ldots, P_n$ et E(X) étant noté m : On appelle écart-type de X le nombre réel positif noté $\sigma(X)$ tel que $\sigma(X) = \sqrt{x_1^2P_1 + x_2^2P_2 + \cdots x_n^2P_n - m^2}$
3	Soient a et b deux nombres réels tels que $a < b$. D'après le théorème des accroissements finis sur [a ;b], $\lvert\sin b - \sin a\rvert \leq \lvert b - a\rvert$
4	Les primitives de la fonction $x \to \frac{1}{x^3} - \frac{2}{x^2} + \frac{3}{2x^3}$ sur $]-\infty; 0[$ sont les fonctions de la forme : $x \to -\frac{1}{2x^2} + \frac{2}{x} + \frac{1}{2x^3} + c \ (c \in \mathbb{R})$.

EXERCICE 2 *(2 points)*

Pour chacune des propositions suivantes, indique le numéro suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse. **Exemple : 5-c.**

N°	Affirmations	A	B	C
1	Soit f la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x}$ et $\lim\limits_{x \to 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = +\infty$ alors	(C_f) admet une demi-tangente horizontale	(C_f) admet une asymptote en $+\infty$	(C_f) admet une demi-tangente verticale
2	$\lvert -1 - 4i \rvert$ est égale à	$\sqrt{5}$	$\sqrt{17}$	$-\sqrt{17}$
3	Soit z un nombre complexe tel que $z = x + iy$ (x et y réels). Si z est un imaginaire pur, alors	$\lvert z\rvert^2 = -y^2$	$\lvert z\rvert^2 = y^2$	$\lvert z\rvert^2 = z^2$
4	Soit X et Y deux éléments de $[0; +\infty[$. On a $x^n = y$ équivaut à	$x = \sqrt[\frac{1}{n}]{y}$	$x = \sqrt[n]{y}$	$x = y^{-\frac{1}{n}}$

EXERCICE 3 *(4 points)*

Pour une marque de téléphone portable donnée, on s'intéresse à deux options de dernière technologie proposées, le GPS et le WIFI. Sur l'ensemble des téléphones portables, 40% possèdent l'option GPS. Parmi les téléphones avec l'option GPS, 60% ont l'option WIFI. Choisit au hasard un téléphone portable de cette marque et on suppose que tous les téléphones ont la même probabilité d'être choisis.

On considère les événements suivants :

G : « le téléphone possède l'option GPS »

W : « le téléphone possède l'option WIFI ».

Dans tout l'exercice, le candidat donnera des valeurs exactes.

1. Calculer les probabilités suivantes : P(G), $P_G(W)$.

2. Déterminer la probabilité de l'événement « le téléphone possède les deux options ».

On suppose que la probabilité de W est : P(W) = 0,7.

3. Démontrer que $P_{\bar{G}}(W) = \frac{23}{30}$.

4. On choisit un téléphone avec l'option WIFI. Quelle est la probabilité qu'il ne possède pas l'option GPS ?

5. Le cout de revient par téléphone d'une option, pour le fabricant de téléphones, est de 8400F pour l'option GPS et de 4200 F pour l'option WIFI. On note X la variable aléatoire égale au coût de revient de ces deux options.

a) Déterminer la loi de probabilité de X.

b) Calculer l'espérance mathématique de X. Interpréter le résultat.

EXERCICE 4 *(4 points)*

Soit (u_n) la suite définie par : $\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = \frac{9}{6-u_n}, \forall n \in \mathbb{N}. \end{cases}$

Dans le plan rapporté au repère orthonormé (O, I, J), la courbe (C) ci-dessous représente la fonction f définie sur $]-\infty\,;6[$ par : $f(x) = \frac{9}{6-x}$.

1. a) construis la courbe (C) et de droite (D) d'équation $y = x$, placer les termes u_0 , u_1, u_2 et u_3 sur l'axe (OI). Quelle conjecture peut-on faire quant à la convergence de la suite (u_n)?

2. Démontrer par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}, u_n < 3$.

3. On considère la suite (v_n) définie sur N par : $v_n = \frac{1}{u_n - 3}$.

a) Démontrer que la suite (v_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme.

b) exprimer v_n *et* u_n *en fonction de n*.

c) Calculer la limite de la suite (v_n) *puis celle de la suite* (u_n).

EXERCICE 5 *(4 points)*

Partie A

Soit la fonction g définie sur$]-1\,; +\infty[$ *par*: $g(x) = e^x - x - 1$.

1. Étudier les variations de g

2. Déterminer le signe de $g(x)$.

Partie B

f est la fonction définie sur $]-1\,; +\infty[$ *par*: $f(x) = e^{-x} + ln(x+1)$.

On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J). unité graphique : 4 cm.

1. Calculer les limites de f *en* -1 *et* $+\infty$.

2. a) Démontrer que $f'(x)$ a le même signe que $g(x)$ pour tout x de $]-1\,; +\infty[$.

b) Étudier les varions de f et dresser son tableau de variation

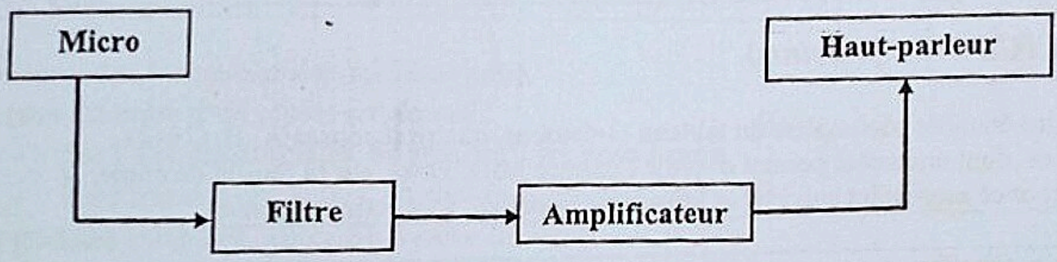
3.a) Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α et que $-1 < \alpha < 0$.
b) Donner une valeur approchée de α à 10^{-1} près.
4. Tracer (C)

Partie C

Soit $I = \int_{\alpha}^{0} f(x)\,dx$.
1. Interpréter graphiquement I.
2. Calculer I à l'aide d'une intégration par partie. (On pourra remarquer que : $\frac{x}{x+1} = 1 - \frac{1}{x+1}$).
3. Démontrer que : $I = \alpha - 1 + (\alpha + 2)e^{-\alpha}$

EXERCICE 6 *(4 points)*

A l'approche des fêtes de paques, un responsable d'une structure de sonorisation, se rend en ville avec son fils pour acheter des microphones, des filtres, des amplificateurs et des haut-parleurs. Les résistances et les condensateurs sont des composants électriques utilisés dans le domaine du son pour concevoir des filtres. Placé en sortie d'un microphone, un filtre atténue plus ou moins les sons selon leur fréquence f, exprimée en Hertz (Hz).



Dans le magasin où rentre le responsible de sonorisation, on peut lire comme indicatif sur le filtre:

- Son grave de fréquence $f = 100$; $Z_R = 10$.
- Son aigu de fréquence $f = 1000\sqrt{3}$; $Z_R = 10$

Pour un filter donné, l'attenuation d'un son se calcule à l'aide des deux nombres complexes Z_R *et* Z_C *tel que* $Z_C = -\frac{1000\sqrt{3}}{f}i$.

Le gain du filter est donné par le nombre complexe Z_G définie par $Z_G = \frac{Z_C}{Z_R+Z_C}$. La valeur exacte du gain du filter est déterminée par le module du nombre complexe Z_G.
Un filter est en bon état lorsque le gain du filter d'un son grave est supérieur à celui d'un son aigu. Le responsable veut acheter un filter de bonne qualité. Pour cela, il decide de tester le filter mais malheureusement il y a coupure de courant. Ce dernier te rencontre et te sollicite ton aide. Vérifie la qualité du filter à l'aide de calcul afin de répondre à la preoccupation du Monsieur.

PREPA BAC

MATHÉMATIQUES

FICHE N°11

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/3 et 2/3 et 3/3.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 *(2 points)*

Pour chaque énoncé, écris vrai si l'énoncé est vrai ou Faux si l'énoncé est faux.
Aucune justification n'est demandée.

N°	Énoncé
1	La fonction g définie par $g(x) = xe^x$ est solution de l'équation différentielle $(E) = y' - 2y = e^x$
2	Sur ℝ, une primitive de la fonction f définie par :$f(x) = \ln x$ est la fonction G définie par $G(x) = x\ln x - x + 2$
3	La suite numérique (v_n) définie par : $v_{n+1} = v_n - 2n + 3$ est donnée sous la forme explicite.
4	M est le point d'affixe $z = \sqrt{2} - \sqrt{2}\,i$. Une forme trigonométrique de z est $2(\cos\frac{\pi}{4} - i\sin\frac{\pi}{4})$

EXERCICE 2 *(2 points)*

Pour chacun des énoncés incomplets du tableau ci-dessous, quatre réponses A, B, C et D Sont proposées dont une seule permet d'avoir l'énoncé juste. Écris, sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé incomplet suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

N°			
1	Soit une série statistique à deux variables (X,Y). Soit (D) la droite de régression de x en y d'équation $x = ay + b$.	A	$a = -\text{cov}(X,Y)$
		B	$a = \frac{\text{cov}(X,Y)}{V(y)}$
		C	$a = \frac{\text{cov}(X,Y)}{V(x)}$
		D	$a = \frac{\text{cov}(X,Y)}{\overline{y}}$
2	Soit f la définie sur R par $f(x) = (x-1)e^{2x}$	A	$f'(x) = 2(x+1)f(x)$
		B	$f'(x) = f(x)$
		C	$f'(x) - 2f(x) = e^{2x}$
		D	$f'(x) - 2f(x) = 0$
3	On considère trois suites (u_n), (v_n) et (w_n) qui vérifient la propriété suivante : « pour tout entier naturel strictement positif, $u_n \leq v_n \leq w_n$ ». si pour tout $n > 0, u_n = \frac{2n^2-1}{n^2}$ et $w_n = \frac{2n^2+3}{n^2}$, on peut en déduire que :	A	$\lim\limits_{n\to+\infty} w_n = 0$
		B	$\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = 0$
		C	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 2$
		D	(v_n) n'a pas de limite
4	la translation de vecteur u d'affixe $-1 + 2i$ a pour écriture complexe :	A	$z' = z + (-1 + 2i)$
		B	$z' = z - 1 + 2i$
		C	$z' = (-1 + 2i)z$
		D	$z' = -z - 1 + 2i$

EXERCICE 3 (3 points)

La fonction f définie sur [0 ; 3] par : $f(x) = \frac{2}{1+x}$.

1. Montrer que f réalise une bijection strictement décroissante de [0 ; 3] sur [0,5 ; 2].

2. La suite (u_n) est définie par $u_0 = 3$ et pour tout $n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = f(u_n)$. Démontrer par récurrence que pour $n \in \mathbb{N},\ 0 \leq u_n \leq 3$.

3. La suite (v_n) est définie pour tout $n \in \mathbb{N}, par\ v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 2}$

a) Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique.

b) Exprimer v_n en fonction de n.

c) Exprimer u_n en fonction de n.

d) En déduire les limites des suites $(u_n) et\ (v_n)$.

EXERCICE 4 (4 points)

L'évolution du prix, en F CFA, du kilogramme d'une certaine variété de riz est donnée par le tableau suivant :

Années	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Rangs de l'année (x_i)	1	2	3	4	5	6	7	8
Prix (y_i)	235	260	270	290	295	300	320	360

(On arrondira les résultats au millième près).

Le plan est muni d'un repère orthogonal.

- Sur l'axe des abscisses, on choisira 2 cm pour 1 rang.
- Sur l'axe des ordonnées, on choisira 1 cm pour 10 F CFA.

On graduera l'axe des ordonnées à partir de 230.

1. a) Représenter le nuage de points de cette série statistique double

b) Calculer les coordonnées du point moyen G puis placer le point G dans le repère.

2. a) Démontrer que le coefficient de corrélation linéaire est $r = 0{,}968$.

b) Un ajustement affine peut-il être envisagé ? Pourquoi ?

c) Démontrer qu'une équation de la droite (D) de régression de Y en fonction de X par la méthode des moindres carrés est $(D): y = 15{,}119x + 223{,}215$.

d) Construire la droite (D).

3. Madame Soli et sa famille ont une consommation d'une tonne de cette variété de riz par an. Quel est le budget annuel alloué à l'achat de ce riz par Madame Soli pour l'année 2015 ?

EXERCICE 5 (5 points)

Partie A

On considère la fonction g dérivable et définie sur $]0; +\infty[\ par\ g(x) = e^x + 2lnx$

1. a) Déterminer $\lim_{x \to 0} g(x) \quad et \quad \lim_{x \to +\infty} g(x)$.

b) Calculer $g'(x)$.

c) Étudier le sens de variation de g puis dresser son tableau de variation.

2. a) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha\ sur\ ]0; +\infty[$.

b) Vérifier que : $0{,}4 < \alpha < 0{,}5$

c) Démontrer que : $\begin{cases} \forall x \in]0;\alpha[, g(x) < 0 \\ \forall x \in]\alpha;+\infty[, g(x) > 0 \end{cases}$

Partie B

On considère la fonction f définie sur $[0:+\infty[$ par : $\begin{cases} f(x) = e^x + 2x\ln x - 2x & si\ x > 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$

On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique 4 cm.

1. a) Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$

b) Interpréter graphiquement les résultats.

2. a) Étudier la continuité de f en 0.

b) Démontrer que : $\lim\limits_{x\to 0} \frac{f(x)-f(0)}{x} = -\infty$.

c) La fonction f est- elle dérivable en 0 ? Justifier la réponse.

d) Interpréter graphiquement le résultat de la question 2. b).

3. On admet que f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$.

a) Démontrer que : $\forall x \in]0\,;+\infty[\,; f'(x) = g(x)$.

b) Étudier les variations de f puis dresser son tableau de variation.

4. Tracer la courbe (C) sur l'intervalle [0 ; 2]. (On prendra $\alpha = 0,45$ et on admettra que la courbe (C) coupe la droite (OI) en deux points d'abscisses respectives 0,3 et 0,6).

5. a) On pose $K = \int_1^2 x\ln x\, dx$. A l'aide d'une intégration par parties, démontrer que : $K = 2\ln 2 - \frac{3}{4}$

b) Soit A l'aire en cm^2 de la partie du plan délimitée par la courbe (C), la droite (OI) et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = 2$.

Calculer A puis donner l'arrondi d'ordre 2 du résultat.

EXERCICE 6 *(4 points)*

Lors d'une expérience pendant le cours de chimie dans une classe de TD d'un lycée, un gaz se répand accidentellement dans le laboratoire. L'évolution du taux de gaz dans l'air peut se modéliser par la fonction f définie sur$[0\,;5]$ par $f(x) = (x-2)e^{-x}$ où x est le nombre minutes écoulées depuis le début de l'incident et $f(x)$ est le taux du gaz dans l'air exprimé en ppm (parties pour millions). Le gaz a un effet irritant pour la gorge 3 minutes après que son taux ait atteint sa valeur maximale dans le laboratoire.

Les élèves n'ont pu évacuer le laboratoire avant les 5 minutes qui suivent le début de l'incident. Inquiet, le chef de l'établissement veut urgemment savoir si les élèves ont été affectés par le gaz et sollicite le meilleur élève de ta classe que tu es, pour obtenir une réponse.

À l'aide de tes connaissances mathématiques, réponds à la préoccupation du chef de l'établissement