PREPA BEPC
SESSION : 2023

MATHÉMATIQUES

FICHE N°9

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 (2,5 points)

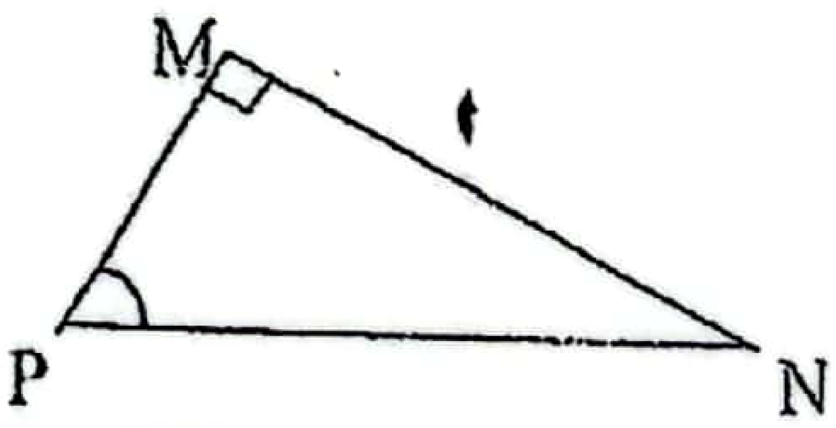
Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, une seule affirmation est vraie.
Écris sur ta copie le numéro de chaque ligne et la lettre de la colonne permettant d'obtenir l'affirmation vraie. **Par exemple, pour la ligne 1, la réponse est : 1-B**

<table>
<tr><th></th><th></th><th>A</th><th>B</th><th>C</th></tr>
<tr><td>1</td><td>Le nombre $\sqrt{6^2}$ est égal à</td><td>12</td><td>6</td><td>36</td></tr>
<tr><td>2</td><td>L'amplitude de l'intervalle $[\,2\,;\,\sqrt{5}]$ est égale à</td><td>$\sqrt{5}-2$</td><td>$2+\sqrt{5}$</td><td>$2-\sqrt{5}$</td></tr>
<tr><td>3</td><td>L'application linéaire f définie par : $f(x)=-5x$ est</td><td>croissante</td><td>décroissante</td><td>constante</td></tr>
<tr><td>4</td><td>On donne le tableau des effectifs d'une série statistique :
<table>
<tr><td>Notes</td><td>$[0;5[$</td><td>$[5;10[$</td><td>$[10;15[$</td><td>$[15;20]$</td><td>Total</td></tr>
<tr><td>Effectifs</td><td>17</td><td>25</td><td>9</td><td>9</td><td>60</td></tr>
</table>
La classe modale de cette série statistique est</td><td>$[15\,;20]$</td><td>25</td><td>$[5;10[$</td></tr>
</table>

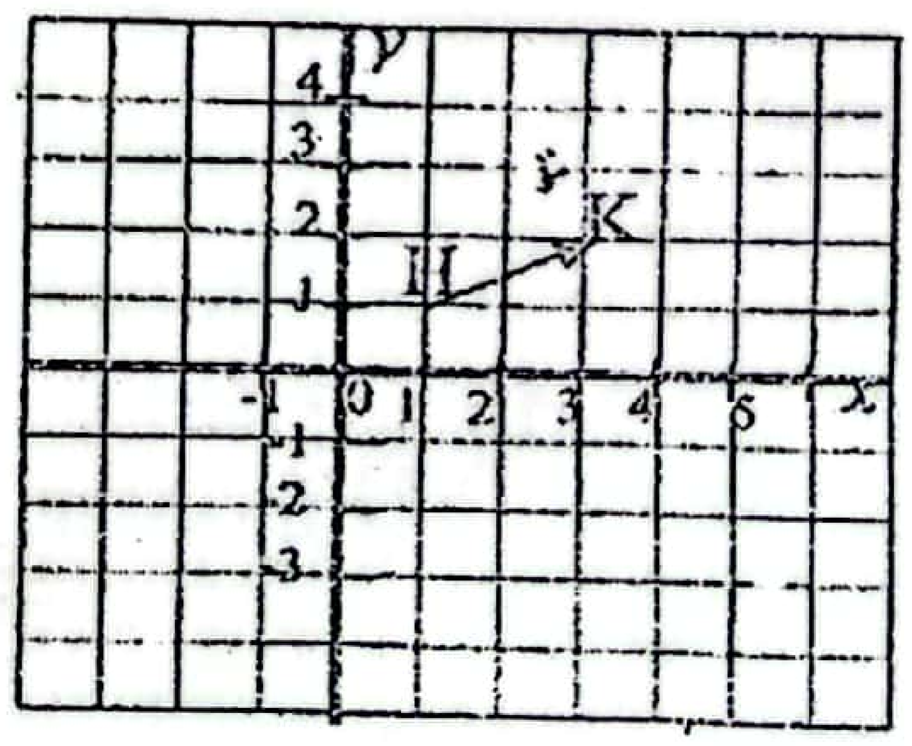
EXERCICE 2 (2,5 points)

Écris sur ta copie le numéro de chacune des affirmations ci-dessous suivi de VRAI si l'affirmation est vraie ou de FAUX si elle fausse.

Par exemple : 1-VRAI.



1. Dans un triangle EFG rectangle en G, on a : $EF^2 = EG^2 + GF^2$.
2. Dans le triangle MNP rectangle en M, on a : $\tan\widehat{MPN} = \frac{MN}{NP}$
3. Dans le plan ci-contre muni d'un repère orthonormé (O, I, J), le vecteur $\overrightarrow{HK}$ a pour couple de coordonnées (2 ; 1).
4. Dans un cercle, la mesure d'un angle aigu inscrit est égale au double de la mesure de l'angle au centre associé.



EXERCICE 3 (3 points)

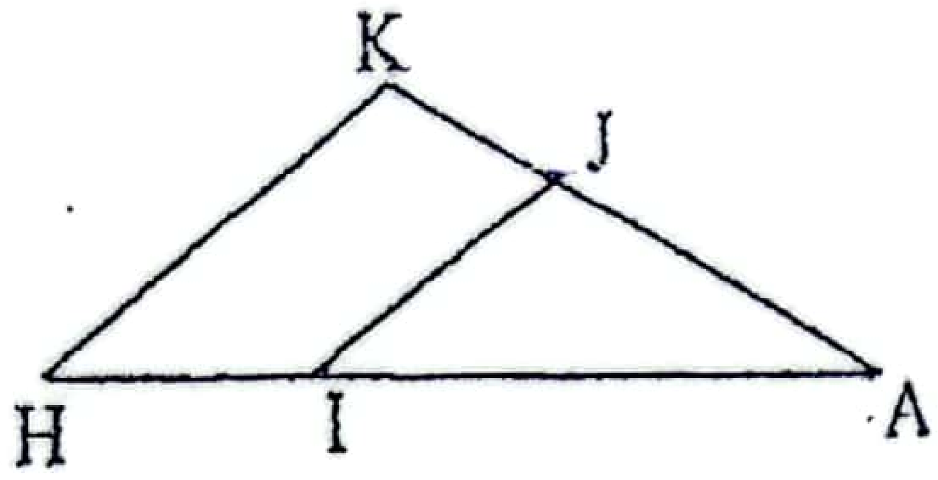
On donne les nombres réels M et N tels que : $P = \frac{4}{3-\sqrt{5}}$ et $Q = 1 - 3\sqrt{5}$

1. Écris P sans radical au dénominateur.
2. Calcule Q^2 et donne le résultat sous la forme $a + b\sqrt{5}$ où a et b sont des nombres entiers relatifs.

EXERCICE 4 (4 points)

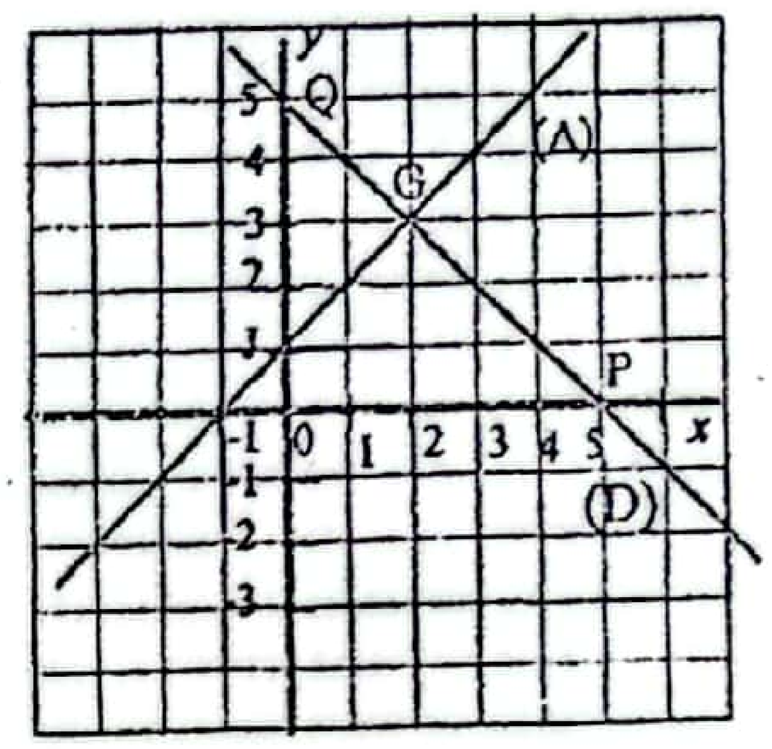
L'unité de longueur est le centimètre (cm).
Sur la figure ci-contre qui n'est pas en dimensions réelles, AKH ~~MNP~~ est un triangle. On donne :

- AH = 7,5 ; AK = 4,5 et HK = 4
- I point du segment [AH] tel que : AI = 5 ;
- J point du segment [AK] tel que : AJ = 3



1. Justifie que les droites (IJ) et (HK) sont parallèles.
2. Calcule la distance IJ.

EXERCICE 5 (4 points)



Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
Sur la figure ci-contre on donne :

- La droite (Δ) d'équation : $x - y + 1 = 0$.
- La droite (D) passant par les points P(5 ;0) et Q(0 ; 5) telle que (D) et (Δ) se coupe en G.
- f une application affine dont la représentation graphique est la droite (D).

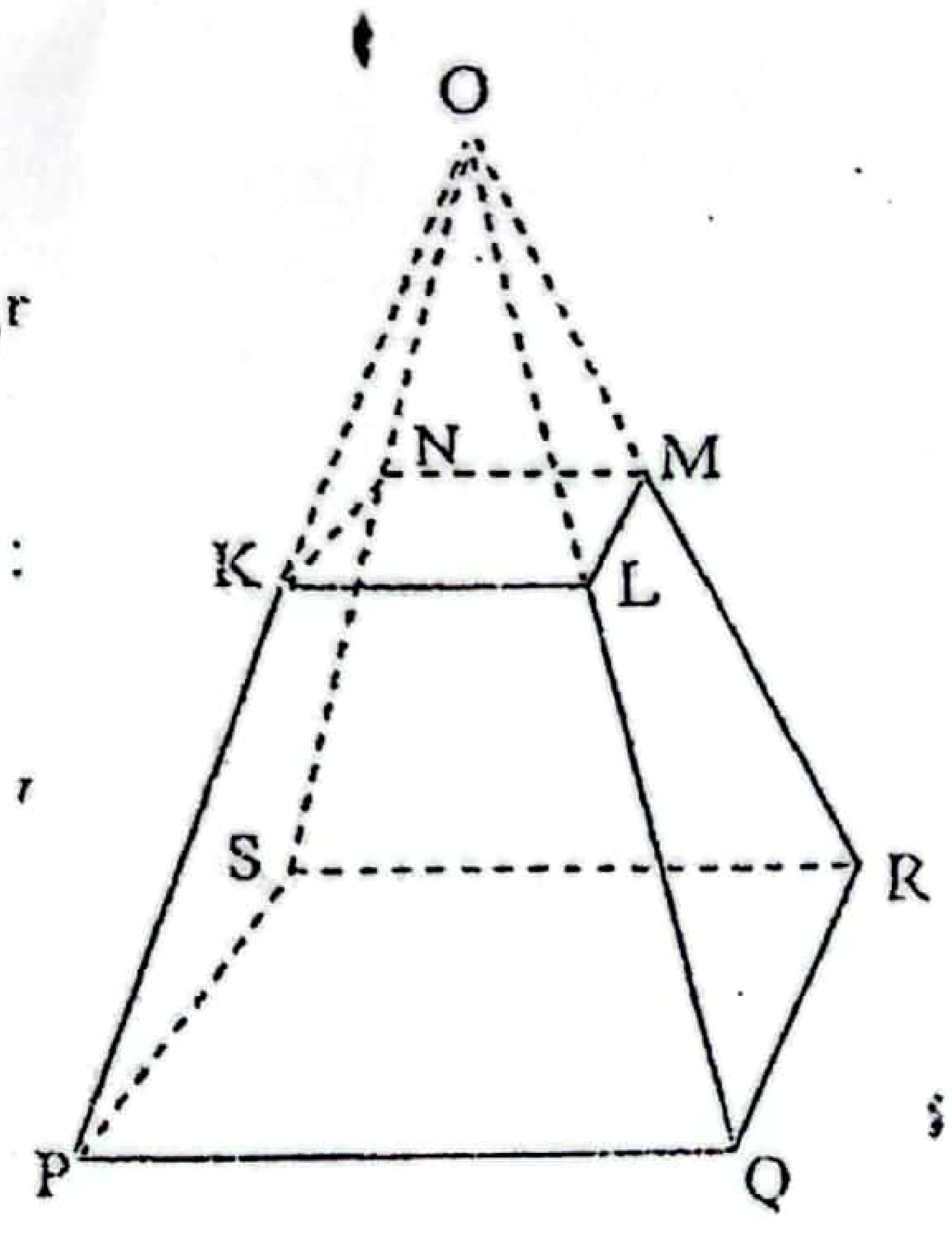
1. $a)$ *Justifie qu'uneéquation* de la droite (D) est : $x + y - 5 = 0$.
   b) Déduis-en l'expression de f en fonction de X

2 a) Résous le système d'équation du 1er degré suivants dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ par la methode de combinaison :

$$(x\,;y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ x + y - 5 = 0 \end{cases}$$

b) Déduis-en les coordonnées de G .

EXERCICE 6 (4 points)



L'unité de longueur est le centimètre (dm).
La coopérative d'établissement voudrait délimiter son terrain par quatre bornes. Le moule utilisé pour fabriquer les bornes a la forme d'un tronc de pyramide régulière dont la base est un carré.

- Ce tronc a été obtenu en coupant la pyramide OPQRS suivant le plan KLMN parallèle à la base, comme l'indique la figure ci-contre.
- La pyramide OPQRS a une hauteur h de 6 dm et un Volume V de 32 dm^3
- Le carré KLMN a pour côté 3 dm. Le fabriquant des bornes ne dispose que de 75dm^3 de béton (mélange de sable, de ciment et d'eau).

Avant de passer sa commande, la préoccupation du président de la coopérative est de savoir si la quantité de béton suffit pour confectionner ces bornes.

1.) Justifie que l'aire β de la base PQRS est égale à 16 dm^2.

2) Démontre que le coefficient de réduction k est $\frac{3}{4}$

3 a) Calcule le volume V' de la pyramide OKLMN.

b) Déduis-en que le volume V_b du tronc de la pyramide est égal à 18,5 dm^3.

Exercice 1

1 - B
2 - A
3 - B
4 - C

Exercice 2

1- Vrai
2- Faux
3- Vrai
4- Faux

Exercice 3

1) on a : $P = \frac{4}{3-\sqrt{5}}$

$P = \frac{4(3+\sqrt{5})}{(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})}$

$P = \frac{4(3+\sqrt{5})}{3^2 - \sqrt{5}^2}$

$P = \frac{4(3+\sqrt{5})}{9-5}$

$P = \frac{4(3+\sqrt{5})}{4}$

$P = \frac{3+\sqrt{5}}{1}$

donc : $\boxed{P = 3+\sqrt{5}}$

2) on a : $Q^2 = (1-3\sqrt{5})^2$

$Q^2 = 1^2 - 2\times 1 \times 3\sqrt{5} + (3\sqrt{5})^2$

$Q^2 = 1 - 6\sqrt{5} + 45$

Ainsi : $\boxed{Q^2 = 46 - 6\sqrt{5}}$

Exercice 4

1) Justifions que (IJ)//(HK)

AKH est un triangle. On a :

$\left.\begin{array}{l} \frac{AK}{AJ} = \frac{4,5}{3} = \frac{3}{2} \\ \frac{AH}{AI} = \frac{7,5}{5} = \frac{3}{2} \end{array}\right\} \frac{AK}{AJ} = \frac{AH}{AI} = \frac{3}{2}$

De plus $I \in [AH]$ et $J \in [AK]$ alors d'après la réciproque de la propriété de Thalès (IJ) // (HK).

2) Calculons IJ.

AKH est un triangle.
$I \in [AH]$, $J \in [AK]$ et (IJ)//(HK) alors d'après la Conséquence de la Propriété de Thalès on a :

$$\frac{AK}{AJ} = \frac{AH}{AI} = \frac{HK}{IJ}$$

Ainsi : $\frac{AK}{AJ} = \frac{HK}{IJ} \Leftrightarrow \frac{4,5}{3} = \frac{4}{IJ}$

$\Leftrightarrow IJ = \frac{3\times 4}{4,5}$

$\Leftrightarrow IJ = \frac{8}{3}$

Conclusion : $\boxed{IJ = 2,7 \text{ cm}}$

By TEHUA

Exercice 5

1.a) Justifie que : (D) : $x+y-5=0$

Soit $M(x;y)$ un point du plan.

$M \in (D) \Leftrightarrow \overrightarrow{PM}$ et $\overrightarrow{PQ}$ sont colinéaires

$\overrightarrow{PM}\begin{pmatrix} x-5 \\ y-0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{PQ}\begin{pmatrix} 0-5 \\ 5-0 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{PM}\begin{pmatrix} x-5 \\ y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{PQ}\begin{pmatrix} -5 \\ 5 \end{pmatrix}$

D'où : $M \in (D) \Leftrightarrow 5(x-5)-y(-5)=0$

$\Leftrightarrow 5x-25+5y=0$

$\Leftrightarrow 5x+5y-25=0$

$\Leftrightarrow 5(x+y-5)=0$

$\Leftrightarrow x+y-5=0$

Conclusion : $\boxed{(D) : x+y-5=0}$

b) Expression de f en fonction de x

$(D) : x+y-5=0$

$y=-x+5$

Ainsi : $\boxed{f(x)=-x+5}$

2.a) Résolution de système d'équation

$\begin{cases} x-y+1=0 & (1) \\ x+y-5=0 & (2) \end{cases}$

* Suppression de x

(1) − (2) : $-2y+6=0$

$-2y=-6$

$y=\frac{6}{2}$

$y=3$

* Suppression de y

(1) + (2) : $2x-4=0$

$2x=4$

$x=\frac{4}{2}$

$x=2$

Conclusion : $\boxed{S_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}}=\{2;3\}}$

b) Coordonnées de G.

$\boxed{G(2;3)}$

Exercice 6.

1) L'aire B de la base PQRS.

on sait que : $V=32\ dm^3$ et $h=6\ dm$. or $V=\frac{B\times h}{3}$

Ainsi : $32=\frac{B\times 6}{3} \Leftrightarrow 32=B\times 2$

Donc : $B=\frac{32}{2} \Leftrightarrow \boxed{B=16\ dm^2}$

2) Démontrons que $k=\frac{3}{4}$.

on sait que : le carré KLMN a pour côté 3 dm et celui de PQRS est 4 dm

$(C\times C=16 \Leftrightarrow C=4\ dm)$

D'où : $\boxed{k=\frac{3}{4}}$

3.a) Volume V' de la pyramide OKLMN

on a : $V'=\left(\frac{3}{4}\right)^3\times V \Leftrightarrow V'=\frac{27}{64}\times 32$

$V'=\frac{27\times 32}{64} \Leftrightarrow \boxed{V'=13,5\ dm^3}$

b) Volume V_b du tronc

on a : $V=V_b+V'$

Ainsi $V_b=V-V'$

$V_b=32-13,5$

Donc $\boxed{V_b=18,5\ dm^3}$.

Conclusion : $\frac{75}{18,5}=4$ bornes, cependant il pourra fabriquer les bornes pour délimiter son terrain.