Lycée classique Abidjan Année Scolaire : 2022 - 2023

COURS DE SOUTIEN DE MATHS Tle C : Séance du 13 -05-2023

EXERCICE 1

On teste un médicament sur un ensemble d'individus ayant un taux de glycémie anormalement élevé. Pour cela, 60% des individus prennent le médicament, les autres recevant une substance neutre et l'on étudie à l'aide d'un test la baisse du taux de glycémie.

Chez les individus ayant pris le médicament, on constate une baisse de ce taux avec une probabilité de 0,8. ; On ne constate aucune baisse de ce taux pour 90% des ayant reçu la substance neutre.

1- Calculer la probabilité d'avoir une baisse du taux de glycémie sachant qu'on a pris le médicament.

2- Démontrer que la probabilité d'avoir une baisse du taux de glycémie est 0,52.

3- On soumet au test un individu pris au hasard.

Quelle est la probabilité qu'il ait pris le médicament sachant que l'on constate une baisse de son taux de glycémie.

4- On contrôle 5 individus au hasard.

a) Quelle est la probabilité d'avoir exactement deux personnes dont le taux de glycémie a baissé.

b) Quelle est la probabilité d'avoir au moins un individu dont le taux de glycémie a baissé.

5- On contrôle n individus pris au hasard. (n est un entier naturel non nul).

Déterminer n pour que la probabilité d'avoir au moins un individu dont le taux de glycémie a baissé soit supérieur à 0,98.

EXERCICE 2

1- Monsieur TRO participe à une cérémonie de bienfaisance avec 4 autres personnes. Il a dans son porte monnaie deux billets de 1000 F, un billet de 2000 F un billet de 5000 F et un billet de 10 000 F. Pour donner sa participation, il prend au hasard trois billets de son porte monnaie. Quelle est la probabilité qu'il tire :

a) 2 billets de 1000 F.

b) Exactement un billet de 1000 F

2- M. TRO décide de donner parmi les trois billets tirés celui qui a la plus grande valeur. On désigne par X la valeur du billet donné par M. TRO

a) Quelles sont les valeurs prises par X ? Justifier.

b) Démontrer que $P(X = 5000) = \frac{3}{10}$.

c) Donner la loi de probabilité de X.

d) Calculer l'espérance mathématique de X.

3- On admet que chacune des 5 personnes présente donne un billet et la probabilité pour chaque personne de donner 5000 F est $\frac{3}{10}$.

Calculer la probabilité pour que :

a) exactement 3 personnes donnent chacune 5000 F

b) Au moins une personne donne 5000 F.

EXERCICE 3

Dans une association sportive, un quart des femmes et un tiers des hommes adhérent à la section tennis. On sait aussi que 30% des membres de cette association adhérent a la section tennis.

Partie A

On choisit au hasard un membre de cette association et on note :

- F l'évènement : « le membre choisi est une femme »
- T l'évènement : « le membre choisi adhère a la section tennis ».

1- Démontrer que $P(F) = \frac{2}{5}$

2- On choisit un membre parmi les adhérents à la section tennis. Quelle est la probabilité que ce membre soit une femme.

Partie B

Pour financer une sortie, les membres de cette association organisent une loterie.

1- Chaque semaine , un membre de l'association est choisi au hasard de manière indépendante pour la loterie.

a) Déterminer la probabilité pour qu'en quatre semaines consécutives, il y ait exactement deux fois un membre qui adhère à la section tennis parmi les membres choisis.

b) Pour tout entier naturel n, on note p_n la probabilité pour qu'en n semaines , il y ait exactement deux fois un membre qui adhère à la section tennis parmi les membres choisis.

Démontrer que $p_n = 1 - 0{,}7^n$.

c) Déterminer le nombre minimal n de semaines pour que $p_n \geq 0{,}99$.

2- Pour cette loterie, on utilise une urne contenant 100 jetons : 10 sont gagnants et rapportent chacun 20.000 francs par jeton gagnant. Les deux jetons sont ensuite remis dans l'urne.

On note X la variable aléatoire associant le gain algébrique (déduction faite des 5.000 francs) réalisé par un joueur lors d'une partie de cette loterie.

a) Déterminer la loi de probabilité de X.

b) Calculer l'espérance mathématique de X et interpréter le résultat.

EXERCICE 4

Une urne contient 10 boules blanches et n boules rouges ; n étant un entier naturel supérieur ou égal à 2.
On fait tirer à un joueur des boules de l'urne. A chaque tirage, toutes les boules ont la même probabilité d'être tirées.
Pour chaque boule blanche tirée ; il gagne 2 euros et pour chaque boule rouge tirée ; il perd 3 euros.
On désigne par X la variable aléatoire correspondant au gain algébrique obtenu par le joueur.

1- Le joueur tire deux fois successivement et sans remise une boule de l'urne.

a) Démontrer que $p(X = -1) = \dfrac{20n}{(n+10)(n+9)}$

b) Calculer, en fonction de n , la probabilité correspondant aux deux autres valeurs prises par la variable X.

c) Vérifier que l'espérance mathématique de la variable aléatoire X vaut :

$$E(X) = \frac{-6n^2 - 14n + 360}{(n+10)(n+9)}.$$

d) Déterminer les valeurs de pour lesquelles l'espérance mathématique de X est strictement positive.