

MATHEMATIQUES

Série D

Toute calculatrice scientifique est autorisée
Cette épreuve comporte trois pages numérotées 1/3 ; 2/3 et 3/3

Exercice 1 (2 points)

Pour chaque énoncé, écris le numéro de l'énoncé suivi de vrai si l'énoncé est correct ou de faux si l'énoncé est faux.

- 1) L'écriture $z' = 2iz + 3$ est l'écriture complexe d'une homothétie.
- 2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^6} = 0$
- 3) Soit g une fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. Si $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = -7$ alors g admet un prolongement par continuité en 2.
- 4) α étant un nombre réel non nul et différent de -1, la fonction $x \mapsto \frac{1}{\alpha+1} x^{\alpha+1}$ est une primitive sur $]0; +\infty[$ de la fonction $x \mapsto x^\alpha$.

Exercice 2 (2 points)

Pour chacun des énoncés ci-dessous, trois réponses sont proposées dont une seule est exacte. Ecris le numéro de l'énoncé suivi de la lettre correspond à la bonne réponse.

N°	Enoncés	REPONSES	
1	La solution dans \mathbb{R} de l'équation $3^{x+1} = 8$ est égale à ...	A	$\frac{3}{8}$
		B	$\frac{\ln 8}{\ln 3} - 1$
		C	$\ln\left(\frac{8}{3}\right) - 1$
2	n est un entier relatif. Le nombre complexe $(\cos \frac{\pi}{5} + i \sin \frac{\pi}{5})^n$ est égal à...	A	$(n \cos \frac{\pi}{5} + i n \sin \frac{\pi}{5})$
		B	$\cos \frac{n\pi}{5} + i \sin \frac{n\pi}{5}$
		C	$\cos^n\left(\frac{\pi}{5}\right) + i \sin^n\left(\frac{\pi}{5}\right)$
3	Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct. On donne les points $K(-2 + i)$ et $L(-4)$. L'ensemble des points $M(z)$ tels que : $ z + 2 - i = z + 4 $ est ...	A	Le cercle de diamètre $[KL]$
		B	La droite (KL)
		C	La médiatrice du segment $[KL]$

4	X est une variable aléatoire qui suit la loi binomiale de paramètres $n = 5$ et $p = \frac{3}{4}$. La variance de X est égale à ...	A	$\frac{15}{4}$
		B	$\frac{15}{16}$
		C	$\frac{23}{4}$

Exercice 3 (2,5 points)

Soit h la fonction numérique définie sur $]1; +\infty[$ par $h(x) = \frac{1}{x(x-1)^2}$

- 1) Justifie que : pour tout $x > 1$, $h(x) = \frac{1}{(x-1)^2} - \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x}$.
- 2) Détermine les primitives de h sur $]1; +\infty[$.
- 3) a) Justifie que la fonction $x \mapsto 5 - \frac{1}{x-1} - \ln(x-1) + \ln(x)$ est une primitive sur $]1; +\infty[$ de la fonction h .
- b) Détermine la primitive F de h sur $]1; +\infty[$ qui prend la valeur $\ln 2$ en 2.

Exercice 4 (4 points)

On considère dans \mathbb{C} le polynôme P définie par : $P(z) = z^3 - (7 + 6i)z^2 + (10 + 26i)z + 6 - 24i$.

- 1) Justifie que : $\forall z \in \mathbb{C}, P(z) = (z - 3)(z^2 + (-4 - 6i)z - 2 + 8i)$.
- 2) Soit l'équation (E) : $z \in \mathbb{C}, z^2 + (-4 - 6i)z - 2 + 8i = 0$.
 - a- Justifie que le discriminant de (E) est : $(2 + 4i)^2$.
 - b- Résous l'équation (E).
- 3) Dédus des questions précédentes, la résolution dans \mathbb{C} de l'équation $P(z) = 0$.
- 4) Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J). Unité graphique 2cm.
On considère les points E, F et G d'affixes respectives $1 + i$, 3 et $3 + 5i$.
Soit S la similitude directe de centre E qui transforme F en G.
 - a- Place les points E, F et G.
 - b- Justifie que l'écriture complexe de S est : $z' = 2iz + 3 - i$.
 - c- Détermine les éléments caractéristiques de S.
 - d- Dédus-en la nature du triangle EFG.

Exercice 5 (4,5 points)

Le plan est muni du repère orthonormé (O, I, J).

Soit la fonction f définie sur $] -\infty; 0]$ par : $\begin{cases} f(x) = xe^{\frac{1}{x}} + 1, \text{ si } x \neq 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$.

On désigne par (C) la courbe représentation de f .

- 1) Etudie la continuité de f en 0.
- 2) a- Démontre que : $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = 0$.
 - b- Donne une interprétation graphique du résultat de la question 2) a-
- 3) a- Calcule $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
 - b- Démontre que la droite (D) d'équation $y = x + 2$ est une asymptote à (C) en $-\infty$.

4) On admet que f est dérivable sur $] -\infty; 0]$ et on note f' sa dérivée.

a- Démontre que : $\forall x \in] -\infty; 0[, f'(x) = \frac{x-1}{x} e^{\frac{1}{x}}$.

b- Justifie que f est strictement croissante sur $] -\infty; 0]$.

c- Dresse le tableau de variation de f .

5) Justifie que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α tel que : $-1,8 < \alpha < -1,7$.

6) Construis (D) et (C) (unité graphique 2cm).

Exercice 6 (5 points)

Lors d'une sortie de leur promotion, les élèves de la terminale D d'un établissement de la DRENA de Gagnoa, visitent une agence de sécurité. Ce jour, se déroule un concours pour intégrer cette agence. La dernière épreuve éliminatoire est une épreuve de tirs à l'arc avec une cible située à 25m. A l'issue d'un certain nombre de tirs, un candidat est déclaré admis si la cible est touchée au moins une fois avec une probabilité supérieure ou égale à 0,995.

Un élève affirme qu'un candidat qui touche la cible avec une probabilité de 0,7 ne sera déclaré admis qu'après 4 tirs.

A l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques, dis si l'affirmation de cet élève est justifiée ou non.

BACCALAUREAT BLANC REGIONAL : DRENA : GAGNOA
Avril 2023

EPREUVE : MATHÉMATIQUES

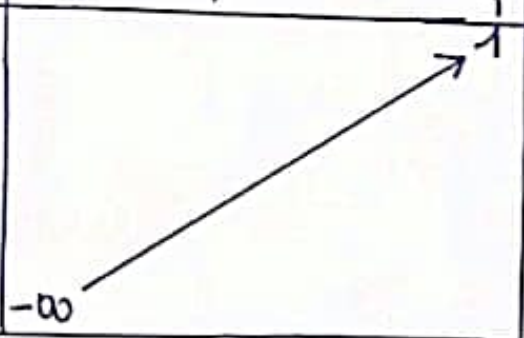
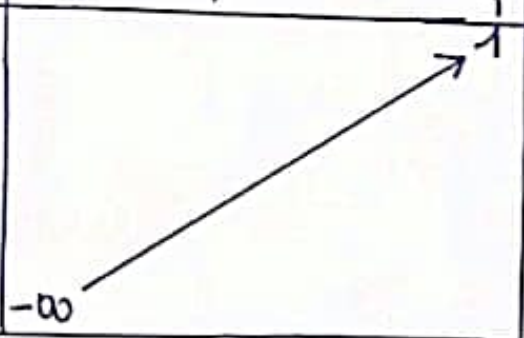
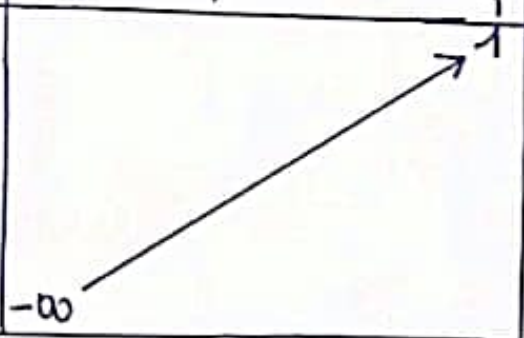
CORRIGE ET BAREME

SERIE D

1/6

CORRIGE	BAREME
EXERCICE 1 (2 points)	
1 Faux -----	0,5
2 Faux -----	0,5
3 Vrai -----	0,5
4 Vrai -----	0,5
EXERCICE 2 (2 points)	
1 B -----	0,5
2 B -----	0,5
3 C -----	0,5
4 B -----	0,5
EXERCICE 3 (2,5 points)	
1) Justification correcte -----	0,75
2) Détermination correcte -----	0,75
3) a - Justification correcte -----	0,5
b - Détermination correcte -----	0,5

CORRIGÉ	BAREME
EXERCICE 4 (4 points)	
1) Justification correcte	0,5
2)a. Soit Δ le discriminant de (E)	
$\Delta = (-4-6i)^2 - 4(-2+8i)$	
$\Delta = -12+16i$	0,25
Or $(2+4i)^2 = -12+16i$	0,25
Donc $\Delta = (2+4i)^2$	
b. $z^2 + (-4-6i)z - 2+8i = 0$	
D'après 2)a. on a $\Delta = (2+4i)^2$	
Une racine carrée Δ est $2+4i$	
$z_1 = \frac{-(-4-6i) - (2+4i)}{2} = 1+i$	0,25
$z_2 = \frac{-(-4-6i) + (2+4i)}{2} = 3+5i$	0,25
$S_{\mathbb{C}} = \{1+i; 3+5i\}$	0,25
<p>3) $P(z) = 0 \Leftrightarrow (z-3)[z^2 + (-4-6i)z - 2+8i] = 0$</p> <p>$\Leftrightarrow z-3=0$ ou $z^2 + (-4-6i)z - 2+8i = 0$</p> <p>$\Leftrightarrow z=3$ ou $z=1+i$ ou $z=3+5i$</p> <p style="margin-left: 150px;">D'après la question 2)b.</p> <p>$S_{\mathbb{C}} = \{3; 1+i; 3+5i\}$</p>	0,5
4)a- Voir P.N.	0,25
b- Justification correcte	0,5
c. S est une similitude directe de centre E d'axe principal $1+i$, de rapport 2 et d'angle $\frac{\pi}{2}$	0,5
d. EFG est un triangle rectangle en E	0,5

CORRIGÉ	BAREME															
EXERCICES (4,5 points)																
1) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) = 1$ Donc f est continue en 0	0,5															
2) a. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x e^{\frac{1}{x}}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{1}{x}} = 0$	0,5															
b. (r) admet une demi-tangente à gauche au point d'abscisse 0 de coefficient directeur 0	0,25															
3) a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$	0,5															
b. Démonstration correcte	0,5															
4. a. Démonstration correcte	0,5															
b. Justification de $\forall x \in]-\infty; 0[, f'(x) > 0$ et de deduction	0,5															
c. Tableau de variation																
<table border="1" style="width: 100%; height: 100%;"> <tr> <td style="width: 10%; text-align: center;">x</td> <td style="width: 40%; text-align: center;">$-\infty$</td> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 10%;"></td> <td style="width: 10%; text-align: center;">0</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$f'(x)$</td> <td colspan="3" style="text-align: center;">+</td> <td style="text-align: center;">0</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$f(x)$</td> <td colspan="4" style="text-align: center;">  </td> </tr> </table>	x	$-\infty$			0	$f'(x)$	+			0	$f(x)$					0,25
x	$-\infty$			0												
$f'(x)$	+			0												
$f(x)$																
5. Justification correcte	0,5															
6) construction : (D) et (C) (voir papier millimétré)	0,25 + 0,25															

EXERCICE 6	CORRIGÉ	BAREME
critères	Indicateurs	
CM1	<ul style="list-style-type: none"> • Annonce du titre de la leçon • Étapes de la résolution - choix d'une inconnue n désignant le nombre de tirs effectués. - Expression de probabilité en fonction de n - Résolution d'une équation pour déterminer n - conclusion 	0,75 point 1 ind sur 5 $\rightarrow 0,25$ 2 ind sur 5 $\rightarrow 0,5$ 3 ind sur 5 $\rightarrow 0,75$
CM2	<ul style="list-style-type: none"> - Soit $n \in \mathbb{N}^*$ - Soit P_n la probabilité que la probabilité que la cible soit touchée au moins une fois en l'issue de n tirs: $P_n = 1 - (1 - 0,7)^n = 1 - (0,3)^n$ - $P_n \geq 0,995 \Leftrightarrow 1 - (0,3)^n \geq 0,995$ - Résolution de l'inéquation $n \in \mathbb{N}^* : 1 - (0,3)^n \geq 0,995$ - $n \geq 4,4 \Rightarrow$ la valeur minimale de n est 5 - L'élève a raison 	2,5 points 1 ind sur 6 $\rightarrow 1$ pt 2 ind sur 6 $\rightarrow 1,5$ pt 3 ind sur 6 $\rightarrow 2$ pt 4 ind sur 6 $\rightarrow 2,5$ pt
CM3	<ul style="list-style-type: none"> • Résultat produit un forme au résultat attendu - adéquation avec la démarche - qualité des enchaînements 	1,25 points 1 ind sur 3 $\rightarrow 0,75$ 2 ind sur 3 $\rightarrow 1,25$
CP	<ul style="list-style-type: none"> - Amélioration - originalité - Bonne présentation 	0,5 pt 1 ind sur 2 $\rightarrow 0,25$ 2 ind sur 2 $\rightarrow 0,5$

Exercice 3

u/a)

5/6

25
20
15
10
5

5

4

J

0

I

F

x G

Γ

x

x

SERIE D. (Exercice 5)

6/6

