



SERIE : D

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 (2 points)

Ecris sur ta copie le numéro de chacune des affirmations ci – dessous suivi de **VRAI** si l'affirmation est vraie ou de **FAUX** si l'affirmation est fausse.

N°	AFFIRMATIONS
1	Si f est une fonction continue et strictement décroissante sur un intervalle $[a ; +\infty[$, alors on a : $f([a ; +\infty[) = [f(a) ; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)[$.
2	S'il existe un nombre réel ℓ , une fonction g et un intervalle $]a ; +\infty[$ tels que : $\forall x \in]a ; +\infty[, f(x) + \ell \leq g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$, alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \ell$.
3	$\lim_{x \rightarrow +\infty} 0,5^x = +\infty$
4	Deux évènements A et B de probabilités non nulles sont incompatibles lorsque $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$.

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacune des affirmations ci – dessous, quatre réponses A, B, C et D sont données dont une seule est juste.
Recopie sur ta feuille, le numéro de l'affirmation suivie de la lettre correspondant à la réponse juste.

N°	AFFIRMATIONS	REPONSES								
1	$\lim_{x \rightarrow 0^+} (x - \frac{1}{\ln x})$ est égale à	A $+\infty$								
		B $-\infty$								
		C 0.								
2	Soit f une bijection de \mathbb{R} vers \mathbb{R} et f^{-1} sa bijection réciproque telle que $f(-2) = 3$ et $f'(-2) = \frac{1}{4}$. f^{-1} est dérivable en 3 et $(f^{-1})'(3)$ est égale à	A 4								
		B $\frac{3}{4}$								
		C $\frac{1}{4}$								
3	Soit la loi de probabilité définie de la façon suivante : <table border="1" style="margin: 5px auto;"> <tr> <td>x_i</td> <td>-10</td> <td>0</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>$P(X = x_i)$</td> <td>0,2</td> <td>0,3</td> <td>0,5</td> </tr> </table> L'espérance mathématique de cette variable aléatoire est	x_i	-10	0	10	$P(X = x_i)$	0,2	0,3	0,5	A 3
		x_i	-10	0	10					
		$P(X = x_i)$	0,2	0,3	0,5					
B -3										
C 1										
4	L'écriture trigonométrique de $1 - i$ est	A $\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$								
		B $\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$								
		C $e^{i\frac{\pi}{4}}$								

EXERCICE 3 (3 points)

Lors d'une enquête réalisée par l'infirmerie d'un Lycée auprès des élèves des classes de Terminale, on apprend que 60% des élèves sont des garçons. De plus, 15% des filles et 10% des garçons sont dispensés des épreuves physiques et sportives (EPS). On choisit un élève au hasard. On note :

D l'évènement : « l'élève choisi est dispensé » et

F l'évènement : « l'élève choisi est une fille »

1. a) Faire l'arbre de probabilité décrivant cette situation.

b) Justifie que : $P(D) = 0,12$.

2. On choisit au hasard 3 élèves de cette promotion.

On désigne par X le nombre probable de dispensés parmi 3 élèves choisis.

a) Donne la loi de probabilité de X.

b) Calcule son espérance mathématique $E(X)$ et sa variance $V(X)$.

3. Soit n un nombre entier naturel supérieur ou égal à 2.

On note P_n la probabilité pour qu'au moins un élève soit dispensé parmi n élèves de cette promotion.

- Justifie que pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 2 : $P_n = 1 - (0,88)^n$.
- Détermine la valeur minimale de n pour qu'on ait : $P_n \geq 0,9999$.

EXERCICE 4 (4 points)

- Justifie que $1 - 3i$ est une racine carrée de $-8 - 6i$.
- On considère dans \mathbb{C} , l'équation P défini par : $P(z) = z^3 - (3 + i)z^2 + (4 + 4i)z - 4 - 4i$.
 - Justifie que $\forall z \in \mathbb{C}, P(z) = (z - 2)[z^2 - (1 + i)z + 2 + 2i]$
 - Résous dans \mathbb{C} l'équation de (E) : $z^2 - (1 + i)z + 2 + 2i = 0$.
 - Déduis - en les solutions dans \mathbb{C} de l'équation : $P(z) = 0$.
- Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) ; **unité graphique : 2 cm.**
On considère les points A, B, C et D d'affixes respectives $2 ; 2i, 1 - i$ et $-1 + i$.
 - Place dans les points A, B, C et D dans le plan complexe ;
 - Justifie que $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A} = -2i$;
 - Déduis - en que le triangle ABC est rectangle en A ;
 - Démontre que les points A, B, C et D appartiennent à un même cercle dont on précisera le centre et le rayon.

EXERCICE 5 (5 points)

On considère la fonction numérique f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = (x + 1)e^{1-x} - x + 1$.

On note (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .

L'unité graphique est le centimètre.

- On admet que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$.

Interprète graphiquement ces résultats.

- Calcule la limite de f en $-\infty$.
 - Justifie que la droite (D) d'équation $y = -x + 1$ est une asymptote à (C) en $+\infty$.
- Soit g la fonction numérique définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = xe^{1-x} + 1$.

On admet qu'il existe un nombre réel α élément de l'intervalle $[-0,4 ; -0,2]$ tel que $g(\alpha) = 0$ et

$$\forall x \in]-\infty ; \alpha[, g(x) < 0$$

$$\forall x \in]\alpha ; +\infty[, g(x) > 0$$

On admet que f est dérivable sur \mathbb{R} .

- Justifie que : $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = -g(x)$.
 - Étudie le sens de variation de f .
 - Dresse le tableau de variation de f .
- On admet que (C) est au-dessus de (D) sur $[-1 ; +\infty[$ et en dessous de (D) sur $]-\infty ; -1]$.
Construis (C) (Tu prendras : $\alpha = -0,3$ et : $f(\alpha) = 3,9$).
 -

a- Interprète graphiquement l'intégrale K tel que : $K = \int_0^1 (f(x) - (-x + 1)) dx$.

b- Justifie, à l'aide d'une intégrale par parties, que : $K = 2e - 3$.

EXERCICE 6 (4 points)

Un pâtissier commercialise des glaces d'un même type très prisé par les consommateurs. Il peut en produire entre 0 et 300 par jour dans sa petite entreprise familiale. Cette production est vendue dans sa totalité.

Lorsque x représente le nombre de centaines de glaces produites, on note $B(x)$, le bénéfice réalisé par le pâtissier pour la vente des x centaines de glaces.

D'après les données précédentes, l'artisan sait que :

- Pour tout x de l'intervalle $[1; 3]$, on a : $B'(x) = -20x + 30$, où $B(x)$ est exprimé en milliers de francs et B' la fonction dérivée de B .
- Pour une centaine de glaces vendue, son bénéfice est 20 milles francs.

Il te sollicite pour l'aider à déterminer le nombre de glaces qu'il devra fabriquer par jour pour que son bénéfice soit maximal et de déterminer la valeur de ce bénéfice.