



MATHEMATIQUES : FICHE 1

EXERCICE 1

A/ 1- Résoudre dans \mathbb{C} , l'équation : $z^2 - (4 + 2i)z + 7 + 4i = 0$.

2- On considère dans \mathbb{C} le polynôme complexe : $P(z) = z^3 - (4 + 3i)z^2 + (5 + 8i)z + 4 - 7i$.

On note (E) l'équation complexe : $z \in \mathbb{C}, P(z) = 0$.

- Vérifie que i est une solution de (E).
- Résous l'équation (E) dans \mathbb{C} .

B/ Dans le plan muni du repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$ d'unité graphique 1 cm, on donne les points : $A(i); B(2 + 3i)$ et $c(2 - i)$.

1- Démontre que le triangle ABC est isocèle et rectangle en A.

2- Soit (Γ) l'ensemble des points M du plan d'affixe z tels que : $z\bar{z} + i(z - \bar{z}) = 7$.

- Vérifie que le point B appartient à (Γ) .
- On pose que : $z = x + iy$.

Démontre que $M \in (\Gamma) \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2y = 7$.

- En déduire la nature et les éléments caractéristique de (Γ) .

3-a) Place les points A, B et C.

- Construire (Γ) .

4- Soit B' l'image de B par la symétrie centrale de centre A.

- Calcule l'affixe du point B'.
- Justifie que : $Mes(\widehat{B'C}; \widehat{B'B}) = \frac{\pi}{4}$.

ETUDE DE FONCTION

Partie A

Soit g la fonction définie sur $]-1; +\infty[$ par : $g(x) = e^x - x - 1$.

- Étudier les variations de g .
- Déterminer le signe de g .

Partie B

f est la fonction définie sur $]-1; +\infty[$ par $f(x) = e^{-x} + \ln(x + 1)$.

On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .

Unité graphique : 4 cm.

- Calculer les limites de f en -1 et $+\infty$.
- Démontre que $f'(x)$ a le même signe que $g(x)$ pour tout x de $]-1; +\infty[$.
 - Étudier les variations de f et dresser son tableau de variation.
- Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α et que $-1 < \alpha < 0$.
 - Donner une valeur approchée de α à 10^{-1} près.
- Tracer (C)

Partie C

Soit $I = \int_{\alpha}^0 f(x) dx$.

- Interpréter graphiquement I.
- Calculer I à l'aide d'une intégration par parties. (On pourra remarquer que : $\frac{x}{x+1} = 1 - \frac{1}{x+1}$)
- Démontrer que : $I = \alpha - 1 + (\alpha + 2)e^{-\alpha}$