WhatsApp :
+225 0546234613

Tehua.unasfa@gmail.com

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
Union – Discipline – Travail
****

Année Scolaire 2024-2025

Fomesoutra.com
ça soutra !

PROF : M. TEHUA	Date de séance :	Niveau : Tle	Séance N°...

PREPA BAC : SERIE D

MATHEMATIQUES : FICHE 2

EXERCICE 1

On se propose de chercher les fonctions dérivables $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ solutions de l'équation différentielle $(E): f'(x) + 2f(x) = 2x - 1$.

1. Démontrer que la fonction g définie par $g(x) = x - 1$ est solution de (E).
2. Soit (E') l'équation différentielle : $f'(x) + 2f(x) = 0$.
   a) Résoudre (E').
   b) Soit k un nombre réel. Démontre que les fonctions $f_k: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ telles que : $f_k(x) = ke^{-2x} + x - 1$ sont solutions de €.
3. a) Soit f une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$.
   Démontre que si f est solution de (E) alors $f - g$ est solution de (E').
   b) En déduire les solutions de (E).

ETUDE DE FONCTION

On considère la fonction f définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par: $\begin{cases} f(0) = 0 \\ f(x) = \frac{x^2}{2} + x - 2x\ln(x) \text{ si } x > 0 \end{cases}$

Partie A

On considère la fonction numérique g définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par : $g(x) = x - 1 - 2\ln(x)$.

1. Calculer les limites respectives de g en 0 et $en + \infty$.
2. On admet que la fonction g est dérivable sur $]0\,;\,+\infty[$ et on note g' sa dérivée.
   a) Déterminer g' et étudier son signe.
   b) Déduire de la question précédente le sens de variation de g et dresser son tableau de variations.
3. Vérifier que : $g(1) = 0$.
4. Démontrer qu'il existe un unique réel α tel que :$\alpha \in]3\,;4[$ et $g(\alpha) = 0$.

Partie B

1. Démontrer que la fonction f est continue à droite en 0.
2. la fonction f est-elle dérivable à droite en 0 ? Justifie.
3. En donner une interprétation graphique
4. Calculer le limite de f en $+\infty$.
5. calculer la limite de $\frac{f(x)}{x}$ quand x tend vers $+\infty$ puis interpréter graphiquement ce résultat.
6. La fonction f est dérivable sur $]0\,;\,+\infty[$ et on note f' sa dérivée.
   a) Démontrer que, $\forall x \in]0\,;\,+\infty[, f'(x) = g(x)$.
   b) En utilisant les résultats de la Partie A, déterminer le signe de f'.
   c) Dresser le tableau de variation de f.
7. Tracer la courbe (C_f) de f.
8. Soit t un nombre réel tel que : $0 < t < 1$.
   a) En utilisant une intégration par parties, calculer l'aire $A(t)$ de la partie du plan comprise entre la courbe (C_f) et les droites d'équations $x = t$ et $x = 1$.
   b) Calculer la limite de $A(t)$ quand t tend vers 0.