



MATHEMATIQUES : FICHE 3

EXERCICE 1

Pour étudier l'évolution du nombre de bacheliers accédant aux études supérieures, le Ministre du plan d'un pays a diligenté une enquête depuis l'an 2003.

Les résultats de cette enquête sont consignés dans le tableau ci-dessus.

Années	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Rang X de l'année	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Nombre Y de diplômés (en milliers)	25	27	30	33	34	35	38	41	43

- Représente le nuage de points associé à cette série statistique double de caractère (X ; Y) dans le plan muni d'un repère orthonormé (O ; I ; J). (Unité graphique : 1cm).
On prendra pour origine du graphique le point $\begin{pmatrix} 0 \\ 24 \end{pmatrix}$.
- Détermine les coordonnées du point moyen G de la série statistique (X ; Y).
- a) Justifie que : la variance de X est $\frac{20}{3}$
b) Justifie que : la covariance de X et Y est $\frac{44}{3}$
- a) Sachant que la variance de Y est $\frac{98}{3}$, Déterminer la valeur du coefficient de corrélation linéaire.
b) Justifie que ce résultat permet d'envisager un ajustement linéaire.
- Soit (D) la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés.
a) Détermine une équation de la droite (D).
b) Trace la droite (D).
- On suppose que l'évolution se poursuit de la même manière au cours des années suivantes. Donne une estimation du nombre de bacheliers accédant aux études supérieures en 2020.

ETUDE DE FONCTION

On considère la fonction numérique f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = (x + 1)e^{1-x} - x + 1$.

On note (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

1. On admet que : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$.

Interprète graphiquement ces résultats.

2. a) Calcule la limite de f en $+\infty$.

b) Justifie que la droite (D) d'équation $y = -x + 1$ est une asymptote à (C) en $+\infty$.

3. Soit g la fonction numérique définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = xe^{1-x} + 1$.

On admet qu'il existe un nombre réel α élément de l'intervalle $[-0,4 ; -0,2]$ tel que $g(\alpha) = 0$

et $\begin{cases} \forall x \in]-\infty ; \alpha[, g(x) < 0 \\ \forall x \in]\alpha ; +\infty[, g(x) > 0 \end{cases}$ on admet que f est dérivable sur \mathbb{R} .

a) Justifie que : $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = -g(x)$.

b) Étudie le sens de variation de f

c) Dresse le tableau de variation de f

4. On admet que (C) est au-dessus de (D) sur $[-1 ; +\infty[$ et au-dessous de (D) sur $]-\infty ; -1]$.

Construis (C) (tu prendras : $\alpha = -0,3$ et $f(\alpha) = 3,9$)

5. a) Interprète graphiquement l'intégrale K telle que : $K = \int_0^1 (f(x) - (-x + 1)) dx$.

b) Justifie, à l'aide d'une intégration par parties, que : $K = 2e - 3$.