



## MATHEMATIQUES : FICHE 4

### EXERCICE 1

Mariam, une jeune diplômée sans emploi, a reçu un fonds et décide d'ouvrir un restaurant. Après un mois d'activité, elle constate que :

- Pour un jour donné, la probabilité qu'il y ait une affluence de clients est 0,6 ;
- Lorsqu'il y a une affluence de clients, la probabilité qu'elle réalise un bénéfice est 0,7 ;
- Lorsqu'il n'y a pas d'affluence de clients, la probabilité qu'elle réalise un bénéfice est 0,4.

On désigne par A l'événement « il y a affluence de clients » et B l'événement « Mariam réalise un bénéfice ».

1. On choisit un jour au hasard.

- Calculer la probabilité de l'événement E suivant : « il y a une affluence de clients et Mariam réalise un bénéfice ».
  - Démontrer que la probabilité  $P(B)$  de l'événement B est 0,58.
  - Mariam a réalisé un bénéfice. Calculer la probabilité qu'il y ait eu une affluence de clients ce jour-là. On donnera l'arrondi d'ordre 2 du résultat.
- 2) Mariam veut faire des prévisions pour trois jours successifs données. On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre de jours où elle réalise un bénéfice sur les 3 jours.
- Déterminer les valeurs prises par X.
  - Déterminer la loi de probabilité de X.
  - Calculer l'espérance mathématiques  $E(X)$  de X.
3. Soit n un nombre entier naturel supérieur ou égal à 2. On note  $P_n$  la probabilité que Mariam réalise au moins une fois un bénéfice pendant n jours successifs sur une période de n jours.
- Justifie que pour tout nombre entier naturel n supérieur ou égal à 2 :  $P_n = 1 - (0,42)^n$ .
  - Déterminer la valeur minimale de n pour qu'on ait  $P_n \geq 0,9999$ .

### ETUDE DE FONCTION

Soit la fonction f dérivable et définie sur  $\mathbb{R}^*$  Par :  $f(x) = 2x - \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$ .

On note  $(C_f)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, I, J)

d'unité graphique 1 cm.

1. Démontre que f est une fonction impaire, puis interprète graphiquement ce résultat.

2. a) Détermine la limite de f à droite en 0, puis interprète graphiquement le résultat.

b) Détermine la limite de f en  $+\infty$ .

3. a) Démontre que :  $\forall x \in ]0; +\infty[, f(x) = 2x - 1 - \frac{2}{e^x - 1}$ .

b) Démontre que la droite (D) d'équation  $y = 2x - 1$  est une asymptote à la courbe  $(C_f)$  en  $+\infty$ .

c) Etudie la position relative de  $(C_f)$  et (D) sur  $]0; +\infty[$ .

4. a) Démontre que :  $\forall x \in ]0; +\infty[, f'(x) = 2 + \frac{2e^x}{(e^x - 1)^2}$ .

b) Étudie le sens de variation de f sur  $]0; +\infty[$ .

c) Dresse le tableau de variation de f sur  $]0; +\infty[$ .

5. Construis la courbe  $(C_f)$  sur  $\mathbb{R}^*$  et ses asymptotes.