WhatsApp :
+225 0546234613

Tehua.unasfa@gmail.com

Fomesoutra.com
ça soutra !

PROF : M. TEHUA	Date de séance :	Niveau : Tle C&D	Séance N°...

PREPA MATHS 2025 : FICHE C (Nbres Compl. & DERIVAB)

Exercice 1 (sans corrigé)

On considère dans s $\mathbb{C}$ le polynôme (E): $z^3 - (4+i)z^2 + (7+i)z - 4 = 0$.

1. a) Démontre que l'équation (E) admet une solution réelle z_0.
   b) Détermine les nombres complexes a et b tels que : $z^3 - (4+i)z^2 + (7+i)z - 4 = (z - z_0)(z^2 + az + b)$.
   c) Résous dans $\mathbb{C}$, l'équation : (E).

2. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct 5O, I, J). **(Unité graphique : 2 cm).**
On donne les points A, B et C d'affixes respectives 1 ; 2 + 2i et 1 – i.
   a) Place les points A, B et C dans le repère.
   b) Calcule le module et un argument de $\frac{2+2i}{1-i}$. Déduis – en la nature du triangle OBC.
   c) Soit (C) le cercle circonscrit au triangle OBC, précise son centre Ω et son rayon r.

3. Soit S la similitude directe de centre C, de rapport 2 et d'angle $-\frac{\pi}{2}$.
   a) Détermine l'écriture complexe de S.
   b) Détermine l'affixe du point D image du point O par S.
   c) Détermine la nature du quadrilatère OCDB. Justifie ta réponse.
   d) Détermine et construis l'image (C') du cercle (C) par S.

Exercice 2 (situation complexe)

En visite dans une usine de fabrication et de commercialisation de sachets de poudre de cacao des élèves d'une classe de Terminale scientifique reçoivent les informations suivantes :

« La capacité journalière de production de l'usine est comprise entre 1 000 et 5 000 sachets. Toute la production journalière est commercialisée. Une étude a révélé que le bénéfice journalier, exprimé en millions de francs CFA, réalisé pour la production et la vente de x milliers de sachets est modélisé sur l'intervalle [1 ; 5] par la fonction B définie par : $B(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 9x + 2$ ».

Le Directeur de l'usine veut accroître le bénéfice de l'entreprise. N'ayant pas de personnel qualifié, il te demande le nombre de sachets à produire en un jour, à l'unité près, pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximal.

En argumentant, détermine le nombre de sachets de poudre de cacao à produire pour obtenir un bénéfice maximal.

CORRIGE

Exercice 2 (situation complexe)

Pour répondre à la préoccupation du Directeur de l'usine,

- J'étudie les variations de la fonction B modélisant le bénéfice journalier de l'usine.
- Je détermine la dérivée de B
- J'étudie le signe de la dérivée de B
- Je détermine le zéro de la dérivée de B sur l'intervalle
- Je donne le nombre de sachets de poudre de cacao à produire pour obtenir le bénéfice journalier maximal de l'usine.

Le bénéfice journalier, exprimé en millions de francs CFA, réalisé pour la production et la vente de x milliers de sachets est modélisé sur l'intervalle [1 ; 5] par la fonction B définie par :

$\mathrm{B}(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 9x + 2$. Etudions les variations de B.

- Dérivée de B :
  $\mathrm{B}'(x) = -x^2 + 9 = -(x-3)(x+3)$
- Signe de la dérivée de B

x	1	3	5
$B'(x)$	$-$	0	$+$

Pour $x \in [1;5], x+3 > 0$ donc $\mathrm{B}'(x)$ a le même signe que $-(x-3)$. Or

$$-(x-3) \geq 0 \Leftrightarrow x-3 \leq 0$$
$$\Leftrightarrow x \leq 3$$

Donc pour $x \in [1;3]$, $\mathrm{B}'(x) \geq 0$ et

pour $x \in [3;5]$, $\mathrm{B}'(x) \leq 0$

- Les variations de la fonction B.
  B est croissante sur l'intervalle $[1;3]$ et décroissante sur l'intervalle$[3;5]$.
- B atteint son maximum en 3. Ce maximum est B(3) = 20.

Le nombre de sachets de poudre de cacao à produire pour obtenir le bénéfice journalier maximal de l'usine est 3000.

Le bénéfice journalier dans ce cas est d'environ 20 millions.