WhatsApp :
+225 0546234613

Tehua.unasfa@gmail.com

REPUBLIQUE DE COTE D'IVOIRE
Union – Discipline – Travail
****

Année Scolaire 2024-2025

PROF : M. TEHUA	Date de séance :	Niveau : Tle C&D	Séance N°...

PREPA MATHS 2025 : FICHE F (SUITE NUMERIQUE)

Fomesoutra.com
ça soutra !

Exercice (sans corrigé)

Soit la suite définie $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par : $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 1 \end{cases}$

1. Démontrer par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N}, U_n \leq 2$.
2. En utilisant la question 1, étudier le sens de variation de la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$.
3. La suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est – elle convergente ? Pourquoi ?
4. Soit la suite $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\forall n \in \mathbb{N}, V_n = U_n - 2$.
   a) Démontrer que la suite $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
   b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n.
   c) Déterminer la limite de $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$.
5. On pose : $S_n = V_0 + V_1 + \cdots + V_n$ et $T_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_n$
   a) Exprimer S_n en fonction de n.
   b) En déduire que $T_n = 2(n+1) - 4 \times \left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right]$
6. Soit f la fonction definie sur $[0; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$. (C) désigne la courbe représentative de f dans le plan rapporté au repère orthonormé (O, I, J). **Unité graphique : 2cm**
   a) Tracer la courbe (C) et la droite (D) d'équation y = x.
   b) Utiliser (C) et (D) pour représenter sur l'axe (OI) les termes U_0 ; U_1 ; U_2 et U_3 de la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$.
   c) Que peut-on conjecturer quant à la convergence de la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$?