COLLECTION

Fomesoutra.com

ça soutra !

Mon livre de Prépa BAC MATHS

EDITION 2025

SÉRIE D CI

sujets+corrigés

De 2020 à 2024

RÉPUBLIQUE DE CÔTE D'IVOIRE

Fomesoutra.com

ça soutra !

EDITÉ PAR

ALEXIS TEHUA

BACCALAURÉAT
SESSION 2020

Coefficient : 4
Durée : 4 h

MATHÉMATIQUES

SÉRIE D

Cette épreuve comporte trois (03) pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3.
Chaque candidat recevra deux (02) feuilles de papier millimétré.
Tout modèle de calculatrice scientifique est autorisé.
Les tables trigonométriques, logarithmiques et les règles à calculs sont aussi autorisées.

EXERCICE 1

Une entreprise achète, utilise et revend des machines à coudre après un certain nombre d'années. Le tableau suivant donne l'évolution du prix Y de vente d'une machine en fonction du nombre d'années X d'utilisation.

Nombre x_i d'années	1	2	3	4	5	6
Prix y_i (en milliers de francs CFA)	150	125	90	75	50	45

Le plan est muni d'un repère orthogonal.
Unités graphiques : en abscisse, 1 cm pour une année ; en ordonnée, 1 cm pour 20 000 F.

1. Représente le nuage de points associés à la série statistique (X, Y).

2. *a*) Détermine les coordonnées du point moyen G du nuage de points de cette série statistique.
On donnera les résultats sous forme de fractions irréductibles.
b) On note V(X) la variance de X et Cov(X, Y) la covariance de (X, Y).
Démontre que : $V(X) = \frac{35}{12}$ et $Cov(X, Y) = -\frac{255}{4}$.

3. On admet que la variance V(Y) de Y est égale à 1445.
a) Justifie que le coefficient de corrélation linéaire de la série statistique (X, Y) est $\frac{-3\sqrt{21}}{14}$.
b) Justifie qu'il existe une forte corrélation linéaire entre les variables X et Y.

4. Soit (D) la droite de régression de Y en X.
Démontre, par la méthode des moindres carrés, qu'une équation de (D) est : $y = -\frac{153}{7}x + \frac{497}{3}$.

5. Détermine le prix de vente d'une machine à coudre à la fin de la 7^e année.
On arrondira le résultat au multiple le plus proche de 5.

Tournez la page S.V.P.

EXERCICE 2

1. On considère l'équation (E) : $z \in \mathbb{C}, z^3 + (1+i)z^2 + (2-2i)z + 8i = 0$.

   a) Justifie que $2i$ est une solution de (E).
   b) Justifie que : $\forall z \in \mathbb{C}, z^3 + (1+i)z^2 + (2-2i)z + 8i = (z-2i)[z^2 + (1+3i)z - 4]$.
   c) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation (E') : $z^2 + (1+3i)z - 4 = 0$.
   d) Déduis des questions précédentes la résolution dans $\mathbb{C}$ de l'équation (E).

2. Le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J). L'unité graphique est 2 cm.
   On donne les points A, B, C et D d'affixes respectives : $-3i$; $1-i$; $2i$ et $-2-2i$.
   a) Place les points A, B, C et D sur votre feuille de copie.
   b) Démontre que le triangle BAD est rectangle et isocèle en A.

3. Soit S la similitude plane directe de centre D qui transforme A en B.
   a) Démontre que l'écriture complexe de S est : $z' = (1+i)z - 2 + 2i$.
   b) Démontre que S(B) = C.
   c) Détermine l'image du triangle BAD par la similitude S.

PROBLÈME

Partie A

On considère la fonction g définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 2x - e^{-x}$.

1. Calcule $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$.

2. Démontre que la fonction g est strictement croissante sur $\mathbb{R}$, puis dresse son tableau de variation.

3. *a*) Démontre que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique dans $\mathbb{R}$. On la note α.
   b) Justifie que : $0,3 < \alpha < 0,4$.

4. Justifie que : $\forall x \in]-\infty, \alpha[, g(x) < 0$;
   $\forall x \in]\alpha, +\infty[, g(x) > 0$.

Partie B

Soit f la fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (x-1)(2e^x - 1)$.
On note (C_f) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
L'unité graphique est 2 cm.

1. Calcule $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$.
   Donne une interprétation graphique des résultats obtenus.

2. *a*) Calcule $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.
   b) Justifie que : $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = 1 - x + 2(x-1)e^x$.
   c) Démontre que la droite (D) d'équation $y = 1 - x$ est une asymptote à (C_f) en $-\infty$.
   d) Étudie la position relative de (C_f) et (D).

3. On suppose que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on note f' sa fonction dérivée.
a) Démontre que $\forall\, x \in \mathbb{R},\ f'(x) = e^x g(x)$.
b) Étudie le sens de variation de f.
c) Dresse le tableau de variation de f.

4. *a)* Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation : $f(x) = 0$.
b) Déduis-en les coordonnées des points d'intersection A et B de (C_f) et de l'axe des abscisses.
On choisira : $x_A < x_B$ (x_A et x_B étant les abscisses respectives de A et B).

5. Détermine une équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse 0.

6. Trace les droites (D) et (T), puis construis (C_f).
On prendra : $\alpha = 0{,}35$ et $f(\alpha) = -1{,}2$.

7. À l'aide d'une intégration par parties, calcule l'aire en cm², de la partie du plan délimitée par (C_f), la droite (D) et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.

BACCALAUREAT – SESSION 2020

EPREUVE : MATHEMATIQUES DATE : 2020 HEURE :

SERIE(S) : D

CORRIGE ET BAREME

CORRIGE	BAREME
Le barème est national. Il ne peut être modifié.	
Certaines réponses ont été rédigées à titre indicatif. Cependant, toute autre démarche correcte sera acceptée.	
Le correcteur devra tenir compte de la démarche qui a conduit au résultat.	
A un résultat correct non justifié ou incorrectement justifié on accordera la moitié des points sauf si la question est notée sur 0,25. Dans ce cas, on attribuera la note zéro.	
Toute faute sera sanctionnée une seule fois. En conséquence, on appréciera les réponses en fonction des résultats obtenus précédemment par le candidat même si les résultats intermédiaires sont faux.	

CORRIGE	BAREME
EXERCICE 1 (04 pts)	
1. Voir annexe 1	0,5
2. a) $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{21}{6} = \frac{7}{2}$	0,25
$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{535}{6}$	0,25
$G\left(\frac{7}{2} ; \frac{535}{6}\right)$	
b) $V(x) = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2 = \frac{35}{12}$	0,5
$Cov(x;y) = \frac{\sum x_i y_i}{n} - \bar{x}\bar{y} = \frac{745}{3} - \frac{7}{2} \times \frac{535}{6}$	
$Cov(x;y) = -\frac{255}{4}$	0,5
3. a) $V(y) = 1445$	
$r = \frac{Cov(x,y)}{\sqrt{V(x) \cdot V(y)}} = \frac{-3\sqrt{21}}{14}$	0,5
b) $r \simeq -0,98$	
On a : $0,87 < \lvert r \rvert < 1$ il y a une forte corrélation linéaire entre x et y.	0,5
4. Une équation de la droite (D) est de la forme $y = ax + b$	
où $a = \frac{Cov(x,y)}{V(x)} = -\frac{153}{7}$ 0,25	
$b = \bar{y} - a\bar{x} = \frac{497}{3}$ 0,25	
Donc (D) : $y = -\frac{153}{7}x + \frac{497}{3}$	0,5
5. Pour $x = 7$; $y = \frac{38}{3}$	
Donc $y \simeq 12,666$	
Le prix de vente d'une machine à la fin de la 7e année est 12 665 FCFA.	0,5

CORRIGE	BAREME
Exercice 2 (05 pts)	
1.a) $(2i)^3+(1+i)(2i)^2+(2-2i)(2i)+8i=0$	0,25
Donc $2i$ est une solution de (E).	
b) $(z-2i)[z^2+(1+3i)z-4]=z^3+(1+i)z^2+(2-2i)z+8i$	0,50
Toute démonstration correcte est acceptée.	
c) $(E') : z^2+(1+3i)z-4=0$	
$\Delta = 8+6i = (3+i)^2$	0,25x2
Les solutions de (E') sont : $1-i$ et $-2-2i$	0,25x2
$S_{E'} = \{1-i ; -2-2i\}$	
d) $(E) \iff z-2i=0$ ou $z^2+(1+3i)z-4=0$ 0,25	
Donc $S_E = \{2i ; 1-i ; -2-2i\}$ 0,25	0,50
2. a) Voir annexe 2.	0,25x4
b) $\frac{z_D-z_A}{z_B-z_A}=i$; donc BAD est rectangle et isocèle en A	0,50
Toute démonstration correcte est acceptée.	
3 a) L'écriture complexe de S est de la forme $z'=az+b$	
$S(D)=D$ et $S(A)=B \iff \begin{cases} a(-2-2i)+b=-2-2i \\ a(-3i)+b=1-i \end{cases}$	0,25
Donc : $z'=(1+i)z-2+2i$	0,50
b) $(1+i)(1-i)-2+2i=2i$; donc : $S(B)=C$	0,25
c) $\overset{S}{\curvearrowright}$ D → D ; A → B ; B → C	0,25
D'où l'image par S de DAB est DBC	

CORRIGE	BAREME
Problème (11 pts)	
PARTIE A (3,5 pts)	
1. $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x) = -\infty$ — 0,25 + 0,25	0,50
$\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$ — 0,25 + 0,25	0,50
2. $\forall x \in \mathbb{R}$; $g'(x) = 2 + e^{-x}$	0,25
$\forall x \in \mathbb{R}$; $g'(x) > 0$ donc g est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.	0,25
Tableau de variation de g.	
(tableau ci-dessous)	0,50
3.a) La fonction g est continue sur $\mathbb{R}$ (car dérivable) et strictement croissante sur $\mathbb{R}$. De plus $g(]-\infty; +\infty[) =]-\infty; +\infty[$ donc l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique dans $\mathbb{R}$.	0,50
b) On a $g(0,3) \simeq -0,14$ et $g(0,4) = 0,12$; $g(0,3) \times g(0,4) < 0$ donc $0,3 < \alpha < 0,4$	0,50
4. g est strictement croissante sur $]-\infty; \alpha[$ d'où $\forall x \in]-\infty; \alpha[$ $g(x) < g(\alpha)$; $g(\alpha) = 0$. g est strictement croissante sur $]\alpha; +\infty[$ $\forall x \in]\alpha; +\infty[$ $g(\alpha) < g(x)$ et $g(\alpha) = 0$ d'où $\begin{cases} \forall x \in]-\infty; \alpha[, g(x) < 0 \\ \forall x \in]\alpha; +\infty[, g(x) > 0 \end{cases}$	0,50

x	$-\infty$		$+\infty$
$g'(x)$		+	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

MATHEMATIQUES DATE : 2020 HEURE : SERIE(S) : D

CORRIGE	BAREME
PARTIE B (7,5 pts)	
1. $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ 0,25 + 0,25	0,50
$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ 0,25 + 0,25	0,50
$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ donc $(\mathcal{C}_f)$ admet une	
branche parabolique de direction celle de (OJ)	0,25
2. a) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$	0,50
b) Toute démonstration correcte est acceptée.	0,25
c) $\cdot f(x) - (1-x) = 2(x-1)e^{x}$	
$\lim\limits_{x \to -\infty} 2(x-1)e^{x} = 0$ donc $(\Delta): y = 1-x$ est une	
asymptote à $(\mathcal{C}_f)$ en $-\infty$.	0,50
d) $\forall x \in]-\infty ; 1[; f(x) - (1-x) < 0$ donc $(\mathcal{C}_f)$ est au dessous de (Δ)	
$\forall x \in]1 ; +\infty[; f(x) - (1-x) > 0$ donc $(\mathcal{C}_f)$ est au dessus de (Δ).	0,50
Pour $x = 1$ $(\mathcal{C}_f)$ et (Δ) se coupent au point I.	
3. a) Toute demonstration correcte est acceptée.	0,50
$\forall x \in \mathbb{R}$ $f'(x) = e^{x} g(x)$.	
b) $\forall x \in \mathbb{R}$, $e^{x} > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $g(x)$.	
$\forall x \in]-\infty ; \alpha[$ $f'(x) < 0$ donc f est strictement décroissante sur $]-\infty ; \alpha[$.	0,25
$\forall x \in]\alpha ; +\infty[$ $f'(x) > 0$ donc f est strictement croissante sur $]\alpha ; +\infty[$.	0,25
c)	

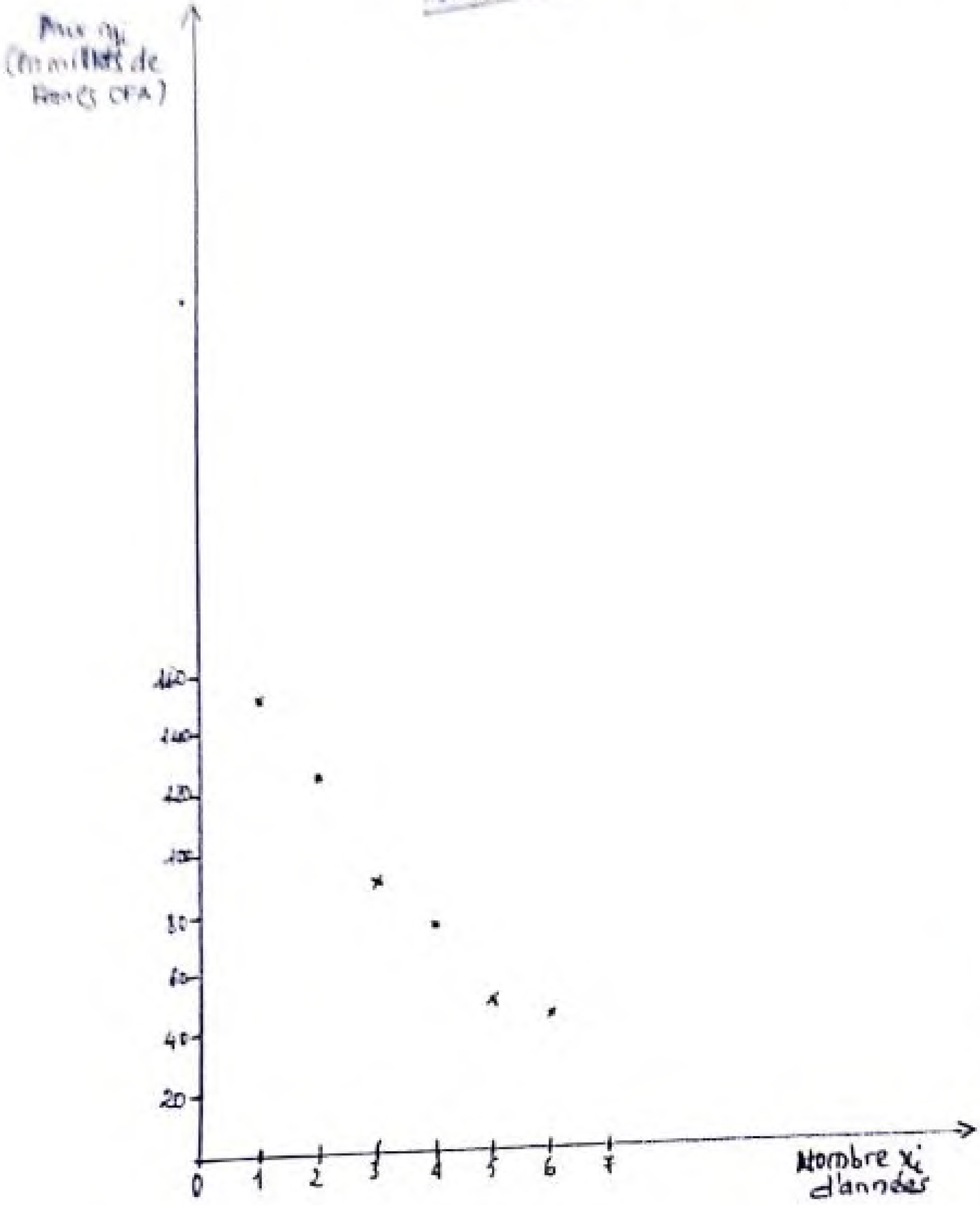
x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$f(\alpha)$	$\nearrow$	$+\infty$

Barème : 0,25

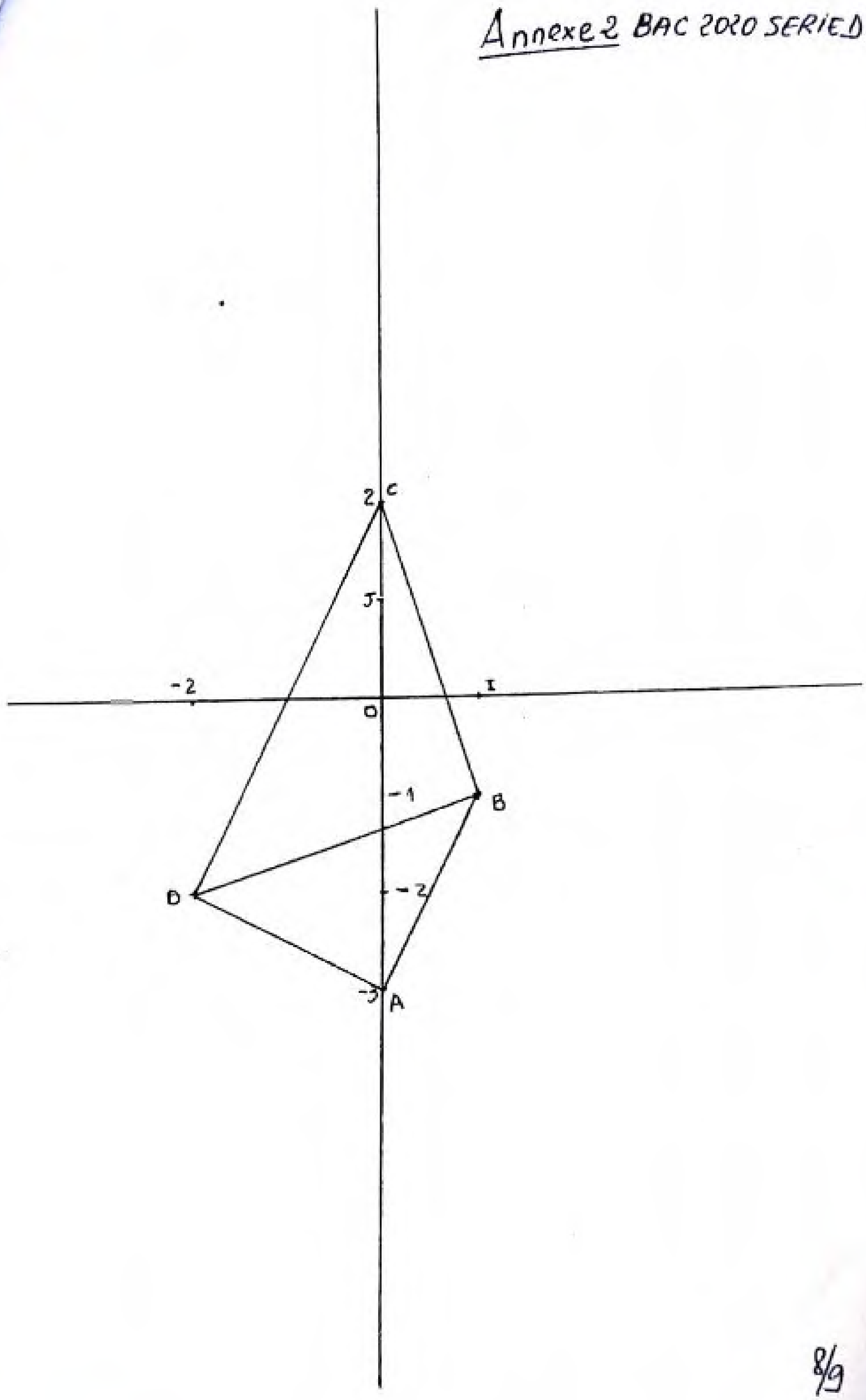
MATHEMATIQUES DATE : 2020 HEURE : ……… SERIE(S) : D

CORRIGE	BAREME
a) $f(x)=0 \Leftrightarrow \overset{0,25}{x=1}$ ou $\overset{0,25}{x=-\ln 2}$	0,25×2
$S_{\mathbb{R}} = \{-\ln 2 ; 1\}$	
b) $(\mathcal{C}_f)$ et (OI) se coupent en $A\binom{-\ln 2}{0}$ et $B\binom{1}{0}$	0,25×2
5.a) $f'(0)=-1$ et $f(0)=-1$ donc $(T) : y=-x-1$	0,50
6. Voir annexe 3 $\begin{cases} (D) \text{ et } (T) \\ (\mathcal{C}_f) \end{cases}$	0,25×2 0,50
7. $\mathcal{A} = \int_0^1 [(1-x)-f(x)]dx \cdot ua$	0,25
$\mathcal{A} = -2\int_0^1 (x-1)e^x dx \cdot ua$	
$\mathcal{A} = [-2(x-1)e^x]_0^1 + 2\int_0^1 e^x dx \; ua$	0,25
$\mathcal{A} = 2(e-2)\times 4 \text{ cm}^2$	0,25

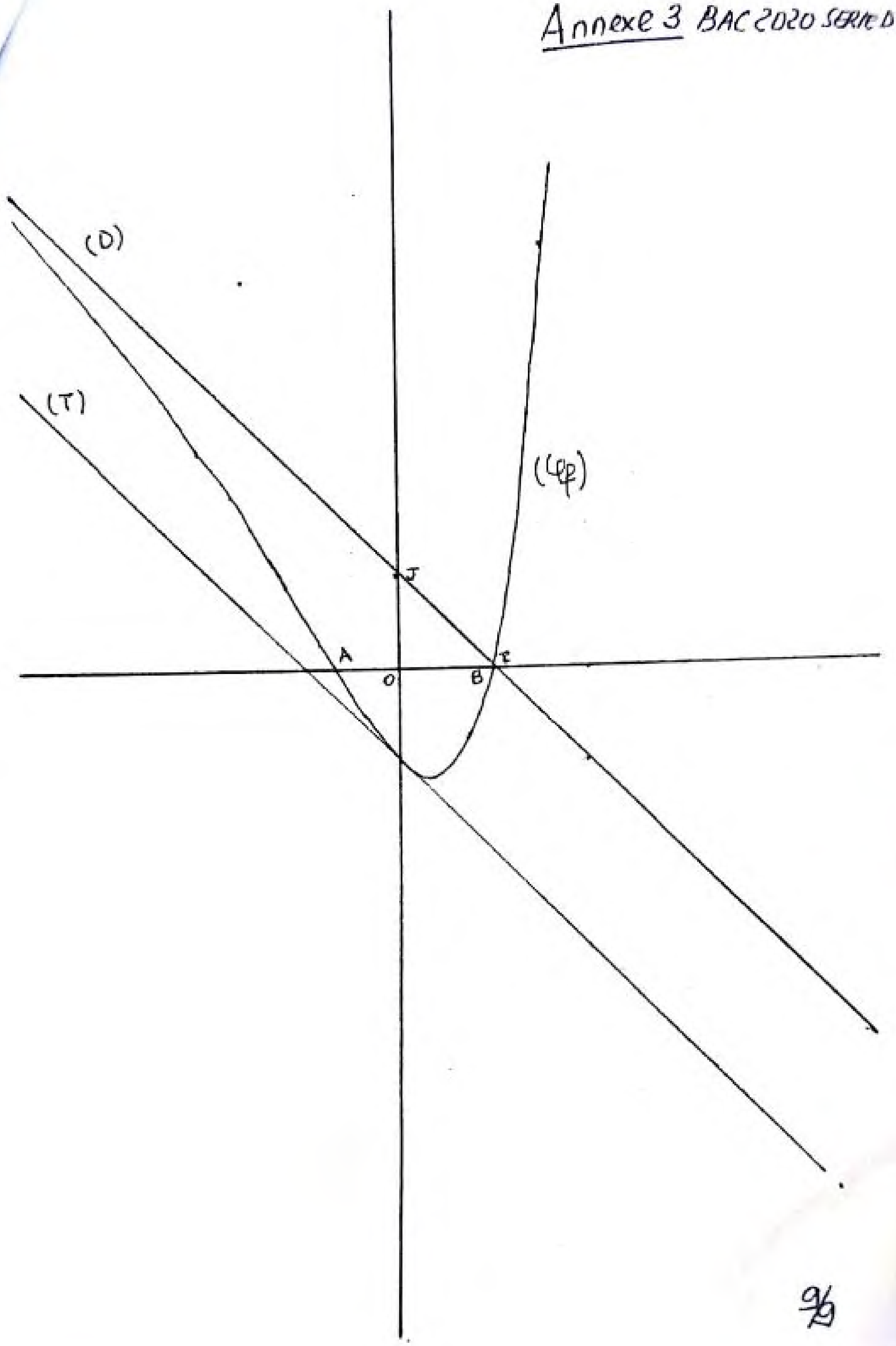
Annexe 1 BAC 2020 SERIE D



Annexe 2 BAC 2020 SERIE D



Annexe 3 BAC 2020 SERIE D



Mathématiques

Série D

Côte d'Ivoire 2021

Durée : 4 heures

Coefficient : 4

Tout modèle de calculatrice scientifique est autorisé.
Les tables trigonométriques et logarithmiques et les règles à calculs sont autorisées.

Exercice 1 (2 points)
Pour chaque énoncé, écris **Vrai** si l'énoncé est vrai ou de **Faux** si l'énoncé est faux.
Aucune justification n'est demandée.

Affirmation n° 1 La fonction ln est strictement décroissante sur $]0\,;+\infty[$.

Affirmation n° 2 La fonction ln est la primitive sur $]0\,;+\infty[$ de la fonction : $x \rightarrow \frac{1}{x}$ qui s'annule en 1.

Affirmation n° 3 On considère la suite u définie par : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ \forall n \in \mathbf{N}, \quad u_{n+1} = 3u_n \end{cases}$
La suite u est arithmétique.

Affirmation n° 4 Soit f une fonction numérique dérivable sur un intervalle K.
a et b sont deux éléments de K tels que $a < b$.
S'il existe deux nombres réels m et M tels que pour tout x élément de $[a\,;\,b\,]$, $m \leqslant f\,'(x) \leqslant M$, alors : $m(b-a) \leqslant f(b) - f(a) \leqslant M(b-a)$.

Exercice 2 (2 points)
Pour chacun des énoncés incomplets des cinq propositions ci-dessous, quatre réponses A, B, C et D sont proposées dont une seule permet d'avoir l'énoncé juste.
Écris, sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé incomplet suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

Énoncé incomplet n° 1. Soit u la suite numérique définie par : $\begin{cases} u_0 = -2 \\ \forall n \in \mathbf{N}, \quad u_{n+1} = \sqrt{2+u_n}. \end{cases}$
La suite u a pour limite ...
A : - ∞
B : 2
C : 0
D : + ∞ .

Énoncé incomplet n° 2. L'inéquation (E) : $x \in \mathbf{R}$, ln(x) - 1 $\leqslant$ 0 , a pour ensemble de solutions ...

A : $]-\infty\,;\,e]$
B : $]0\,;\,e]$
C : $[e\,;+\infty[$
D : $\varnothing$.

Énoncé incomplet n° 3. On pose : $z = -\sqrt{3} + i$. On note r le module de z et θ l'argument principal de z.
r et θ vérifient ...

A : $r = 2$ et $\theta = \dfrac{5\pi}{6}$

B : $r = 2$ et $\theta = \dfrac{-5\pi}{6}$

C : $r = 2$ et $\theta = \dfrac{2\pi}{3}$

D : $r = 1$ et $\theta = \dfrac{5\pi}{6}$.

Énoncé incomplet n° 4. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O\,;\,\vec{u},\,\vec{v})$. Soient I et J les points d'affixes respectives 1 et i. On note (Γ) l'ensemble des points M du plan d'affixe z vérifiant : $|z-1| = |z-i|$.
(Γ) est ...

A : la droite (IJ) privée du segment [IJ]

B : la droite (IJ)

C : la médiatrice du segment [IJ]

D : le cercle de centre I et de rayon 1.

Énoncé incomplet n° 5. Soit f une fonction numérique dérivable sur un intervalle K telle que : $\forall x \in$ K, $f'(x) > 0$.
f est une bijection de K vers f (K).
$\forall a \in f(\mathrm{K})$, $(f^{-1})'(a)$ est égal à ...

A : $\dfrac{1}{f'(a)}$

B : $\dfrac{-1}{f^{-1}(a)}$

C : $f'(f^{-1}(a))$

D : $\dfrac{1}{f'(f^{-1}(a))}$.

Exercice 3 (3 points)

Dans une ville, 30% de la population ont un âge supérieur ou égal à 65 ans.
60% des personnes ayant un âge supérieur ou égal à 65 ans sont atteints de la Covid-19.
0,1% des personnes de moins de 65 ans sont atteints de la Covid-19.

1. On prend une personne au hasard et on donne les événements suivants :
S " la personne a un âge supérieur ou égal à 65 ans " ;
C " le personne est atteinte de la Covid-19 " .

a. Dresse un arbre pondéré qui représente la situation.

b. Donne la probabilité $P_{\mathrm{S}}(\mathrm{C})$ des personnes atteintes de la Covid-19 sachant qu'elles ont plus de 65 ans.

c. Calcule la probabilité pour que la personne ait au moins 65 ans et soit atteinte de la Covid-19.

2. Justifie que la probabilité de l'événement C est : 0,1807.

3. On prend au hasard n personnes dans la ville et on note P_{n} la probabilité d'avoir au moins une personne atteinte de la Covid-19 ($n \in \mathbf{N}^*\{1$).

a. Justifie que : $\forall\ n \in \mathbf{N}^*\{1$, $P_n = 1-(0,8193)^n$.

b. Détermine le nombre minimal de personnes pour que la probabilité d'avoir au moins une personne atteinte de la Covid-19 dépasse 99,99 %.

Exercice 4 (4 points)

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbf{R}$ par : $f(x) = (x+1)\mathrm{e}^{1-x} - x + 1$.
On note (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
L'unité graphique est le centimètre.

1. On admet que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x} = +\infty$.
Interprète graphiquement ces résultats.

2. **a.** Calcule la limite de f en $+\infty$.

b. Justifie que la droite (D) d'équation $y = -x + 1$ est une asymptote à (C) en $+\infty$.

3. Soit g la fonction numérique définie sur $\mathbf{R}$ par : $g(x) = xe^{1-x} + 1$.
On admet qu'il existe un nombre réel α élément de l'intervalle [-0,4 ; -0,2] tel que g (α)=0 et
$\begin{cases} \forall x \in]-\infty\,;\,\alpha[,\ g(x) < 0 \\ \forall x \in]\alpha\,;\,+\infty[,\ g(x) > 0 \end{cases}$
On admet que f est dérivable sur $\mathbf{R}$.
   a. Justifie que : $\forall x \in R\,, f'(x) = -g(x)$.
   b. Étudie le sens de variation de f .
   c. Dresse le tableau de variation de *f*.
4. On admet que (C) est au dessus de (D) sur [-1 ; + ∞[et au dessous de (D) sur]-∞ ; -1].
Construis (C). (T
prendras : α=-0,3 et f (α) = 3,9).
5. **a.** Interprète graphiquement l'intégrale K telle que $K = \displaystyle\int_0^1 (f(x) - (-x+1))\mathrm{d}x$.
   b. Justifie, à l'aide d'une intégration par parties, que K = 2e - 3.

Exercice 5 (4 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct (O ; $\vec{u}$, $\vec{v}$) d'unité graphique le centimètre.
On réalisera une figure qu'on complétera tout au long de l'exercice.
On note A et B les points d'affixes respectives 8 et 4 + 4i.

1. On considère la similitude directe S de centre O telle que S(A)=B.
   a. Justifie que la similitude directe S a pour écriture complexe : $z' = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\right) z$.
   b. Détermine le rapport et l'angle de S.
2. On considère les points A_n tels que $\begin{cases} A_0 = A \\ \forall n \in \mathbf{N}\,, A_{n+1} = S(A_n) \end{cases}$
On désigne par z_n l'affixe du point A_n .
   a. Démontre par récurrence que : $\forall n \in \mathbf{N}\,, z_n = 8\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\right)^n$.
   b. Démontre que le triangle OA_nA_{n+1} est rectangle et isocèle en A_{n+1}.
3. **a.** Place successivement les points A_0 , A_1 , A_2 , A_3 et A_4.
   b. Justifie que l'aire a_1 en cm^2,du triangle OA_0A_1 est 16.
   c. Déduis du résultat précédent l'aire a, en cm^2, du polygone A_0 A_1 A_2 A_3A_4.

Exercice 6 (5 points)

Une société fabrique et commercialise des produits cosmétiques. Les relevés, en millions de Francs CFA, des frais publicitaires mensuels de la société et de son chiffre d'affaires mensuel sont consignés dans le tableau suivant.

Frais publicitaires	1	2	3	4	5
Chiffre d'affaires	60	66	69	75	81

Le directeur commercial veut investir davantage dans la publicité pour que le chiffre d'affaires mensuel atteigne 100 millions de Francs CFA.
Informée du problème, sa fille, qui est une de tes camarades de classe, te sollicite pour trouver le montant des frais à investir dans la publicité afin d'atteindre 100 millions comme chiffre d'affaires.
Fais une proposition argumentée.

Correction

Bac D Côte d'Ivoire 2021

Exercice 1 (2 points)

Affirmation n° 1 : affirmation fausse

La fonction **ln** n'est pas strictement décroissante sur $]0\,;+\infty[$.
Un contre-exemple le montre facilement.
Les nombres 1 et **e** appartiennent à l'intervalle $]0\,;+\infty[$.
Nous savons que $1 < \mathbf{e}$ puisque $\mathbf{e} \approx 2{,}718$.
Si la fonction ln était strictement décroissante, nous aurions : $\ln(1) > \ln(e)$, ce qui n'est pas le cas puisque les égalités $\ln(1) = 0$ et $\ln(e) = 1$ impliquent que $\ln(1) < \ln(e)$.
Donc l'affirmation n°1 est fausse.
En fait, la fonction **ln** est strictement croissante sur $]0\,;+\infty[$.

Affirmation n° 2 : affirmation vraie

Nous savons que la fonction **ln** est définie, continue et dérivable sur $]0,+\infty[$ vérifiant :$\ln(1) = 0$ et pour tout réel strictement positif x : $\ln'(x) = \dfrac{1}{x}$
Dès lors, La fonction **ln** est la primitive sur $]0\,;+\infty[$ de la fonction : $x \to \frac{1}{x}$ qui s'annule en 1.
Donc l'affirmation n°2 est vraie.

Affirmation n° 3 : affirmation fausse

On considère la suite u définie par : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ \forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+1} = 3u_n \end{cases}$
Déterminons les trois premiers termes de cette suite.

$\boxed{u_0 = 2}$

$u_1 = 3u_0 = 3 \times 2 = 6 \Longrightarrow \boxed{u_1 = 6}$

$u_2 = 3u_1 = 3 \times 6 = 18 \Longrightarrow \boxed{u_2 = 18}$

$$\begin{cases} u_2 - u_1 = 6 - 2 = 4 \\ u_3 - u_2 = 18 - 6 = 12 \end{cases} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{u_2 - u_1 \neq u_3 - u_2}.$$

La suite u n'est dès lors pas arithmétique.
Donc l'affirmation n°3 est fausse.
En fait, la suite u est une suite géométrique.

Affirmation n° 4 : affirmation vraie

Il s'agit de l'**inégalité des accroissements finis**.

Exercice 2 (2 points)

Énoncé incomplet n° 1. Soit u la suite numérique définie par : $\begin{cases} u_0 = -2 \\ \forall n \in \mathbf{N}, \quad u_{n+1} = \sqrt{2 + u_n}. \end{cases}$

La suite u a pour limite **2.** **(Réponse B)**

Justification

Nous observons que $\begin{cases} u_0 = -2 \\ u_1 = \sqrt{2 + u_0} = \sqrt{2 - 2} = 0 \\ u_2 = \sqrt{2 + u_1} = \sqrt{2 + 0} = \sqrt{2} \end{cases} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{\begin{cases} u_0 = -2 \\ u_1 = 0 \\ u_2 = \sqrt{2} \end{cases}}$

Montrons par récurrence que la suite u est croissante.

Initialisation : Montrons que la propriété est vraie pour $n = 0$, soit que : $u_0 < u_1$.
C'est évident puisque $-2 < 0 \iff u_0 < u_1$.

Hérédité : Montrons que si pour un nombre naturel n fixé, la propriété est vraie au rang n, alors elle est encore vraie au rang $(n+1)$.
Montrons donc que si pour un nombre naturel n fixé, $u_n < u_{n+1}$, alors $u_{n+1} < u_{n+2}$.
En effet,

$$u_{n+1} = \sqrt{2+u_n} < \sqrt{2+u_{n+1}} = u_{n+2} \Longrightarrow \boxed{u_{n+1} < u_{n+2}}$$

Donc l'hérédité est vraie.

Puisque l'initialisation et l'hérédité sont vraies, **nous avons montré par récurrence que la suite u est croissante.**

Montrons par récurrence que la suite u est majorée par 2.
Initialisation : Montrons que la propriété est vraie pour $n = 0$, soit que : $u_0 < 2$.
C'est évident puisque $-2 < 2 \iff u_0 < 2$.

Hérédité : Montrons que si pour un nombre naturel n fixé, la propriété est vraie au rang n, alors elle est encore vraie au rang $(n+1)$.
Montrons donc que si pour un nombre naturel n fixé, $u_n < 2$, alors $u_{n+1} < 2$.
En effet,

$$\begin{aligned} u_{n+1} = \sqrt{2+u_n} &\Longrightarrow u_{n+1} < \sqrt{2+2} \quad (\text{car } u_n < 2) \\ &\Longrightarrow u_{n+1} < \sqrt{4} \\ &\Longrightarrow \boxed{u_{n+1} < 2} \end{aligned}$$

Donc l'hérédité est vraie.

Puisque l'initialisation et l'hérédité sont vraies, **nous avons montré par récurrence que la suite u est bornée par 2.**

Étant croissante et bornée par 2, la suite u admet une limite ℓ.

ℓ est solution de l'équation $\ell = \sqrt{2+\ell}$.

$$\ell = \sqrt{2+\ell} \iff \begin{cases} \ell \geqslant 0 \\ \ell^2 = 2+\ell \end{cases} \iff \begin{cases} \ell \geqslant 0 \\ \ell^2 - \ell - 2 = 0 \end{cases}$$

Résolvons l'équation du second degré : $\ell^2 - \ell - 2 = 0$.

$$\begin{aligned} \text{Discriminant : } \Delta &= (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-2) \\ &= 1+8 \\ &= 9 > 0 \end{aligned}$$

$$\text{Racines : } \ell_1 = \frac{1-\sqrt{9}}{2} = -1$$
$$\ell_2 = \frac{1+\sqrt{9}}{2} = 2$$

La valeur $\ell = -1$ est à rejeter car $\ell \geqslant 0$.
D'où $\boxed{\ell = 2}$
Par conséquent **la suite u a pour limite 2.**

Énoncé incomplet n° 2. L'inéquation (E) : $x \in \mathbb{R}$, $\ln(x) - 1 \leqslant 0$, a pour ensemble de solutions $]0\,;\,\mathrm{e}]$. **(Réponse B)**
<u>Justification</u>
$\ln(x)$ n'est défini que pour $\boldsymbol{x > 0}$.
Résolvons donc l'inéquation $\ln(x) - 1 \leqslant 0$ pour tout x dans l'intervalle $]0\,;+\infty[$.

$\ln(x) - 1 \leqslant 0 \iff \ln(x) \leqslant 1 \iff x \leqslant \mathrm{e}^1 \iff x \leqslant \mathrm{e}$

Or $x > 0$.

D'où $\boxed{0 < x \leqslant \mathrm{e}}$
Par conséquent, **l'ensemble des solutions de l'inéquation est $]0\,;\,\mathrm{e}]$.**

Énoncé incomplet n° 3. On pose : $z = -\sqrt{3} + \mathrm{i}$. On note r le module de z et θ l'argument principal de z .

r et θ vérifient : $r = 2$ et $\theta = \dfrac{5\pi}{6}$.

Justification

$r = |-\sqrt{3} + \mathrm{i}| = \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + 1^2} = \sqrt{3+1} = \sqrt{4} = 2$

$\Longrightarrow \boxed{r = 2}$

$$\begin{cases} \cos(\theta) = \dfrac{-\sqrt{3}}{r} \\ \sin(\theta) = \dfrac{1}{r} \end{cases} \iff \begin{cases} \cos(\theta) = \dfrac{-\sqrt{3}}{2} \\ \sin(\theta) = \dfrac{1}{2} \end{cases} \iff \boxed{\theta = \dfrac{5\pi}{6}}$$

Énoncé incomplet n° 4. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(\mathrm{O}\,;\,\vec{u}, \vec{v})$.
Soient I et J les points d'affixes respectives 1 et **i**.
On note (Γ) l'ensemble des points M du plan d'affixe z vérifiant : $|z - 1| = |z - \mathrm{i}|$.
(Γ) est **la médiatrice du segment [IJ].** **(Réponse C)**

Justification

$|z - 1| = |z - \mathrm{i}| \iff MI = MJ.$
Les points M sont donc équidistants des points I et J.
Par conséquent, **l'ensemble des points M est la médiatrice du segment [IJ].**

Énoncé incomplet n° 5. Soit f une fonction numérique dérivable sur un intervalle K telle que :
$\forall x \in \mathrm{K},\ f'(x) > 0$.
f est une bijection de K vers f (K).
$\forall a \in f(\mathrm{K})\,, (f^{-1})'(a)$ est égal à $\dfrac{1}{f'(f^{-1}(a))}$. **(Réponse D)**

Justification

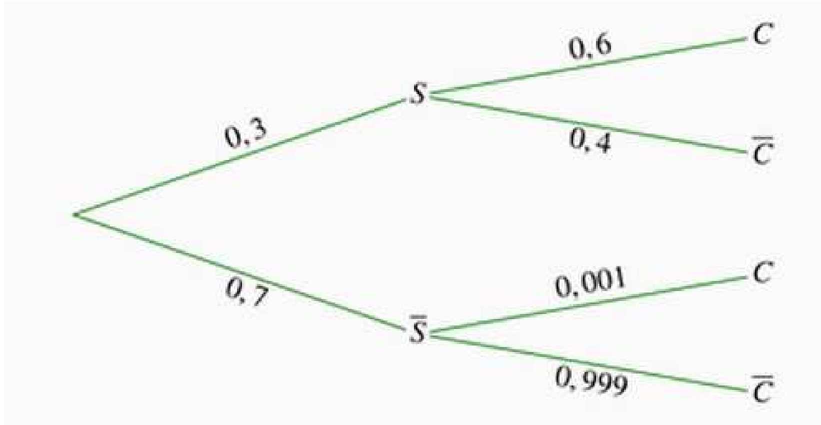
Par définition de fonction réciproque, nous avons : $\forall\ x \in f(K),\ f(f^{-1}(x)) = x$.
En dérivant les deux membres et en utilisant la formule de dérivation de la fonction composée, nous obtenons :

$$\forall x \in\ f(K),\ \left(f(f^{-1}(x))\right)' = x' \Longrightarrow f'(f^{-1}(x)) \times (f^{-1})'(x) = 1.$$

$$\Longrightarrow \boxed{(f^{-1})'(x) = \dfrac{1}{f'(f^{-1}(x))}}.$$

Exercice 3 (3 points)
Dans une ville, 30% de la population ont un âge supérieur ou égal à 65 ans.
60% des personnes ayant un âge supérieur ou égal à 65 ans sont atteints de la Covid-19.
0,1% des personnes de moins de 65 ans sont atteints de la Covid-19.

1. a) Arbre pondéré représentant la situation.



1. b) 60% des personnes ayant un âge supérieur ou égal à 65 ans sont atteints de la Covid-19.

D'où $\boxed{P_S(C) = 0,6}$

1. c) Nous devons déterminer $P(S \cap C)$.

$$\begin{aligned} P(S \cap C) &= P(S) \times P_S(C) \\ &= 0,3 \times 0,6 \\ &= 0,18 \end{aligned}$$

$\Longrightarrow \boxed{P(S \cap C) = 0,18}$

Par conséquent, **la probabilité que la personne ait au moins 65 ans et soit atteinte de la Covid-19 est égale à 0,18.**

2. Nous devons déterminer $\mathbf{P(C)}$.

Les événements S et $\overline{S}$ forment une partition de l'univers.
En utilisant la formule des probabilités totales, nous obtenons :

$$\begin{aligned} P(C) &= P(S \cap C) + P(\overline{S} \cap C) \\ &= 0,18 + P(\overline{S}) \times P_{\overline{S}}(C) \\ &= 0,18 + 0,7 \times 0,001 \\ &= 0,1807 \end{aligned}$$

$\Longrightarrow \boxed{P(C) = 0,1807}$

3. On prend au hasard n personnes dans la ville et on note P_n la probabilité d'avoir au moins une personne atteinte de la Covid-19 $(n \in \mathbb{N}^*\backslash\{1\})$.

3. a) Nous avons montré dans la question 2. que si on choisit une personne au hasard, la probabilité qu'elle soit atteinte de la Covid est égale à 0,1807.
Donc la probabilité qu'elle ne soit pas atteinte de la Covid-19 est égale à 1 - 0,1807 = 0,8193.
Si on prend au hasard n personnes, la probabilité qu'aucune d'entre elles ne soit atteinte de la Covid-19 est

égale à $\mathbf{(0,8193)^n}$.
Dès lors, la probabilité d'avoir au moins une personne atteinte de la Covid-19 est $\boldsymbol{P_n} = \mathbf{1 - (0,8193)^n}$.

3. b) Nous devons déterminer le plus petit entier naturel n vérifiant l'inégalité $P_n > 0,9999$.

$$\begin{aligned} P_n > 0,9999 &\Longleftrightarrow 1 - (0,8193)^n > 0,9999 \\ &\Longleftrightarrow -(0,8193)^n > 0,9999 - 1 \\ &\Longleftrightarrow -(0,8193)^n > -0,0001 \\ &\Longleftrightarrow (0,8193)^n < 0,0001 \end{aligned}$$

$\iff \ln((0,8193)^n) < \ln(0,0001)$
$\iff n \times \ln(0,8193) < \ln(0,0001)$
$\iff n > \dfrac{\ln(0,0001)}{\ln(0,8193)}$ (changement de sens de l'inégalité car $\ln(0,8193) < 0$)

Or $\dfrac{\ln(0,0001)}{\ln(0,8193)} \approx 46,2$
D'où la plus petite valeur de l'entier naturel n vérifiant l'inégalité est $\boldsymbol{n} = \mathbf{47}$.
Par conséquent, **il faudra au minimum 47 personnes pour que la probabilité d'avoir au moins une personne atteinte de la Covid-19 soit supérieure à 99,99 %.**

Exercice 4 (4 points)

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (x+1)\,\mathrm{e}^{1-x} - x + 1$.

1. $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ signifie que la courbe (C) admet une branche infinie.

Si de plus, $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x} = +\infty$, la courbe (C) admet une branche parabolique de direction (Oy) en $-\infty$.

2. a) $\begin{cases} \lim\limits_{x\to+\infty} (x+1) = +\infty \\ \lim\limits_{x\to+\infty} \mathrm{e}^{1-x} = 0 \end{cases} \implies \lim\limits_{x\to+\infty} (x+1)\,\mathrm{e}^{1-x} = 0$ (croissances comparées)

$\begin{cases} \lim\limits_{x\to+\infty} (x+1)\,\mathrm{e}^{1-x} = 0 \\ \lim\limits_{x\to+\infty} (-x+1) = -\infty \end{cases} \implies \lim\limits_{x\to+\infty} [(x+1)\,\mathrm{e}^{1-x} - x + 1] = -\infty$

$\implies \boxed{\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty}$

2. b) $\lim\limits_{x\to+\infty} [f(x) - (-x+1)] = \lim\limits_{x\to+\infty} (x+1)\,\mathrm{e}^{1-x} = 0$ (voir 2. a)

$\implies \boxed{\lim\limits_{x\to+\infty} [f(x) - (-x+1)] = 0}$

Nous en déduisons que **la droite (D) d'équation $\boldsymbol{y = -x + 1}$ est une asymptote à (C) en $+\infty$.**

3. Soit g la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = x\mathrm{e}^{1-x} + 1$.
On admet que f est dérivable sur $\mathbb{R}$.

3. a) Pour tout réel x ,

$$\begin{aligned} f'(x) &= [(x+1)\,\mathrm{e}^{1-x} - x + 1]' \\ &= [(x+1)\,\mathrm{e}^{1-x}]' - 1 + 0 \\ &= [(x+1)\,\mathrm{e}^{1-x}]' - 1 \\ &= (x+1)' \times \mathrm{e}^{1-x} + (x+1) \times (\mathrm{e}^{1-x})' - 1 \\ &= 1 \times \mathrm{e}^{1-x} + (x+1) \times (1-x)'\mathrm{e}^{1-x} - 1 \\ &= \mathrm{e}^{1-x} + (x+1) \times (-1)\,\mathrm{e}^{1-x} - 1 \\ &= \mathrm{e}^{1-x} - x\mathrm{e}^{1-x} - \mathrm{e}^{1-x} - 1 \\ &= -x\mathrm{e}^{1-x} - 1 \\ &= -(x\mathrm{e}^{1-x} + 1) \\ &= -g(x) \end{aligned}$$

$\implies \boxed{\forall\ x \in \mathbb{R},\ f'(x) = -g(x)}$

3. b) On admet qu'il existe un nombre réel α élément de l'intervalle [-0,4 ; -0,2] tel que $g(\alpha) = 0$ et

$$\begin{cases} \forall x \in]-\infty\,;\,\alpha[,\ g(x) < 0 \\ \forall x \in]\alpha\,;\,+\infty[,\ g(x) > 0 \end{cases}$$

Nous obtenons ainsi le tableau de signes de la fonction g et par conséquent, le tableau de signes de $f'(x)$.

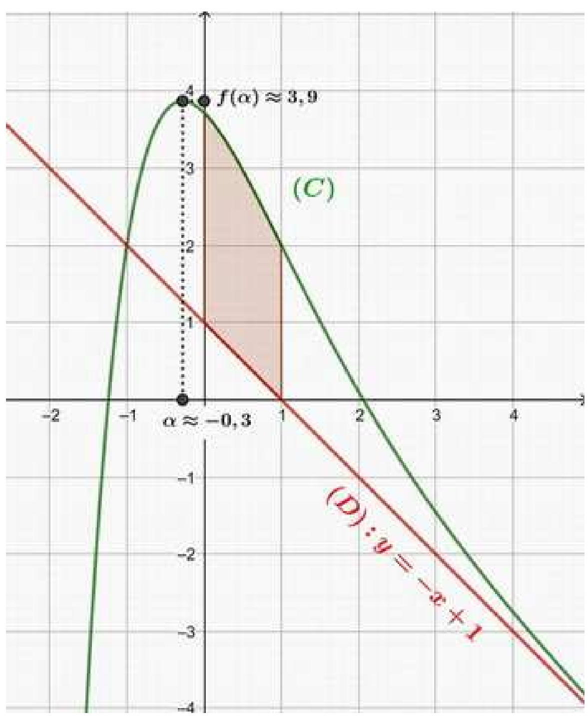
x	$-\infty$ α $+\infty$
$g(x)$	$-$ 0 $+$
$f'(x) = -g(x)$	$+$ 0 $-$

D'où, **la fonction f est** • **strictement croissante sur l'intervalle** $]-\infty\,;\alpha[$
• **strictement décroissante sur l'intervalle** $]\alpha\,;+\infty[$**..**

3. c) Sur base de la question 3. b), nous pouvons déduire le tableau de variations de la fonction f.

x	$-\infty$		$\alpha \approx -0,3$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$f(\alpha) \approx 3,9$	$\searrow$	$-\infty$

4. Représentation de la courbe (C).



5. a) a) $K = \displaystyle\int_0^1 (f(x) - (-x+1))\mathrm{d}x.$ représente l'aire du domaine situé entre la courbe (C), la droite (D) et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.

5. b) Déterminons la valeur de $K = \displaystyle\int_0^1 (f(x) - (-x+1))\mathrm{d}x..$

$K = \displaystyle\int_0^1 (f(x) - (-x+1))\mathrm{d}x$

$\Longrightarrow K = \displaystyle\int_0^1 (x+1)\,\mathrm{e}^{1-x}\mathrm{d}x.$

Formule de l'intégrale par parties : $\displaystyle\int_0^1 u(x)v'(x)\,\mathrm{d}x = \Big[u(x)v(x)\Big]_0^1 - \int_0^1 u'(x)v(x)\,\mathrm{d}x.$

$$\begin{cases} u(x) = x+1 & \Longrightarrow \quad u'(x) = 1 \\ v'(x) = \mathrm{e}^{1-x} & \Longrightarrow \quad v(x) = -\mathrm{e}^{1-x} \end{cases}$$

Dès lors, $K = \Big[(x+1)\times(-\mathrm{e}^{1-x})\Big]_0^1 - \displaystyle\int_0^1 1\times(-\mathrm{e}^{1-x})\,\mathrm{d}x$

$$= \Big[-(x+1)\,\mathrm{e}^{1-x}\Big]_0^1 - \int_0^1 (-\mathrm{e}^{1-x})\,\mathrm{d}x$$

$$= \Big[-(x+1)\,\mathrm{e}^{1-x}\Big]_0^1 - \Big[\mathrm{e}^{1-x}\Big]_0^1$$

$$= \Big[(-x-1)\,\mathrm{e}^{1-x} - \mathrm{e}^{1-x}\Big]_0^1$$

$$= \Big[(-x-1-1)\,\mathrm{e}^{1-x}\Big]_0^1$$

$$= \Big[(-x-2)\,\mathrm{e}^{1-x}\Big]_0^1$$

$$= (-1-2)\,\mathrm{e}^{1-1} - (0-2)\,\mathrm{e}^{1-0} = -3 + 2\,\mathrm{e}.$$

Par conséquent, $\boxed{K = 2\,\mathrm{e} - 3}$

Exercice 5 (4 points)

On note A et B les points d'affixes respectives 8 et 4 + 4i.

1. On considère la similitude directe S de centre O telle que S(A)=B.

1. a) Nous savons que l'écriture complexe d'une similitude directe est de la forme $z' = az + b$ avec $a \neq 0$.
Comme le point O est le centre de la similitude S, nous savons que S(O) = O.
Nous en déduisons que

$$\begin{cases} S(O) = O \\ S(A) = B \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} z_O = a\,z_O + b \\ z_B = a\,z_A + b \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} 0 = a\times 0 + b \\ 4+4\mathrm{i} = a\times 8 + b \end{cases}$$

$$\Longleftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ 4+4\mathrm{i} = 8a + b \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ 8a = 4+4\mathrm{i} \end{cases}$$

$$\Longleftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ a = \dfrac{1}{8}(4+4\mathrm{i}) \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ a = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}\mathrm{i} \end{cases}$$

D'où, **la similitude directe S a pour écriture complexe :** $z' = \left(\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}i\right) z.$

1. b) Rapport k de S.

$$k = \left|\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\mathrm{i}\right| = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

D'où **le rapport de la similitude S est égal à** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Angle θ de S.

Nous savons que $\theta = \arg\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\mathrm{i}\right)$.

$$\begin{cases} \cos(\theta) = \dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin(\theta) = \dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} \cos(\theta) = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin(\theta) = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Longrightarrow \theta = \frac{\pi}{4}\,[2\pi]$$

D'où **l'angle principal de la similitude S est** $\frac{\pi}{4}$.

2. On considère les points A_n tels que $\begin{cases} A_0 = A \\ \forall n \in \mathbb{N}, A_{n+1} = S(A_n) \end{cases}$

On désigne par z_n l'affixe du point A_n .

2. a) Démontrons par récurrence que : $\forall n \in \mathbf{N}, z_n = 8\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\right)^n$.

Initialisation : Montrons que la propriété est vraie pour $n = 0$, soit que : $z_0 = 8\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\right)^0$.

z_0 est l'affixe du point A_0, soit 8.

De plus, $8\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\mathrm{i}\right)^0 = 8 \times 1 = 8$.

Donc $z_0 = 8\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\right)^0$ et par conséquent, l'initialisation est vraie.

Hérédité : Montrons que si pour un nombre naturel n fixé, la propriété est vraie au rang n , alors elle est encore vraie au rang $(n+1)$.

Montrons donc que si pour un nombre naturel n fixé, $z_n = 8\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\right)^n$, alors $z_{n+1} = 8\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\right)^{n+1}$.

En effet,

$$\begin{aligned} A_{n+1} = S(A_n) &\Longrightarrow z_{n+1} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\right) z_n \\ &\Longrightarrow z_{n+1} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\right) \times 8\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\right)^n \\ &\Longrightarrow \boxed{z_{n+1} = 8\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\right)^{n+1}} \end{aligned}$$

Donc l'hérédité est vraie.

Puisque l'initialisation et l'hérédité sont vraies, **nous avons montré par récurrence que, pour tout entier naturel *n* ,** $z_n = 8\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\right)^n$.

2. b) Montrons que le triangle $\mathrm{OA}_n\,\mathrm{A}_{n+1}$ est isocèle en A_{n+1}.

$$\begin{aligned} OA_{n+1} = |z_{n+1}| &= \left|8\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\right)^{n+1}\right| \\ &= 8\left|\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\right|^{n+1} \\ &= 8\left(\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}}\right)^{n+1} \\ &= 8\left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^{n+1} \end{aligned}$$

$$A_nA_{n+1} = |z_{n+1} - z_n|$$
$$= \left|8\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i\right)^{n+1} - 8\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i\right)^{n}\right|$$
$$= \left|8\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i\right)^{n}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i-1\right)\right|$$
$$= \left|8\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i\right)^{n}\left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i\right)\right|$$
$$= 8\left(\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{1}{4}}\right)^{n}\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{1}{4}}$$
$$= 8\left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^{n}\sqrt{\frac{1}{2}}$$
$$= 8\left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^{n+1}$$

D'où $\text{OA}_{n+1} = \text{A}_n\,\text{A}_{n+1}$ et par suite, **le triangle $\mathbf{OA}_n\,\mathbf{A}_{n+1}$ est isocèle en $\mathbf{A}_{n+1}$.**

Montrons que le triangle $\text{OA}_n\,\text{A}_{n+1}$ est rectangle.

$$OA_{n+1} = A_nA_{n+1} = 8\left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^{n+1} \Longrightarrow (OA_{n+1})^2 + (A_nA_{n+1})^2 = 64\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + 64\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$$
$$\Longrightarrow (OA_{n+1})^2 + (A_nA_{n+1})^2 = 128\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$$
$$\Longrightarrow (OA_{n+1})^2 + (A_nA_{n+1})^2 = 128\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^{n}$$
$$\Longrightarrow (OA_{n+1})^2 + (A_nA_{n+1})^2 = 64\left(\frac{1}{2}\right)^{n}$$

$$OA_n = |z_n| = \left|8\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i\right)^{n}\right| = 8\left(\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{1}{4}}\right)^{n} = 8\left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^{n} \Longrightarrow (OA_n)^2 = 64\left(\frac{1}{2}\right)^{n}$$

D'où $\boxed{(OA_n)^2 = (OA_{n+1})^2 + (A_nA_{n+1})^2}$

Par la réciproque du théorème de Pythagore, nous en déduisons que **le triangle $\mathbf{OA}_n\,\mathbf{A}_{n+1}$ est rectangle en $\mathbf{A}_{n+1}$.**

Par conséquent, **le triangle $\mathbf{OA}_n\,\mathbf{A}_{n+1}$ est isocèle rectangle en $\mathbf{A}_{n+1}$.**

3\. a) Nous savons que $\forall n \in \mathbf{N}\,,\, z_{n+1} = \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i\right)z_n$.

$z_0 = z_A = 8$

$z_1 = z_B = (\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\text{i})z_0 = 8(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\text{i}) = 4 + 4\text{i}$

$z_2 = (\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\text{i})z_1 = (\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\text{i})(4+4\text{i}) = 4\text{i}$

$z_3 = (\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\text{i})z_2 = (\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\text{i})4\text{i} = -2 + 2\text{i}$

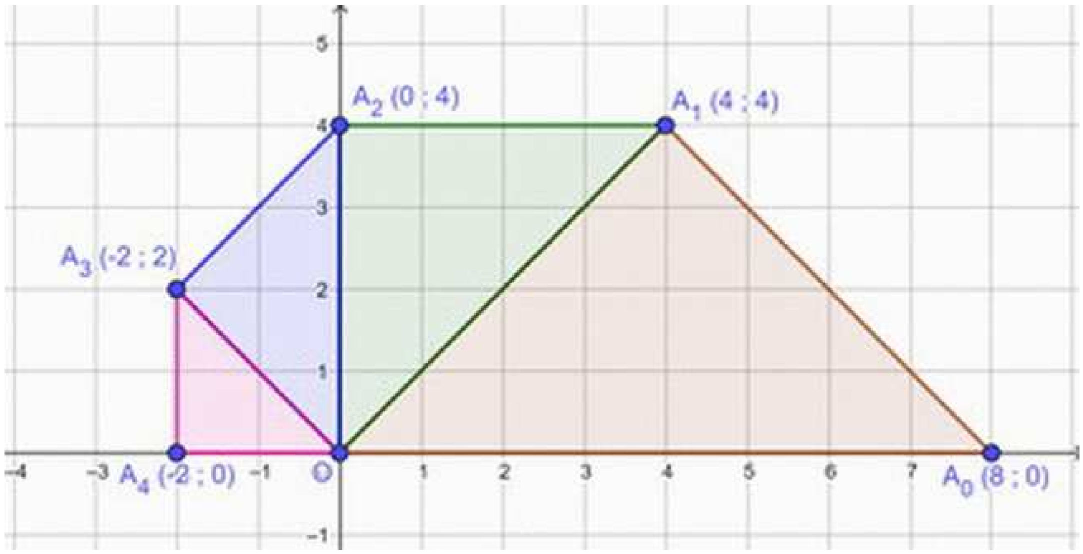
$z_4 = (\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\text{i})z_3 = (\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\text{i})(-2+2\text{i}) = -2 \quad \Longrightarrow \quad A_0\,(8;0)$

$A_1\,(4\,;4)$

$A_2\,(0\,;4)$

$A_3\,(-2\,;2)$

$A_4\,(-2\,;0)$



3. b) Nous savons par la question 2. b) que le triangle $\mathrm{OA_0A_1}$ est rectangle et isocèle en $\mathrm{A_1}$.Nous avons également montré dans cette question que : $OA_{n+1} = A_nA_{n+1} = 8\left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^{n+1}$.

Dès lors, $OA_1 = A_0A_1 = 8\sqrt{\frac{1}{2}}$.

Le triangle $\mathrm{OA_0A_1}$ admet pour base $\mathrm{OA_1}$ et pour hauteur $\mathrm{A_0A_1}$.
L'aire $\mathscr{A}_0$ du triangle $\mathrm{OA_0A_1}$ est donnée par la formule : $\mathscr{A}_0 = \dfrac{OA_1 \times A_0A_1}{2}$

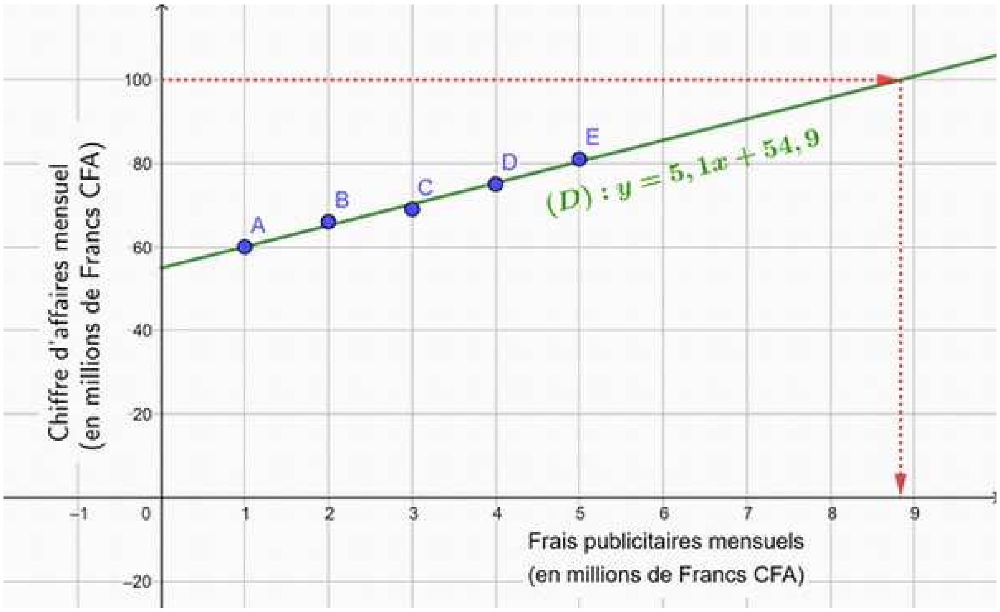
$\mathscr{A}_0 = \dfrac{8\sqrt{\frac{1}{2}} \times 8\sqrt{\frac{1}{2}}}{2} = \dfrac{64 \times \frac{1}{2}}{2} \Longrightarrow \boxed{\mathscr{A}_0 = 16}$
Par conséquent, **l'aire du triangle $\mathbf{OA_0A_1}$ est égale à 16 cm².**

3. c) Le polygone $\mathrm{A_0A_1A_2A_3A_4}$ est la réunion des triangles $\mathrm{OA_0A_1}$, $\mathrm{OA_1A_2}$, $\mathrm{OA_2A_3}$, $\mathrm{OA_3A_4}$.
Le rapport de la similitude S est $k = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.
D'où le rapport des aires est $k^2 = \dfrac{1}{2.}$
Nous en déduisons que les aires respectives des triangles $\mathrm{OA_0A_1}$, $\mathrm{OA_1A_2}$, $\mathrm{OA_2A_3}$ et $\mathrm{OA_3A_4}$ sont égales à 16, 8, 4 et 2.
Par conséquent, **l'aire du polygone $\mathbf{A_0A_1A_2A_3A_4}$ est égale à 16 + 8 + 4 + 2 = 30 cm².**

Exercice 6 (5 points)
Une société fabrique et commercialise des produits cosmétiques. Les relevés **X** , en millions de Francs CFA, des frais publicitaires mensuels de la société et de son chiffre d'affaires mensuel **Y** sont consignés dans le tableau suivant.

Frais publicitaires x_i	1	2	3	4	5
Chiffre d'affaires y_i	60	66	69	75	81

Représentons le nuage de points associé à la série statistique (X,Y). Les points concernés sont de couleur bleue.



Ce nuage de points permet d'envisager un ajustement affine car les points sont relativement bien alignés.
Déterminons à l'aide de la calculatrice l'équation réduite de la droite (D) d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés.
L'équation réduite de la droite de régression linéaire de y en x est de la forme $y = ax + b$.
A l'aide de la calculatrice, nous obtenons $a = 5{,}1$ et $b = 54{,}9$.
Donc l'équation réduite de la droite (D) de régression linéaire de y en x est $\boldsymbol{y = 5{,}1x + 54{,}9}$.

Le directeur commercial veut investir davantage dans la publicité pour que le chiffre d'affaires mensuel atteigne 100 millions de Francs CFA.
Déterminons le montant des frais publicitaires correspondant à un chiffre d'affaires de 100 millions de Francs CFA en remplaçant y par 100 dans l'équation de (D) et en calculant la valeur de x .

$$\begin{aligned} 100 = 5,1x + 54,9 &\iff 5,1x = 100 - 54,9 \\ &\iff 5,1x = 45,1 \\ &\iff x = \frac{45,1}{5,1} \\ &\implies \boxed{x \approx 8,843} \end{aligned}$$

Par conséquent, **pour atteindre un chiffre d'affaires de 100 millions, le directeur devra investir environ 8 850 000 Francs CFA.**

BACCALAURÉAT
SESSION 2022

Durée : 4 H
Coefficient : 4

MATHÉMATIQUES

SÉRIE D

Cette épreuve comporte 3 pages numérotées 1 sur 3, 2 sur 3, 3 sur 3 et une feuille annexe à rendre avec la copie. Chaque candidat recevra une (01) feuille de papier millimétré.
Seules les calculatrices scientifiques non graphiques sont autorisées.

EXERCICE 1 (2 points)

On donne les groupes de mots (la droite de régression, des primitives, une bijection, fonction dérivable, extremum relatif) et les phrases incomplètes dans le tableau ci-dessous :

N°	Phrases incomplètes
1.	Toute fonction f continue et strictement croissante sur un intervalle K définit ………… de K sur $f(K)$.
2.	Soit (X, Y) une série statistique double ayant une forte corrélation entre X et Y et telle que $V(X) \neq 0$. Une équation de ……………… de Y en X est $y = ax + b$ où $a = \frac{cov(X,Y)}{V(X)}$ et $b = \overline{Y} - a\overline{X}$, $\overline{X}$ et $\overline{Y}$ étant les moyennes respectives de X et Y.
3.	Toute fonction continue sur un intervalle I admet ……………………….. sur I.
4.	Toute ……………… en un point a est continue en a.

Écris, sur ta feuille de copie, le numéro de chaque phrase incomplète suivi du groupe de mots à écrire à la place des pointillés pour que la phrase soit vraie.

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, les informations des colonnes A, B et C permettent d'obtenir trois affirmations dont une seule est vraie.
Écris, sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la colonne qui donne l'affirmation vraie.

N°	Enoncés	A	B	C
1.	Une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction $x \longmapsto e^{-2x+5}$ est …	$x \mapsto -2e^{-2x+5}$.	$x \mapsto \frac{1}{2}e^{-2x+5}$.	$x \mapsto -\frac{1}{2}e^{-2x+5}$.
2.	Les solutions de l'équation différentielle $y'' - 4y = 0$ sont de la forme …	$x \mapsto ke^{2x}+k'e^{-2x}$ $(k,k') \in \mathbb{R}\times\mathbb{R}$.	$x \mapsto k\cos(2x) + k'\sin(2x)$ $(k,k') \in \mathbb{R}\times\mathbb{R}$.	$x \mapsto ke^{4x}+k'e^{-4x}$ $(k,k') \in \mathbb{R}\times\mathbb{R}$.
3.	$\lim\limits_{x \to +\infty} (x - e^x)$ est égale à …	$-\infty$.	$+\infty$.	0.
4.	La forme exponentielle du nombre complexe $-1 + i$ est …	$2e^{i\frac{\pi}{4}}$.	$\sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}$.	$\sqrt{2}e^{-i\frac{3\pi}{4}}$.

EXERCICE 3 **(3 points)**

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O ; \vec{u}, \vec{v})$.
A, B, C, D et I sont les points du plan complexe d'affixes respectives : $-\sqrt{2}$; $1+i$; $1-i$; $3+i$ et 1.

1. Justifie que le triangle ABC est isocèle en A.

2. Soit S la similitude directe du plan d'écriture complexe : $z' = (1+i)z + 1 - 3i$.

a) Justifie que : S(D) = D et S(B) = C.

b) Détermine les éléments caractéristiques de S.

c) Détermine l'image (C') du cercle (C) de diamètre [BD] par S.

EXERCICE 4 **(4 points)**

On donne la fonction numérique f définie sur $[0\,;+\infty[$ par : $f(x) = \frac{5x+2}{4x+7}$.
(C) est sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
On considère la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = 4 \\ \forall\, n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$.

1. Sur la feuille annexe à rendre avec la copie, construis à l'aide de (C) et de la droite (D) d'équation $y = x$, les quatre premiers termes u_0, u_1, u_2 et u_3 de la suite (u_n) sur l'axe des abscisses.

2. On admet que la fonction f est dérivable et strictement croissante sur $]0\,;+\infty[$.

a) Démontre par récurrence que : $\forall\, n \in \mathbb{N}, u_n > \frac{1}{2}$.

b) Démontre que : $\forall\, n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} - u_n = \frac{2(u_n+1)(-2u_n+1)}{4u_n+7}$.

c) Déduis de 2.*a)* et 2.*b)* que la suite (u_n) est décroissante.

3. *a)* Déduis de 2.*a)* et 2.*c)* que la suite (u_n) est convergente.

b) Justifie que la limite de la suite (u_n) est égale à $\frac{1}{2}$.

EXERCICE 5 **(4 points)**

Soit f la fonction numérique définie sur $[0\,;+\infty[$ par : $\begin{cases} f(x) = x\ln x - 2x, \text{ si } x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$.

On note (C_f) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
L'unité graphique est 2 cm.

1. *a)* Justifie que f est continue en 0.

b) Justifie que : $\lim\limits_{x \underset{>}{\to} 0} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = -\infty$.

c) Interprète graphiquement le résultat de 1. *b)*.

2. On admet que : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$.

Interprète graphiquement ces résultats.

3. *a)* On suppose que f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$.
Justifie que : $\forall\, x \in\,]0\,;+\infty[,\ f'(x) = -1 + \ln x$.

b) Étudie les variations de f.

c) Dresse le tableau de variation de f.

4. Trace la courbe (C_f).
(Tu pourras tracer l'axe des abscisses dans le sens de la longueur du papier millimétré).

5. *a*) À l'aide d'une intégration par parties, justifie que l'intégrale K telle que
K = $\int_1^2 xlnxdx$ est égale à $2ln2 - \frac{3}{4}$.
b) On admet que, sur [1 ; 2], (C_f) est au-dessous de l'axe des abscisses (OI).
Calcule l'aire en cm² de la partie du plan limitée par la courbe (C_f), la droite (OI) et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 2$.

EXERCICE 6 **(5 points)**

Lors de la kermesse en fin d'année dans ton lycée, le comité d'organisation a initié un jeu d'adresse.
Le jeu comprend quatre épreuves.
Le joueur reçoit 4 boules après une mise de 100 F CFA.
Une épreuve consiste à lancer une boule dans un trou situé à 10 m.
Le jeu est terminé lorsque le joueur a lancé les quatre boules.
On suppose que les 4 lancers sont indépendants.
À chaque épreuve :

- si le joueur réussit à loger la boule dans le trou, le comité d'organisation lui remet 2 tickets.
- s'il ne réussit pas à loger la boule dans le trou, il ne gagne aucun ticket.

On admet que le joueur a 25% de chance de loger une boule dans le trou.
Le comité d'organisation récompense à hauteur de 2 500 F CFA le joueur qui possède à la fin du jeu au moins 4 tickets.
Un élève affirme qu'un joueur a moins de 20% de chance de gagner les 2 500 F CFA.
À l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques, dis si l'affirmation de cet élève est justifiée ou non.

MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE
ET DE L'ALPHABETISATION

DIRECTION DES EXAMENS ET CONCOURS

SOUS-DIRECTION DES EXAMENS
ET CONCOURS SCOLAIRES

SERVICE BACCALAUREAT

REPUBLIQUE DE CÔTE D'IVOIRE
Union – Discipline – Travail

BACCALAUREAT – SESSION 2022

EPREUVE : MATHEMATIQUES DATE : 05/07/2022 HEURE : 12H

CORRIGE ET BAREME SERIE(S) : D

CORRIGE	BAREME
Ce barème est national. Il ne peut être modifié.	
Certaines réponses ont été données à titre indicatif. Cependant, toute démarche correcte sera acceptée.	
Le correcteur devra tenir compte de la démarche qui conduit au résultat.	
A un résultat correct non justifié ou incorrectement justifié on accordera la moitié des points, sauf si la question est notée sur 0,25. Dans ce cas on attribuera la note 00 (zéro)	
Pour l'exercice 6, le correcteur doit attribuer les points en fonction des indicateurs et non à chaque résultat.	

ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES DATE : 05-07-2022 HEURE : 12H SERIE(S) : D

CORRIGE	BAREME
EXERCICE 1	
1- Une bijection	0,50
2. La droite de regression	0,50
3. des primitives	0,50
4- fonction dérivable	0,50
EXERCICE 2	
1C 2A 3A 4B	0,50x4
EXERCICE 3	
1) $AB = \|z_B - z_A\| = \sqrt{4+2\sqrt{2}}$	0,25
$AC = \|z_C - z_A\| = \sqrt{4+2\sqrt{2}}$	0,25
On a $AB = AC$	0,25
donc le triangle est isocèle en A	
2)	
a- $z'_D = (1+i)z_D + 1 - 3i = 3 + i = z_D$	0,50
Donc $S(D) = D$	
$z'_B = (1+i)z_B + 1 - 3i = 1 - i = z_C$	0,50
Donc $S(B) = C$	
b- les éléments caractéristiques de S :	
le centre : D	0,25
le rapport : $\sqrt{2}$	0,25
L'angle : $\frac{\pi}{4}$	0,25

CORRIGE	BAREME
c. (C') est le cercle de diamètre [CD]	0,5
Exercice 4	
1/ Voir figure (Annexe) ----	0,25×4
2/a) On a : $u_0=4$ et $4>\frac{1}{2}$ ----	0,25
Supposons qu'il existe un entier $k\geq 0$ tel que $u_k>\frac{1}{2}$. Montrons que $u_{k+1}>\frac{1}{2}$ on a : $u_k>\frac{1}{2}$ et f est strictement croissante sur $[0;+\infty[$ donc $f(u_k)>f(\frac{1}{2})$ or $f(\frac{1}{2})=\frac{1}{2}$ alors $u_{k+1}>\frac{1}{2}$	0,50
On conclut que $\forall n\in\mathbb{N}$; $u_n>\frac{1}{2}$	0,25
b) $\forall n\in\mathbb{N}$; $u_{n+1}-u_n=\frac{-4u_n^2-2u_n+2}{4u_n+7}$ $u_{n+1}-u_n=\frac{2(u_n+1)(-2u_n+1)}{4u_n+7}$	0,50
c) $\forall n\in\mathbb{N}$, $-2u_n+1<0$ et $\frac{2(u_n+1)}{4u_n+7}>0$	

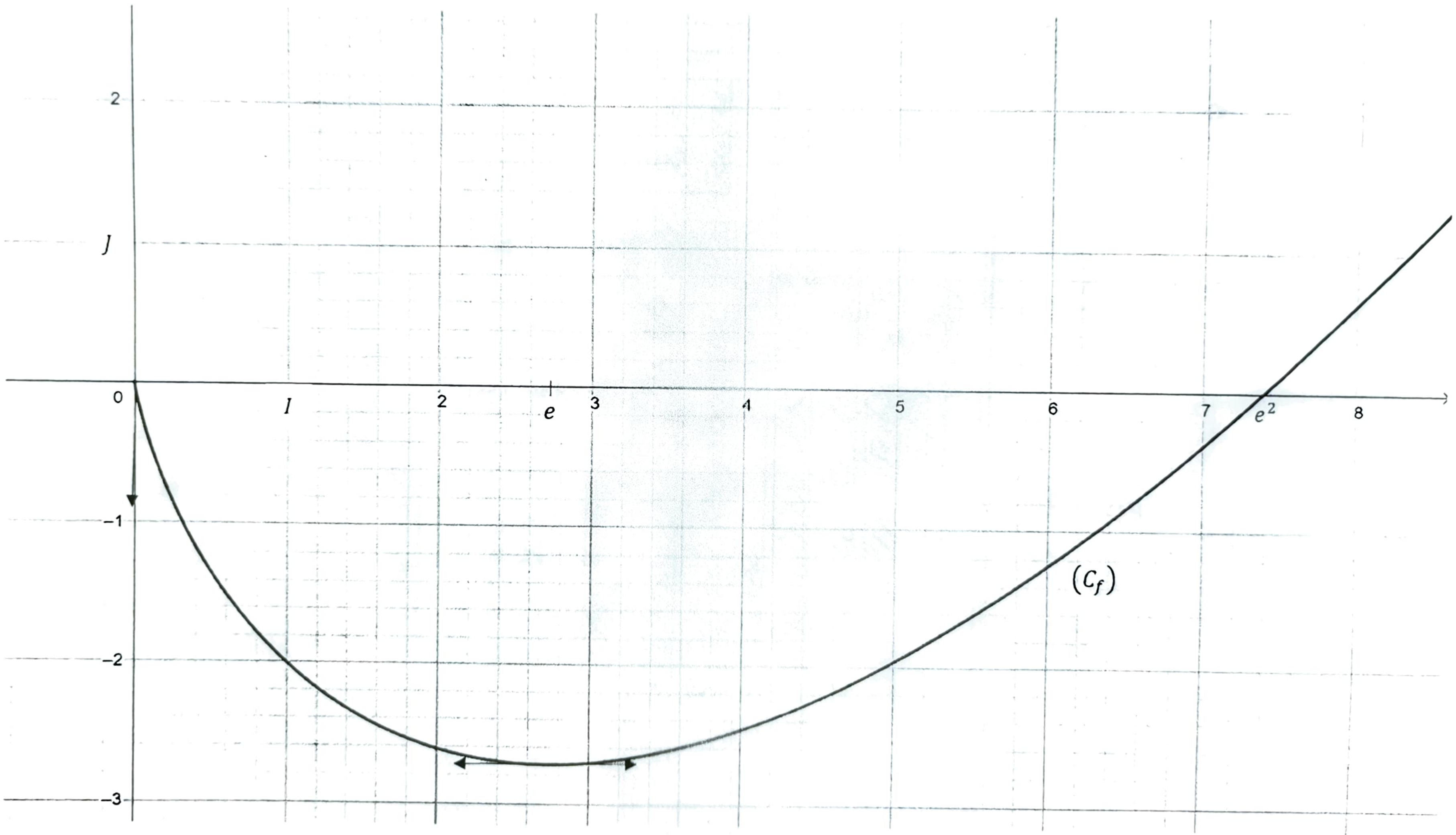
CORRIGE	BAREME
Donc $\forall n \in \mathbb{N}$; $U_{n+1} - U_n < 0$ par	
Conséquent (U_n) est décroissante.	0,50
3a/ (U_n) est décroissante et minorée par $\frac{1}{2}$ donc	
(U_n) converge.	0,50
b/ la limite de (U_n) est une solution de l'équation	
$x \in [0;+\infty[$; $f(x) = x$	
$f(x) = x \Leftrightarrow$ $x = \frac{1}{2}$	
Donc $\lim U_n = \frac{1}{2}$	0,50
~~Exercice~~ 5	
1/a) $\lim_{x \to 0} f(x) = 0$ et $f(0) = 0$	
donc f est continue en 0	0,50
b) $\lim_{x \to 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \to 0} (\ln x - 2)$	
$= -\infty$	0,25

CORRIGE	BAREME
c) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = -\infty$ donc la courbe $(\mathcal{C}_f)$ admet une demi-tangente verticale au point d'abscisse 0.	0,25
2/ $(\mathcal{C}_f)$ admet une branche parabolique de direction celle de (OJ)	0,25
3/a) Justification correcte	0,50
b) . f est strictement décroissante sur $]0;e[$	0,25
. f est strictement croissante sur $]e;+\infty[$	0,25
c)	0,25

x	0		e		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\searrow$	$-e$	$\nearrow$	$+\infty$

CORRIGE	BAREME
4/ Voir Courbe $(\mathcal{C}_f)$	
5/a) $K = \int_1^2 x\ln x \, dx$	
Posons $u(x) = \ln x$ et $v'(x) = x$	
$u'(x) = \frac{1}{x}$ et $v(x) = \frac{x^2}{2}$	
$K = \left[\frac{1}{2}x^2 \ln x\right]_1^2 - \frac{1}{2}\int_1^2 x \, dx$	
$K = 2\ln 2 - \frac{3}{4}$	
b) Soit A l'aire	
$A = -4\int_1^2 f(x)dx \ \text{cm}^2$	
Soit $I = \int_1^2 f(x) \, dx$	
$I = \int_1^2 x\ln x \, dx - \int_1^2 2x \, dx$	
$I = K - 3$	
$I = 2\ln 2 - \frac{15}{4}$	
$A = -4I \ \text{cm}^2$	
$A = (15 - 8\ln 2) \ \text{cm}^2$	

Exercice 5

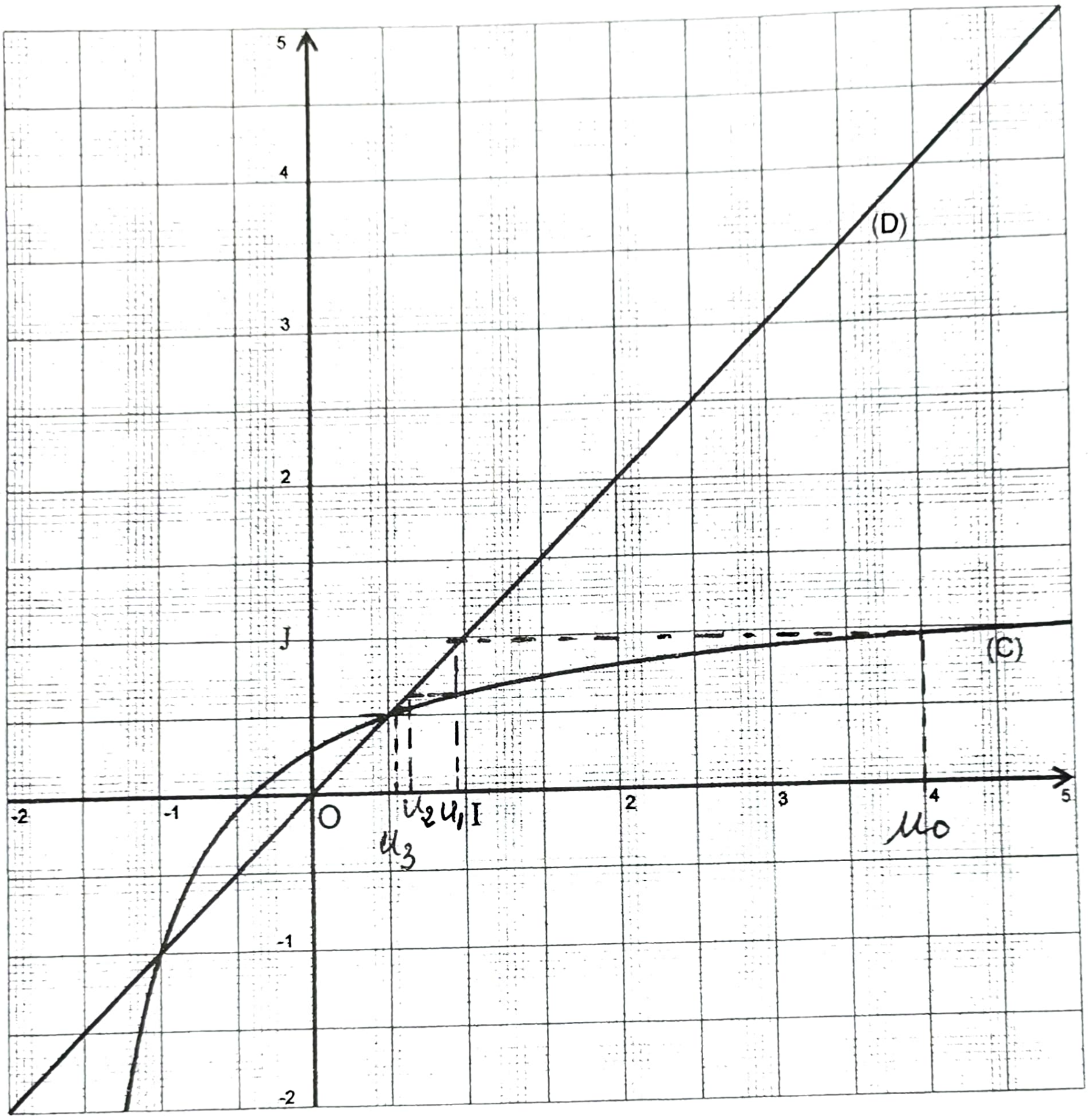


CORRIGE		BAREME
Exercice 6		
Critères	Indicateurs	
CM1 : Pertinence	• Annonce du titre de la leçon – Pour dire si l'affirmation de l'élève est justifiée ou non, je vais utiliser des notions de probabilité • Étapes de la résolution du problème Pour cela, je vais : – utiliser la variable aléatoire X égale au nombre d'épreuves réussies – déterminer la loi binomiale associée à X – Calculer $P(X \geq 2)$ – Comparer $P(X \geq 2)$ et 0,2	(0,75 point) 1 ind sur 5 → 0,25 2 ind sur 5 → 0,5 3 ind sur 5 → 0,75
CM2 : Utilisation correcte des outils mathématiques en situation	– Valeurs prises par X : 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 – X suit la loi binomiale de paramètres $n = 4$ et $p = 0,25$	(2,5 points)

	CORRIGE	BAREME
	- $P(X=k)=C_4^k \times (0,25)^k \times (0,75)^{4-k}$, avec $k \in \{0;1;2;3;4\}$.	1 ind sur 6 $\rightarrow$ 1
	- Obtenir au moins 4 tickets correspond à l'évènement $(X \geq 2)$.	2 ind sur 6 $\rightarrow$ 1,5
	- Calcul de $P(X \geq 2)$ $P(X \geq 2) = P(X=2) + P(X=3) + P(X=4)$	3 ind sur 6 $\rightarrow$ 2
	$\simeq 0,2617$	4 ind sur 6 $\rightarrow$ 2,5
	- Comparaison de $P(X \geq 2)$ et 0,2 On a : $P(X \geq 2) > 0,2$	
CM3 :		(1,25 point)
Cohérence de la réponse	- Le résultat produit est conforme au résultat attendu (La valeur de $P(X \geq 2)$ est exacte)	1 ind sur 4 $\rightarrow$ 0,75
	- Le résultat produit est en adéquation avec la démarche (Formules justes même si le modèle est faux)	2 ind sur 4 $\rightarrow$ 1

	CORRIGE	BAREME
	- La qualité des enchaînements de la démarche	3 ind sur 4 → 1,25
	- Conclusion : l'affirmation de l'élève n'est pas correcte.	
C.P : Critère de perfectionnement		(0,5 point)
	- Présence des titres, des étapes, pas de rature ou de surcharge	1 ind sur 3 → 0,25
(Concision, originalité, bonne présentation)	- Démarche correcte non classique au-delà de la production attendue	2 ind sur 3 → 0,5
	- Calcul court, simplifications correctes ou argumentation succinte	

Annexe à rendre avec la copie.



11/11

BACCALAURÉAT
SESSION 2023

Durée : 4 h
Coefficient : 4

MATHÉMATIQUES

SÉRIE D

Cette épreuve comporte 3 pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3.
Seules les calculatrices scientifiques non graphiques sont autorisées.
Chaque candidat recevra une (01) feuille de papier millimétré.

EXERCICE 1 (2 points)

Soit f une fonction numérique définie et deux (2) fois dérivable sur un intervalle contenant un nombre réel x_0. On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J). a et b sont deux nombres réels tels que : $a < b$.
On note f' et f'' les dérivées première et seconde respectives de f.
Écris, sur ta feuille de copie, le numéro de chaque proposition suivi de **Vrai** si la proposition est vraie ou de **Faux** si la proposition est fausse.

N°	Propositions
1.	Si $f''(x_0) \neq 0$, alors (C) admet un point d'inflexion au point d'abscisse x_0.
2.	Si f est négative sur l'intervalle $[a ; b]$, alors l'aire (en unité d'aire) de la partie du plan limitée par (C), la droite (OI) et les droites d'équations $x = a$ et $x = b$ est : $-\int_a^b f(t)dt$.
3.	Si $\forall x \in [a ; b]$, $\lvert f'(x)\rvert \leq m$, alors $\lvert f(a) - f(b)\rvert \leq m(a - b)$, ($m \in \mathbb{R}$)
4.	Les solutions de l'équation différentielle $f'' + \omega^2 f = 0$ ($\omega \in \mathbb{R}$) sont les fonctions de la forme : $x \mapsto Ae^{\omega x} + Be^{-\omega x}$ ($A \in \mathbb{R}$, $B \in \mathbb{R}$).

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, les informations des lignes A, B, C et D permettent d'obtenir quatre affirmations dont une seule est vraie.
Écris, sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la ligne qui donne l'affirmation vraie.

N°	Énoncés	Informations	
1.	Soient $(X ; Y)$ une série statistique double et $\mathrm{Cov}(X ; Y)$ sa covariance. On note respectivement $V(X)$ et $V(Y)$ les variances de X et Y. On admet que $V(X) \neq 0$ et $V(Y) \neq 0$. On appelle coefficient de corrélation linéaire de la série statistique double $(X ; Y)$, le nombre réel noté r tel que …	A	$r = \frac{Cov(X,Y)}{\sqrt{V(X)V(Y)}}$.
		B	$r = -\frac{Cov(X,Y)}{V(X)V(Y)}$.
		C	$r = -\frac{Cov(X,Y)}{\sqrt{V(X)}\sqrt{V(Y)}}$.
		D	$r = \frac{Cov(X,Y)}{V(X)V(Y)}$.

2.	Une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction $x \longmapsto cosx - xsinx$ est la fonction …	A	$x \longmapsto cosx - sinx.$
		B	$x \longmapsto xcosx.$
		C	$x \longmapsto sinx - cosx.$
		D	$x \longmapsto -xcosx.$
3.	Si $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite arithmétique de premier terme 3 et de raison 2, alors la somme des n premiers termes consécutifs de cette suite est égale à …	A	$(n+1)(n+3)$.
		B	$n(n+2)$.
		C	$\frac{(n+1)(n+3)}{2}$.
		D	$\frac{(n+2)(n+3)}{2}$.
4.	L'ensemble des solutions de l'inéquation : $x \in \mathbb{R}$, $\ln(1-x) < 2$ est …	A	$]1\,;e^2-1[$.
		B	$]-\infty\,;1-e^2[$.
		C	$]1-e^2\,;1[$.
		D	$]e^2-1\,;+\infty[$.

EXERCICE 3 **(3 points)**

Un sondage effectué auprès d'anciens élèves d'un lycée révèle que :
- 55% d'entre eux poursuivent uniquement leurs études dans une université ;
- 10% poursuivent uniquement leurs études dans une grande école ;
- les autres sont sur le marché du travail.

Ce sondage révèle aussi que certains de ces anciens élèves ont fait le choix de vivre en colocation. Il s'agit de :
- 45% des anciens élèves qui poursuivent leurs études dans une université ;
- 30% des anciens élèves qui poursuivent leurs études dans une grande école ;
- 15% des anciens élèves qui sont sur le marché du travail.

On interroge au hasard un ancien élève du lycée.
On considère les évènements suivants :
U : « L'ancien élève poursuit ses études dans une université » ;
G : « L'ancien élève poursuit ses études dans une grande école » ;
T : « L'ancien élève est sur le marché du travail » ;
C : « L'ancien élève vit en colocation ».

1. Construis un arbre pondéré traduisant la situation.
2. Calcule la probabilité pour que l'ancien élève poursuive ses études dans une université et ait choisi de vivre en colocation.
3. Justifie que la probabilité de l'évènement C est égale à 0,33.
4. Un ancien élève vit en colocation.
Calcule la probabilité qu'il poursuive ses études dans une université.

EXERCICE 4 (3 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J). On désigne par Ω, A et B les points d'affixes respectives z_Ω, z_A et z_B telles que : $z_\Omega = 1 + i$, $z_A = 1$ et $z_B = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}i$.

1. On note S la similitude directe de centre Ω qui transforme A en B.
   a) Justifie que : $\frac{z_B - z_\Omega}{z_A - z_\Omega} = \frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$.
   b) Déduis de 1.*a*) que S a pour rapport $\frac{\sqrt{2}}{2}$ et pour angle $\frac{\pi}{4}$.
   c) Démontre que l'écriture complexe de S est : $z' = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\right)z + 1$.

2. *a*) Justifie que l'affixe du point K, image du point J par la similitude directe S est : $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$.
   b) Démontre que les points O, K et Ω sont alignés.

EXERCICE 5 (5 points)

Soit f la fonction numérique définie sur $[0\,;+\infty[$ par : $f(x) = xe^{-x}$.
On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
L'unité graphique est : 2 cm.

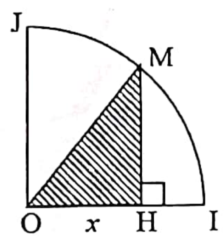
1. *a*) Détermine la limite de f en $+\infty$.
   b) On admet que f est dérivable sur $[0\,;+\infty[$.
   Justifie que : $\forall x \in [0\,;+\infty[, f'(x) = (1-x)e^{-x}$.
   c) Démontre que f est strictement croissante sur $]0\,;1[$ et strictement décroissante sur $]1\,;+\infty[$.
   d) Dresse le tableau de variation de f.
   e) Construis (C) dans le repère (O, I, J).

2. Démontre que l'équation $f(x) = \frac{1}{4}$ admet une unique solution α dans $]0\,;1[$.

3. On considère la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = \alpha \\ \forall\, n\in\mathbb{N}, u_{n+1} = u_n e^{-u_n} \end{cases}$.
   a) Démontre par récurrence que, pour tout entier naturel n, $u_n > 0$.
   b) Démontre que la suite (u_n) est décroissante.
   c) Justifie que la suite (u_n) est convergente.
   d) Détermine la limite de la suite (u_n).

EXERCICE 6 (5 points)

Une coopérative agricole possède un terrain qui a la forme d'un quart de disque de rayon 1 km représenté par la figure ci-contre qui n'est pas en grandeurs réelles. Elle veut partager son terrain en trois parcelles pour y cultiver respectivement des tomates, des aubergines et des patates.
La parcelle hachurée est réservée à la culture des tomates. La coopérative souhaite que l'aire de cette parcelle soit maximale.



L'agent de l'agriculture chargé de la mise en valeur de ces trois parcelles informe la coopérative que l'aire de la partie réservée à la culture des tomates est égale à $\frac{x\sqrt{1-x^2}}{2}$, où $x = \text{OH}$ et $x \in [0\,;1]$.
Le gérant de la coopérative ne sachant comment déterminer l'aire maximale, te sollicite.
À l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques, réponds à la préoccupation du gérant de la coopérative.

Fomesoutra.com
ça soutra !

MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE
ET DE L'ALPHABETISATION

DIRECTION DES EXAMENS ET CONCOURS

SOUS-DIRECTION DES EXAMENS SCOLAIRES

SERVICE BACCALAUREAT

REPUBLIQUE DE CÔTE D'IVOIRE
Union – Discipline – Travail

BACCALAUREAT – SESSION 2023

EPREUVE : MATHEMATIQUES DATE : 04-07-2023 HEURE : 12h

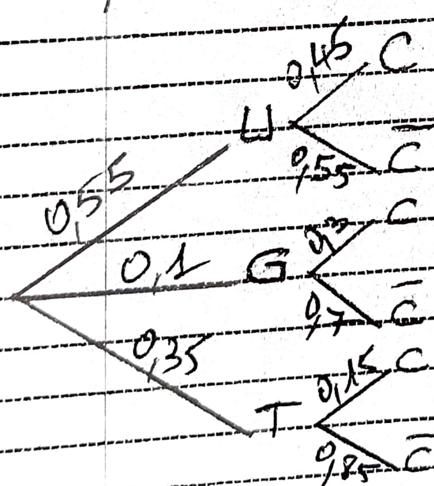
CORRIGE ET BAREME

SERIE(S) : D

CORRIGE	BAREME
Ce barème est national. Il ne peut être modifié. Certaines réponses ont été données à titre indicatif. Cependant, toute autre demarche correcte sera acceptée. Le correcteur devra tenir compte de la demarche qui conduit au résultat. À un résultat correct non justifié ou incorrectement justifié, on accordera la moitié des points sauf si la question est notée sur 0,25. Dans ce cas on attribuera la note 00 (zéro). Pour l'exercice 6, le correcteur doit attribuer les points en fonction des indicateurs et non à chaque résultat. Le critère de perfectionnement (CP) est à appliquer à l'ensemble de la production de l'exercice 6.	

1/8

EPREUVE : MATHEMATIQUES DATE : 04-07-2023 HEURE : 12h SERIE(S) D

CORRIGE	BAREME
Exercice 1 (2 pts)	
1. Faux 2. Vrai 3. Faux 4. Faux	0,5×4
Exercice 2 (2 pts)	
1. A 2. B 3 B 4 C	0,5×4
Exercice 3 (3 pts)	
1) arbre pondéré :	
	
arbre correct	0,5
pondération correcte	0,5
2) $P(U \cap C) = P(U) \times P(C)$	
$= 0,55 \times 0,45$	0,5
$P(U \cap C) = 0,2475$	

EPREUVE : MATHEMATIQUES DATE : 04 - 07 - 2023 HEURE : 12h SERIE(S) D

CORRIGE	BAREME
3/ $P(C) = P(U \cap C) + P(G \cap C) + P(T \cap C)$	
$= 0,55 \times 0,45 + 0,1 \times 0,3 + 0,35 \times 0,15$	
$P(C) = 0,33$	1
4/ $P_C(U) = \dfrac{P(U \cap C)}{P(C)}$	
$= \dfrac{0,2475}{0,33}$	
$P_C(U) = 0,75$	0,5
Exercice 4 (3pts)	
1) a) Justification correcte.	1
b) Rapport : $k = \dfrac{\Omega B}{\Omega A} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$	0,25
Angle : $\theta = Mes\,(\widehat{\overrightarrow{\Omega A};\overrightarrow{\Omega B}})$	
$\theta = \dfrac{\pi}{4}$	0,25
c) Démonstration Correcte	0,5
2/ a) Justification Correcte	0,5
b) Démonstration Correcte	0,5

EPREUVE : MATHEMATIQUES DATE : 04-07-2023 HEURE : 12h SERIE(S) D

2kj

CORRIGE	BAREME
Exercice 5 (5 pts)	
1/ a) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} x e^{-x}$	
$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$	0,25
b) Justification correcte	0,5
c) • Etude correcte du signe de la dérivée de f.	0,5
• Déduction du sens de variation de f	0,25
d)	0,5

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	$\frac{1}{e}$	$\searrow$	0

CORRIGE	BAREME
e) Voir P.M	0,5
2/ Démonstration correcte	0,5
3/ a) Démonstration correcte	0,75
b) Démonstration correcte	0,5

EPREUVE : MATHEMATIQUES DATE : 04-07-2023 HEURE : 12h SERIE(S) D

2kj

CORRIGE	BAREME
3/c) Justification Correcte	0,25
d) Soit l la limite de la suite (U_n).	
l est une solution de l'équation : $x \in [0;+\infty[$, $f(x)=x$	
on a : $\lim U_n = 0$	0,5

5/8

EPREUVE : MATHS DATE : 04/07/2023 HEURE : 12H SERIE(S) D

2kj

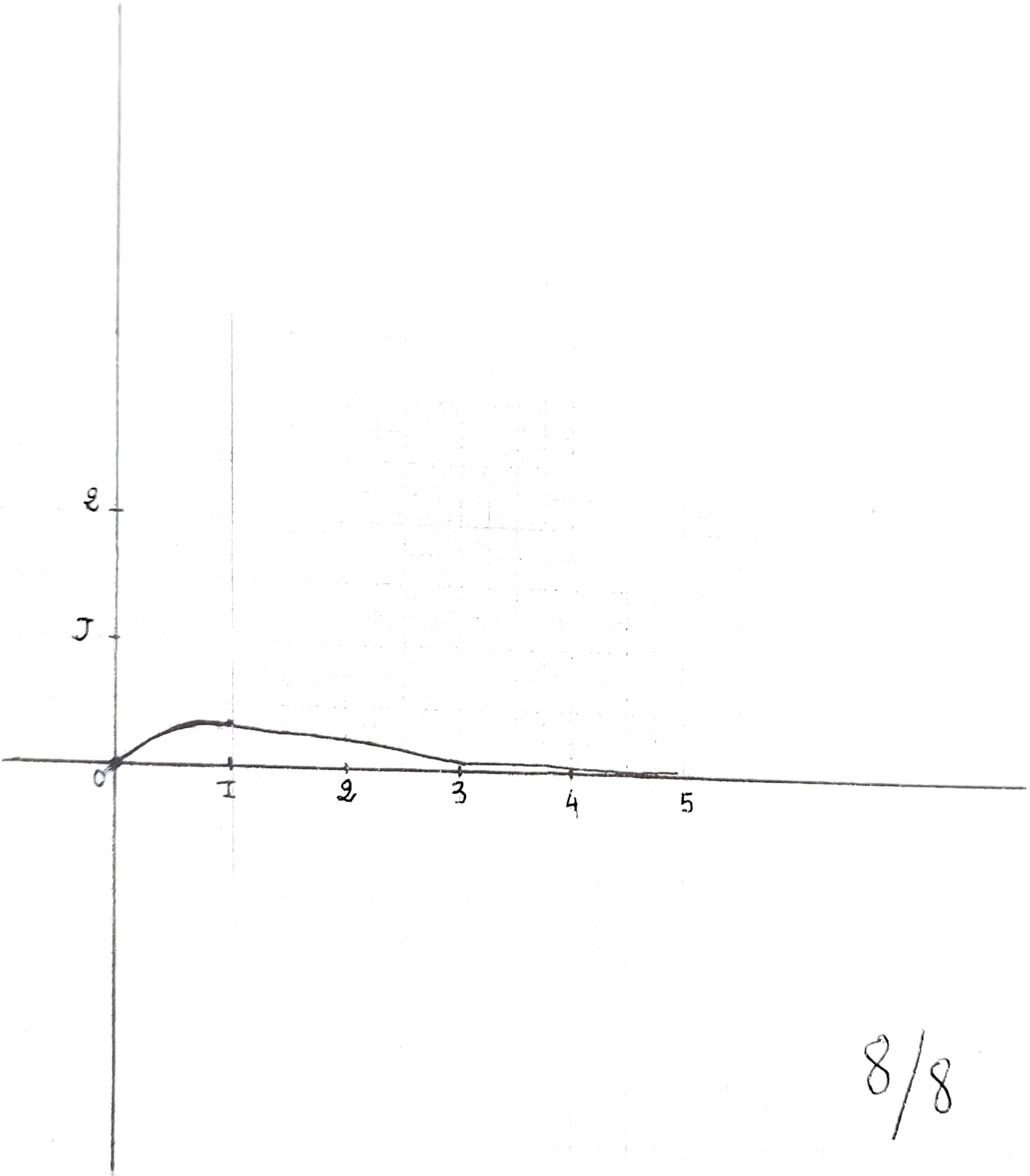
CORRIGE	BAREME
EXERCICE 6 (5 points)	

Critères	Indicateurs	Barème
CM1 Pertinence	- Annonce de la leçon dérivabilité et étude de fonctions - Annonce du calcul de la dérivée de la fonction, de la détermination du signe de la dérivée, de l'étude du sens de variation, du tableau de variation - Annonce du calcul du maximum de la fonction	0,75 pt 1ind/3 → 0,5 2ind/3 → 0,75 Règle des deux tiers $\frac{2}{3} \times 3 = 2$
CM2 utilisation des outils mathématiques en situation	- Définition de la fonction f associée à l'aire : $\forall x \in [0;1]$, $f(x) = \frac{x\sqrt{1-x^2}}{2}$ - Calcul de la dérivée de f - Etude du signe de la dérivée - Etude du sens de variation de f - Presence du tableau de variation de f - Détermination du maximum de f - La réponse - Exactitude des formules - Justesse de l'argumentation	2,5 pts 1ind/9 → 1 2ind/9 → 1,5 3ind/9 → 1,75 4ind/9 → 2 5ind/9 → 2,25 6ind/9 → 2,5 Règle des deux tiers $\frac{2}{3} \times 9 = 6$

6/8

EPREUVE : MATHS DATE : 04/07/2023 HEURE : 12H SERIE(S) D

	CORRIGE	BAREME
CM3 Cohérence de la réponse	- la réponse, les résultats des calculs sont conformes à ce qui est attendu - La réponse, les résultats sont en adéquation avec la démarche, les opérations, les calculs - La qualité des enchaînements de la démarche	1,25 pt 1 ind/3 → 1 2 ind/3 → 1,25 Règle des deux tiers $\frac{2}{3} \times 3 = 2$
CP • Concision • Originalité • Bonne Présentation	- Production juste en peu de mot - Présence d'une démarche correcte au-delà de la production attendue - Présence des titres, d'espacements, absence de rature, de surcharge, de blanco, absence de tache	0,5 pts 1 ind/3 → 0,25 2 ind/3 → 0,5 Règle des deux tiers $\frac{2}{3} \times 3 = 2$



8/8

BACCALAURÉAT
SESSION 2024

Durée : 4 h
Coefficient : 4

MATHÉMATIQUES

SÉRIE D

Cette épreuve comporte 3 pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3.
Toute calculatrice scientifique est autorisée.

EXERCICE 1 **(2 points)**

Écris, le numéro de chacun des énoncés ci-dessous suivi de VRAI si l'énoncé est vrai ou de FAUX si l'énoncé est faux.

1. Soit f une fonction dérivable sur un intervalle K et F une primitive de f sur K.
Les fonctions $x \mapsto F(x) + c$, $c \in \mathbb{R}$ sont les primitives de f sur K .

2. Le coefficient de corrélation linéaire r d'une série statistique double (X, Y) est tel que : $-1 < r < -0{,}87$. La corrélation linéaire entre les variables X et Y est forte.

3. La fonction dérivée sur $\mathbb{R}$ de la fonction $x \longmapsto a^x$, $a \in \mathbb{R}_+^* \setminus \{1\}$, est la fonction : $x \longmapsto a^x$.

4. Soit f une fonction définie sur $]0\,;+\infty[$ et ℓ un nombre réel tel que :
$\forall\, x \in\,]0\,;+\infty[,\ |f(x) - \ell| < \frac{1}{x}$. On a : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \ell$.

EXERCICE 2 **(2 points)**

Pour chacun des énoncés ci-dessous, les informations *a*, *b*, *c* et *d* permettent d'obtenir quatre affirmations dont une seule est vraie.
Écris le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de l'information qui donne l'affirmation vraie.

1. z est un nombre complexe tel que $z = a + bi$, $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$. Le module de z est égal à...
a) $a^2 + b^2$; *b*) $\sqrt{a^2 + b^2}$; *c*) $a^2 - b^2$; *d*) $|a + b|$.

2. Une primitive sur $]0\,;\frac{\pi}{2}[$ de la fonction $x \mapsto \frac{\cos x}{\sin x}$ est la fonction F définie par :...
a) $F(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$; *b*) $F(x) = -\ln(\sin x)$; *c*) $F(x) = \ln(\sin x)$; *d*) $F(x) = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{(\sin x)^2}$.

3. Soit Ω un point du plan. L'homothétie de centre Ω et de rapport -3 est une similitude directe de centre Ω, de ...
a) rapport -3 *et* d'angle 0 ; *b*) rapport -3 *et* d'angle π ;
c) rapport 3 *et* d'angle π ; *d*) rapport 3 *et* d'angle 0.

4. Si A, B et C sont des points du plan complexe d'affixes respectives z_A, z_B et z_C telles que : $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A} = -i\sqrt{3}$, alors...
a) ABC est un triangle rectangle en A ; *b*) ABC est un triangle isocèle en A
c) ABC est un triangle rectangle isocèle en A ; *d*) les points A, B et C sont alignés.

EXERCICE 3 **(3 points)**

Dans le cadre du programme jeunesse d'un gouvernement, une enquête a été menée en 2023 sur l'ensemble des élèves issus d'un centre de formation professionnelle.
Cette enquête a révélé que 40% de ces élèves sont des bacheliers. Parmi ces bacheliers, 90% ont obtenu un emploi et parmi les non bacheliers, 70% ont obtenu un emploi.

1. On choisit au hasard un élève issu de ce centre.
Démontre que la probabilité que cet élève ait obtenu un emploi est 0,78.

2. On admet que le centre a formé suffisamment d'élèves.
On choisit au hasard 5 élèves issus du centre et on désigne par X la variable aléatoire égale au nombre d'élèves ayant obtenu un emploi.
a) On admet que X suit une loi binomiale de paramètres 5 et 0,78.
Calcule l'espérance mathématique E(X) de X et interprète le résultat.
b) Calcule la probabilité qu'au moins 3 de ces élèves aient obtenu un emploi.

EXERCICE 4 **(3 points)**

On se propose de chercher la fonction f, dérivable sur $\mathbb{R}$, solution de l'équation différentielle (E) : $y' - 2y = -4x - 4$ telle que $f(0) = 1$, puis de déterminer une valeur approchée de l'équation $x \in [0\,;+\infty[,\ f(x) = -1$.

1. Démontre que la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = 2x + 3$ est une solution de (E).

2. Soit l'équation différentielle (E') : $y' - 2y = 0$.
Détermine les solutions sur $\mathbb{R}$ de (E').

3. Soit g une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$.
a) Démontre que g est solution de (E) si et seulement si $g - h$ est une solution de (E').
b) Déduis des questions précédentes les solutions de (E).
c) Justifie que la fonction f cherchée est définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -2e^{2x} + 2x + 3$.

4. *a)* Justifie que f est strictement décroissante sur $[0\,;+\infty[$.
b) Démontrer que l'équation $x \in [0\,;+\infty[, f(x) = -1$, admet une solution unique α telle que : $0{,}4 < \alpha < 0{,}5$.

EXERCICE 5 **(5 points)**

Le but de cet exercice est de démontrer qu'une fonction est bijective et d'effectuer un calcul d'aire.
Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique 2 cm.
On considère la fonction numérique h, continue sur $]1\,;+\infty[$ et définie par : $h(x) = \frac{x+1}{x\ln x}$.
On note $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans le repère (O, I, J).

1. Démontre que : $\forall x \in]1\,;+\infty[,\ 1 + x + \ln x > 0$.

2. *a)* Calcule la limite de h à droite en 1, puis interprète graphiquement le résultat.
b) Démontre que l'axe des abscisses est une asymptote à la courbe $(\mathscr{C})$ de h en $+\infty$.

3. *a)* Démontre que : $\forall x \in]1\,;+\infty[, h'(x) = -\frac{1+x+\ln x}{(x\ln x)^2}$.
b) Justifie que : $\forall x \in]1\,;+\infty[, h'(x) < 0$.

4. Démontre que h est une bijection de $]1;+\infty[$ dans un intervalle K à préciser.

5. Soit (Γ) la courbe représentative de la fonction g définie sur $]1 ; +\infty[$ par : $g(x) = \frac{1}{lnx}$.
Démontre que ($\mathscr{C}$) est au-dessus de (Γ) sur $]1 ; +\infty[$.

6. *a*) Justifie que : $\int_{e}^{e^2} \frac{1}{xlnx} dx = ln2$.
b) Détermine l'aire $\mathscr{A}$ en cm² de la partie du plan limitée par ($\mathscr{C}$), (Γ) et les droites d'équations $x = e$ et $x = e^2$.

EXERCICE 6 **(5 points)**

Monsieur Zahui, un entrepreneur, vient d'acquérir avec la mairie de sa ville natale un terrain qu'il doit mettre en valeur. Il souhaite construire sur ce terrain un marché de produits vivriers pour aider les femmes à écouler facilement leurs marchandises. Il dispose de 20 000 000 F CFA et voudrait doubler cette somme avant de commencer à réaliser son projet. Il sollicite une institution financière qui lui propose d'épargner cette somme à un taux d'intérêt annuel de 6,9%.

Monsieur Zahui voudrait savoir le nombre minimum d'années qu'il lui faut pour commencer le projet. Ne sachant pas comment s'y prendre, il te sollicite.

À l'aide d'une argumentation basée sur tes connaissances mathématiques, réponds à la préoccupation de Monsieur Zahui.

MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE
ET DE L'ALPHABETISATION

DIRECTION DES EXAMENS ET CONCOURS

SOUS-DIRECTION DES EXAMENS SCOLAIRES

SERVICE BACCALAUREAT

REPUBLIQUE DE CÔTE D'IVOIRE
Union – Discipline – Travail

BACCALAUREAT – SESSION 2024

EPREUVE : MATHEMATIQUES DATE : 19-06-2024 HEURE : 4H

CORRIGE ET BAREME SERIE(S) : D

CORRIGE	BAREME
Ce barème est national. Il ne peut être modifié. Certaines réponses ont été données à titre indicatif. Cependant, toute autre démarche correcte sera acceptée. Le correcteur devra tenir compte de la demarche qui conduit au résultat. A un résultat correct non justifié ou incorrectement justifié, on accordera la moitié des points sauf si la question est notée sur 0,25. Dans ce cas on attribuera la note zéro (0). Pour l'exercice 6, le correcteur doit attribuer les points en fonction des indicateurs et non à chaque résultat. Le critère de perfectionnement (CP) est à appliquer à l'ensemble de la production de l'exercice.	

1/7

EPREUVE : MATHEMATIQUES DATE : 19-06-2024 HEURE : .... SERIE(S) D

CORRIGE	BAREME
EXERCICE 1 (2pts)	
1- Vrai ; 2- Vrai ; 3- Faux ; 4- Vrai	0,5 × 4
EXERCICE 2 (2pts)	
1- B ; 2- C ; 3- C ; 4- A	0,5 × 4
EXERCICE 3 (3pts)	
1. Démonstration correcte :	
$P(E) = P(B \cap E) + P(\overline{B} \cap E)$ ou $= P(B) \times P_B(E) + P(\overline{B}) \times P_{\overline{B}}(E)$	0,5
$P(E) = 0,4 \times 0,9 + 0,6 \times 0,7 = 0,78$	0,5
2. a) Calcul de $E(X)$.	
$E(X) = np$	0,25
$= 5 \times 0,78$ $E(X) = 3,9$	0,25
Interprétation	
En moyenne, 4 personnes sur 5 de ce centre ont obtenu un emploi.	0,5
b) Calcul de la probabilité qu'au moins 3 de ces élèves aient obtenu un emploi.	
$P(X \geq 3) = P(X=3) + P(X=4) + P(X=5)$	0,25
$= C_5^3 \times (0,78)^3 \times (0,22)^2 + C_5^4 \times (0,78)^4 \times (0,22) + C_5^5 (0,78)^5 \times (0,22)^0$ $P(X \geq 3) = 0,926$	0,75

EPREUVE : MATHEMATIQUES DATE : 19-06-2024 HEURE : ....SERIE(S) D

CORRIGE	BAREME
Exercice 4 (3 pts)	
1. Demonstration correcte : h est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on a : $\forall x \in \mathbb{R}$, $h'(x) = 2$ $h'(x) - 2h(x) = -4x - 4$, donc h est solution de (E)	0,25
2. Déterminons les solutions sur $\mathbb{R}$ de (E'). Les solutions sur $\mathbb{R}$ de (E') sont les fonctions de la forme : $x \mapsto ke^{2x}$; $k \in \mathbb{R}$	0,25
3.a) Démonstration correcte	0,5
3.b) Déduction des solutions de (E). Soit g une solution de (E), on a : g − h est solution de (E'). $(g-h)(x) = ke^{2x}$; $k \in \mathbb{R}$ $g(x) = ke^{2x} + h(x)$ $g(x) = ke^{2x} + 2x + 3$ Les solutions sur $\mathbb{R}$ de (E) sont les fonctions de la forme : $x \mapsto ke^{2x} + 2x + 3$; $k \in \mathbb{R}$	0,5
c) Justification correcte	0,25
4.a) Démonstration correcte $\forall x \in [0 ; +\infty[$, $f'(x) = -4e^{2x} + 2$	0,25
$\forall x \in [0 ; +\infty[$ $f'(x) < 0$	0,25

EPREUVE : MATHEMATIQUES DATE : 19-06-2024 HEURE : .... SERIE(S) D

CORRIGE	BAREME
4. b) Démonstration correcte de l'équation $f(x) = -1$ admet une unique solution α	0,5
Vérification de : $0{,}4 < \alpha < 0{,}5$	0,25
On a : $f(0{,}4) = -0{,}65$ et $f(0{,}5) = -1{,}44$	
Comme $f(0{,}5) < -1 < f(0{,}4)$ donc $0{,}4 < \alpha < 0{,}5$	
Car f est strictement décroissante sur $[0;+\infty[$	
EXERCICE 5 (5 pts)	
1. Démonstration correcte	0,5
2. a) Calcul de la limite de h à droite en 1.	
$\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ >}} h(x) = \lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ >}} \frac{x+1}{x \ln x} = \lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ >}} \frac{x+1}{x} \times \frac{1}{\ln x}$	0,5
$\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ >}} h(x) = +\infty$ car $\begin{cases} \lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ >}} \frac{x+1}{x} = 2 \\ \lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ >}} \frac{1}{\ln x} = +\infty \end{cases}$	
Interprétation graphique du résultat :	
La droite d'équation $x = 1$ est une asymptote verticale à $(\mathcal{C})$.	0,25
2. b) Démonstration correcte :	
$\lim\limits_{x \to +\infty} h(x) = 0$	0,5
3. a) Démonstration correcte	0,5
3. b) Justification correcte	0,5

EPREUVE : MATHEMATIQUES DATE : 19-06-2024 HEURE : .... SERIE(S) D

CORRIGE	BAREME
4. Démonstration correcte de la bijection	0,5
Intervalle $K =]0; +\infty[$	0,25
5. Démonstration correcte	
$h(x) - g(x) = \frac{1}{x \ln x}$	0,25
$\forall x \in]1; +\infty[,\ h(x) - g(x) > 0$	0,25
6. a) Justification correcte	0,5
6. b) Détermination de l'aire A en cm^2.	
$A = \int_e^{e^2} (h(x) - g(x))\,dx.\ ua$	0,25
$A = \left(\int_e^{e^2} \frac{1}{x \ln x}\,dx\right) \times 4\,cm^2$; $A = (4 \ln 2)\,cm^2$	0,25

EXERCICE 6 (5 pts)

Critères	Indicateurs	Barème
CM1 : (0,75) Pertinence	Pour répondre à la préoccupation de Mr Zahui, je vais : - utiliser les suites numériques - Déterminer une suite (U_n) qui donne le capital après n années d'épargne $(n \in \mathbb{N})$. - Déterminer la valeur minimale de n telle que : $U_n \geq 2 \times U_0$	1 ind/3 → 0,5 à partir de 2 ind/3 totalité des points (0,75)

CORRIGE		BAREME
Critères	Indicateurs	Barème
CM2 : (2,5) Utilisation correcte des outils math en situation (Concerne les étapes de la démarche) . Choix des outils appropriés . Application correcte des propriétés, règles et définition	• Définition de (U_n) On a : $U_0 = 20.000.000$ $\forall n \in \mathbb{N}, U_{n+1} = 1,069\, U_n$ • Détermination de la nature de (U_n) (U_n) est une suite géométrique de 1er terme $U_0 = 20.000.000$ et de raison $q = 1,069$. • Formule explicite de (U_n) $\forall n \in \mathbb{N}, U_n = 20.000.000 \times (1,069)^n$ • Présence de l'inéquation : $U_n \geqslant 2 \times U_0$ • Détermination de la valeur minimale de n.	1 ind/5 → 1pt 2 ind/5 → 1,75 à partir de 3 ind/5, totalité des points (2,5).
CM3 : (1,25) Cohérence de la réponse . Cohérence entre les étapes de la démarche. . Cohérence dans la démonstration	• Le résultat produit est conforme au résultat attendu $U_n \geqslant 2U_0 \Rightarrow n \geqslant 10,38$ • Le résultat produit est en adéquation avec la démarche • La qualité des enchaînements de la démarche • Conclusion correcte : La valeur minimale de n est 11.	1 ind/4 → 0,5 2 ind/4 → 0,75 à partir de 3 ind/4, totalité des points (1,25)

EPREUVE : MATHEMATIQUES DATE : 19-06-2024 HEURE : .... SERIE(S) D

CORRIGE		BAREME
Critères	Indicateurs	Barème
CP : (0,5) Critère de perfectionnement	• Concision • Originalité • Bonne présentation	1 ind/3 → 0,25 à partir de 2 ind/3, totalité des points (0,5)