

MATHEMATIQUES

PROF : M TUO

Tel : 0759942303

Cette épreuve comporte quatre (04) pages numérotées 1/4 ; 2/4 ; 3/4 et 4/4.
L'usage de la calculatrice est autorisé.

EXERCICE 1 (3 points)

Écris le numéro de chaque affirmation suivie de VRAI si l'affirmation est vraie ou de FAUX si l'affirmation est fausse.

N°	Affirmations
1	La fonction $\ln x$ est définie sur \mathbb{R} .
2	Une équation de la tangente à la courbe (C) d'une fonction f dérivable au point d'abscisse x_0 est égal à (T) : $y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$.
3	Pour tout $x \in]0;+\infty[$, la dérivée de la fonction $\ln x$ est $-\frac{1}{x}$.
4	Soit A et B deux événements d'univers. L'évènement « A et B » se note $A \cup B$
5	A est un événement de Ω et A l'évènement contraire de A on a : $P(\bar{A})=P(A)+1$
6	La fonction $\ln x$ est strictement croissante sur $]0;+\infty[$.

EXERCICE 2 (3 points)

Pour chacune des affirmations ci-dessous, trois réponses sont données dont une seule est juste. Écris sur ta feuille de copie le numéro de l'affirmation suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse. Exemple : 7 - B

N°	affirmations	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	Soit a et b sont des nombres réels strictement positifs. Soit $\ln(a \times b)$ est égal à	$\ln a \times \ln b$	$a \times b$	$\ln a + \ln b$
2	l'équation (E) : $\ln x = 1$ admet pour solution	$x = 1$	$x = 0$	$x = e$
3	$\lim_{x \rightarrow 0} \ln x$ est égale à	0	$-\infty$	$+\infty$
4	Soit A et B deux évènements de l'univers Ω . si A et B sont incompatibles alors $P(A \cup B) =$	$P(A) + P(B)$	$P(A) \times P(B)$	$P(A) - P(B)$
5	le nombre d'arrangement de p élément d'un ensemble E à n éléments est égal à	A_p^n	A_n^p	A_n^n
6	On donne $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = 0$, alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f \times h)(x) =$	$-\infty$	$+\infty$	On ne peut pas conclure

EXERCICE 3 (3 points)

Un paysan possède un champ où il plante des arbres fruitiers. Pour mieux les entretenir il décide de vendre chaque année les 5% des pieds existants et planter 3 000 nouveaux. Il démarre avec 50 000 pieds en 2015. En désignant par X_n le nombre de pieds d'arbres se trouvant dans le champ au cours de l'année (2015 + n)

a) Déterminez le nombre d'arbres qu'il aura en 2016 et en 2017.

b) Exprimez X_{n+1} en fonction de X_n .

c) On considère la suite (U_n) définie par $U_n = 60\,000 - X_n$

Montrez que la suite (U_n) est une suite géométrique dont on donnera la raison et le 1^{er} terme. Exprimer U_n en fonction de n , en déduire X_n en fonction de n .

EXERCICE 4 : (4 points)

Le plan est muni du repère orthonormé (O, I, J) . Unité graphique : 2 cm

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = x + 1 - \ln(x)$. On désigne par (C_f) la représentation graphique de f

1- a) Montrer que l'ensemble de définition D_f de f est $]0; +\infty[$.

b) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ puis interpréter graphiquement ce résultat.

2- a) Montrer que pour tout x élément de D_f , $f(x) = x \left(1 + \frac{1}{x} - \frac{\ln(x)}{x} \right)$.

b) En déduire la limite de f en $+\infty$.

3- a) Montrer que pour tout x élément de D_f , $f'(x) = \frac{x-1}{x}$

b) Etudier le signe de $f'(x)$ sur $]0; +\infty[$ et dresser le tableau de variation de f sur $]0; +\infty[$.

4- a) Reproduire et compléter le tableau suivant :

(On donnera l'arrondi d'ordre 1 de chaque résultat)

x	0,5	1	2	3	4	5	6
$f(x)$							

5) Construire (C_f) sur $]0; 6]$

6) Démontrer que pour tout x de l'intervalle $]0; +\infty[$, $f(x) \geq 2$

7) En déduire l'ensemble des solutions de l'équation $f(x) = 0$ sur $]0; +\infty[$

(Uniquement A1)

Soit la fonction h définie sur $]0; +\infty[$ par

$$h(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x - x \ln x .$$

8)

- Calculer $h'(x)$ et en déduire une primitive de f sur $]0; +\infty[$.
- Calculer l'aire en cm^2 de la partie du plan délimitée par la courbe (C_f) , la droite (OI) et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = 3$

EXERCICE 5 (4 points)

Un Lycée littéraire de 930 élèves comporte une série A_1 et une série A_2 . 30% des élèves sont en série A_1 ; 40% des élèves du Lycée sont des garçons ; 25% des élèves garçons du Lycée sont en série A_2 .

- Recopier et compléter le tableau suivant :

Categories d'élèves	Effectif
Elèves en série A_2	
Elèves en série A_1	
Elèves garçons en série A_2	
Elèves filles du Lycée	

- On choisit au hasard un élève du Lycée. On suppose que tous les choix d'un élève sont équiprobables. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

- a) A : « choisir un élève de la série A_2 ».
- b) B : « choisir un garçon sachant qu'il est un élève de la série A_2 ».
- c) C : « choisir un élève de la série A_2 sachant qu'il est un garçon ».
- d) D : « choisir un élève de la série A_1 ».
- e) Sachant qu'un élève ne peut être à la fois en série A_1 et en série A_2 , déterminer $P(D|A)$.

Exercice 6 : (3 points)

Un vieux paysan a reçu un document des agents de l'ANADER contenant des informations sur la production agricole y_i en tonnes en fonction de la taille x_i en hectare de l'exploitation pour un ensemble de six exploitations dans la région du Tchologo. Le vieux paysan achète 8 hectares et voudrait savoir une estimation de sa production ; il vous contacte afin de l'aider à déterminer sa production.

x_i (en ha)	1	2	3	4	5	6
y_i (en ha)	12	30	42	60	48	54

*Bonne chance à vous réussite au
Baccalauréat session 2023 !*