Fomesoutra.com
ça soutra!

MATHEMATIQUES

Niveau : Tle D
Prof : M. TEHUA
Date :

Cette fiche comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2

PREPA BAC BLANC MARS 2026 : NOMBRES COMPLEXES

EXERCICE 1

Soit le nombre complexe $Z = (1 + i\sqrt{3})(1 - i)$

①. On considère l'écriture algébrique des nombres complexes z_1 *et* z_2 définis par: $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$ et $z_2 = 1 - i$

a) Ecris sous forme trigonométrique les nombres complexes z_1 *et* z_2.

b) En déduis la forme trigonométrique de Z.

②. Ecris sous forme algébrique le nombre complexe Z.

③. Déduis-en des résultats précédents les valeurs exactes de $cos\,\frac{\pi}{12}$ et $sin\,\frac{\pi}{12}$

EXERCICE 2

On considère la fonction polynôme P définie par : $P(z) = z^3 - z^2 - (1 + i)z - 2 + 2i$

1-a) Calcule $(1 + 2i)^2$

b) Justifie que $P(z) = (z - 2)(z^2 + z + 1 - i)$

c) Déduis-en les solutions de l'équation (E) : $z \in \mathbb{C}$, $P(z) = 0$

2) Dans le plan complexe rapporté a un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives $-1 - i$; 2 *et* i,

a) Place les points A, B et C

b) Calcule $|z_A - z_C|$; $|z_B - z_C|$ et déduis-en la nature du triangle ABC

EXERCICE 3

Dans le plan complexe, on considère le point A de coordonnées $(-1\,;0)$.

①. Démontre que l'affixe z_A du point A est solution de l'équation (E) : $z \in \mathbb{C}, z^3 - 5z^2 + 419z + 25 = 0$

②. Détermine les réels a, b *et* c tels que : $\forall z \in \mathbb{C}, z = (z + 1)(az^2 + bz + c)$.

③. Résous dans $\mathbb{C}$, l'équation (E) :

④. Soit A, B et C les points d'affixes respectives : -1 ; $3 + 4i$ *et* $3 - 4i$.

a) Place les points A, B et C dans le plan complexe.

b) Justifie que le triangle ABC est un triangle isocèle en A.

EXERCICE 4

On considère dans $\mathbb{C}$, l'équation : $z^2 + 2z + 4 = 0$.

1. Soient α et β les solutions de cette équation, avec $Im(\alpha) > 0$.
   a) Donne la forme algébrique de α et de β.
   b) Écris sous forme trigonométrique les nombres complexes : $-1 - i\sqrt{3}$ et $-1 + i\sqrt{3}$.
2. Démontre que : $\frac{\alpha^3}{\beta^2} = \beta$.
3. Détermine la forme algébrique de β^{24}.

EXERCICE 5

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$ $(unité\ graphique : 1\ cm)$.

Soit P le polynôme défini sur $\mathbb{C}$ par : $P(z) = z^3 - (2+5i)z^2 + (4i-9)z - 6 + 9i$.

1. Justifie que $P(z) = (z+1)(z^2 - (3+5i)z - 6 + 9i)$.
2. a) Montre que les racines carrées de $8 - 6i$ sont : $3 - i$ et $-3 + i$.
   b) Justifie le discriminant de l'équation $z^2 - (3+5i)z - 6 + 9i = 0$ est $8 - 6i$.
   c) Déduis la résolution dans $\mathbb{C}$ de l'équation : $P(z) = 0$.
3. a) Soit les points A, B et C d'affixes respectives -1 ; $3+2i$ et $3i$.
   Place ces points dans le repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$
   b) Justifie que $\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C} = i$.
   c) Déduis-en la nature du triangle ABC.
4. Soit D le point du plan tel que $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AD}$.
   a) Calcule l'affixe de D.
   b) Justifie que le quadrilatère ACBD est un carré.

EXERCICE 6

On considère dans $\mathbb{C}$ le polynôme P défini par : $P(z) = z^3 + (6+2i)z^2 + (16+4i)z - 16i + 32$.

1) a- Démontre que $P(z) = (z - 2i)[z^2 + (6+4i)z + 8 + 16i]$.
   b- Justifie que $2 - 4i$ est une racine carrée de $-12 - 16i$
   c) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation : (E) $z^2 + (6+4i)z + 8 + 16i = 0$
   d) En utilisant les questions 1)a et 1)c résous dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$.

2) Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

A , B et C sont les points du plan complexe d'affixes respectives : $z_A = -4$; $z_B = 2i$ et $z_c = -2 - 4i$.
   a- On désigne par (Γ) l'ensemble des points M d'affixe z tels que $|i\sqrt{5}z + 4i\sqrt{5}| = 10$.
   Justifie que : $M(z) \in (\Gamma) \Leftrightarrow |z+4| = 2\sqrt{5}$
   b) Détermine l'ensemble (Γ).
   c) Justifie que l'ensemble (Σ) des points M dont l'affixe z vérifie $|z+4| = |z - 2i|$ est la droite d'équation $y = -2x - 3$

3) On considère la fonction k définie sur $]0; +\infty[$ par : $k(x) = -2x - 3 + lnx$ et de représentation graphique (T). Etudie la position relative de (Σ) et de (T).