FICHE 5 PREPA BAC MATHEMATIQUES

EXERCICE 1 :

Ecris le numéro de chaque affirmation suivi de VRAI si l'affirmation est vraie ou FAUX si l'affirmation est fausse

1- Une suite convergente est une suite qui admet une limite finie.

2- A,B et C sont alignes si et seulement si $\frac{z_C - z_B}{z_C - z_A} \in \mathbb{R}^*$

3-Soit g une fonction d'ensemble de définition $\mathrm{D_g}$ et (u_n) une suite élément de $\mathrm{D_g}$.

Si $\lim\limits_{n \to +\infty} (u_n) = a$ et $\lim\limits_{x \to a} g(x) = l$ alors $\lim\limits_{n \to a} g(u_n) = l$

4- $\int_{-5}^{-5} (7x+1)\,dx$ est égale à : -5

EXERCICE 2 :

Pour chacune des affirmations ci –dessous, trois réponses sont données dont une seule des réponses est juste.
Ecris sur ta feuille de copie, le numéro suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

<table>
<tr><th>N°</th><th>Affirmations</th><th colspan="2">Réponses</th></tr>
<tr><td rowspan="3">1</td><td rowspan="3">$\lim\limits_{x \to 0} \frac{sinx}{e^{3x}-1}$ est égale à :</td><td>A</td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>B</td><td>$\frac{1}{3}$</td></tr>
<tr><td>C</td><td>0</td></tr>
<tr><td rowspan="3">2</td><td rowspan="3">La forme exponentielle de $\left(\frac{\sqrt{3}+i}{1+i}\right)^3$ est égale à :</td><td>A</td><td>$2\sqrt{2}\,e^{-i\frac{\pi}{3}}$</td></tr>
<tr><td>B</td><td>$2\,e^{i\frac{\pi}{4}}$</td></tr>
<tr><td>C</td><td>$2\sqrt{2}\,e^{-i\frac{\pi}{4}}$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">3</td><td rowspan="3">La fonction $x \mapsto \frac{1}{5}\, e^x[cos(2x) + 2sin(2x)]$ est une primitive sur ℝ dont la fonction est :</td><td>A</td><td>$x \mapsto e^x\cos(2x)$</td></tr>
<tr><td>B</td><td>$x \mapsto e^x\cos(2x)\sin(2x)$</td></tr>
<tr><td>C</td><td>$x \mapsto e^x.\sin(2x)$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">4</td><td rowspan="3">Soit X est une variable aléatoire dont la loi de probabilité est représentée dans le tableau ci-dessous.<table><tr><td>x_i</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr><tr><td>$P(X = x_i)$</td><td>0 ,3</td><td>0,2</td><td>0,1</td><td>0,4</td></tr></table>La variance de X est égale à :</td><td>A</td><td>$V(X) = 1{,}64$</td></tr>
<tr><td>B</td><td>$V(X) = 1{,}8$</td></tr>
<tr><td>C</td><td>$V(X) = 11{,}36$</td></tr>
</table>

EXERCICE 3 :

Dans cet exercice, tous les résultats des probabilités seront donnés en valeurs décimales arrondies à 10^{-3} près.

Une étude statistique a montré que dans une commune d'Abidjan, les individus âgés de plus de 60 ans représentent 30 % de la population de cette commune.

- 80 % des individus âgés de plus de 60 ans ont été vaccinés contre le « COVID 19 » ;
- 15 % des individus âgés de moins 60 ans ont été vaccinés contre le « COVID 19 ».

On choisit, au hasard, une personne de cette population et on considère les événements suivants :

A : « La personne est âgée de plus de 60 ans. » et

V : « La personne est vaccinée contre le « COVID 19 » ».

$\overline{A}$ et $\overline{V}$ étant les évènements contraires de A et V.

1-a) Précise P(A), $P_A(V)$ et $P_{\overline{A}}(V)$

b) Construis un arbre de probabilité traduisant la situation.

c) Justifie que $P(A \cap V) = 0{,}24$.

d) Démontre que la probabilité pour qu'une personne soit vaccinée est égale à 0,345.

2- La personne choisie étant vaccinée, quelle est la probabilité pour qu'elle soit âgée de moins de 60 ans ?

3- On choisit au hasard 10 personnes âgées de plus de 60 ans.

On suppose que la population contient suffisamment d'habitants pour que l'on puisse assimiler ce choix à un tirage successif avec remise de 10 personnes.

a) Montre que la probabilité pour que deux exactement d'entre elles soient vaccinées est égale à 0,288.

b) Calcule la probabilité qu'au moins une d'entre elles soit vaccinée.

FICHE 5 PREPA BAC MATHEMATIQUES

EXERCICE 4 :

On considère la suite numérique (v_n)définie sur $\mathbb{N}^*$ par : $v_n = \frac{n^2 + 2n}{(n+1)^2}$.

1- a) Démontrer que la suite (v_n) est convergente après avoir déterminé sa limite.
b) Démontrer que la suite (v_n) est croissante

c) Démontre que : $\forall n \in \mathbb{N}^*, \frac{3}{4} \leq v_n < 1$

2- On pose pour tout nombre entier naturel non nul n : $a_n = v_1 \times v_2 \cdots\cdots \times v_n$
a) Démontre par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}^*$, on a : $a_n = \frac{n+2}{2(n+1)}$

b) En déduire la limite de la suite (a_n)

3- On pose pour tout nombre entier naturel non nul n : $b_n = \ln(v_1) + \ln(v_2) + \cdots + \ln(v_n)$
a) Démontrer que :(b_n) est une suite à termes négatifs.
b) Calculer la limite de la suite (b_n)

EXERCICE 5 :

I. *On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ dont la courbe représentative (C_g) est donnée par le graphique suivant. (Voir feuille annexe page 4/4).*

1. *Reproduire et compléter par lecture graphique, le tableau suivant :*

x	-2	0	2
$g(x)$			

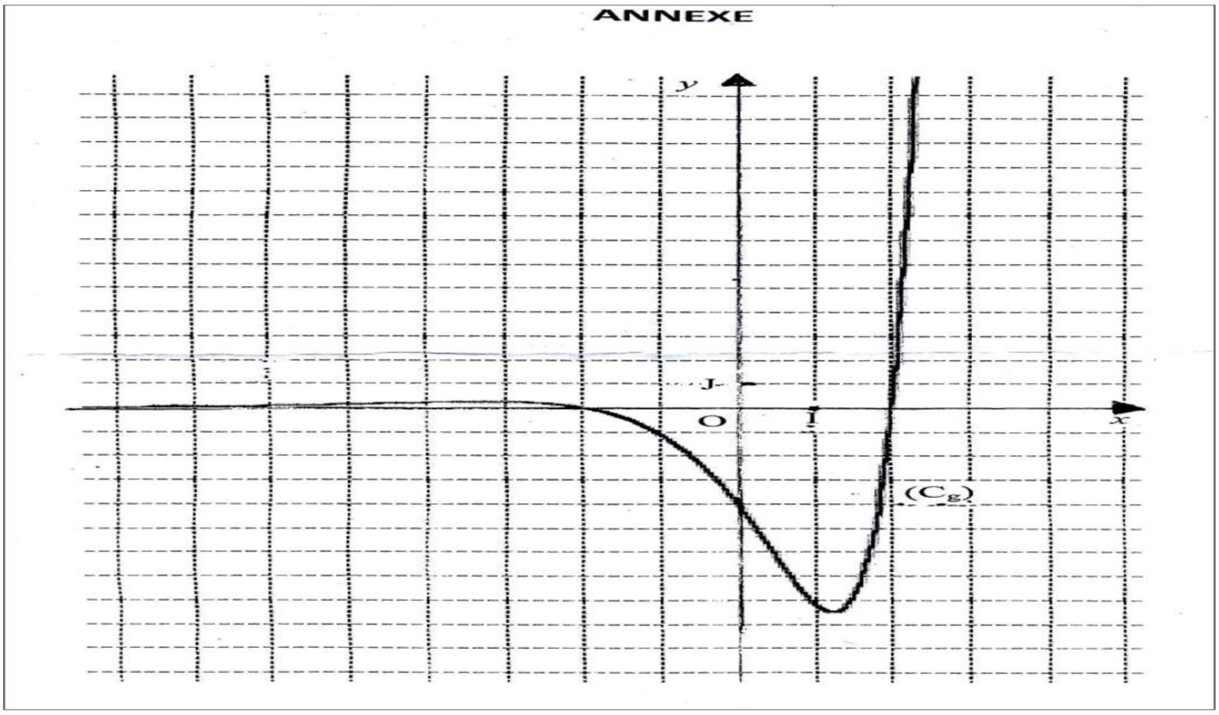
2. *A partir du graphique, préciser la position relative de(C_g) par rapport à l'axe ses abscisses.*

3. *En déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ dont la courbe représentative de g : (C_g) est donnée par le graphique*

II. *Soit f une fonction numérique d'une variable réelle x, définie par :*
$f(x) = (x^2 + ax + b)e^x$ *Où a et b sont des nombres réels.*
1- a) Démontrer que pour tout nombre réel x on a : $f'(x) = [x^2 + (2 + a)x + a + b]e^x$ *où* f' *est la fonction dérivée de* f
Exprimer, en fonction de a et b, $f'(0)$ *et* $f'(2)$.
b) En utilisant la question A 1-, déterminer les nombres réels a et b pour que $f'(x) = g(x)$ *pour tout nombre réel* x.
Pour la suite on pose que : $a = -2$ *et* $b = -2$.
2- a) Démontrer que $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0$ *et* $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

b) En utilisant les résultats de la partie A, étudier le sens de variation de f .
c) Dresser le tableau de variation de f .
3- On suppose que $f(x) = (x^2 - 2x - 2)e^x$
a) Démontrer que pour tout réel x on a : $f(x) = \left(x - 1 - \sqrt{3} \right)\left(x - 1 + \sqrt{3} \right)e^x$
b) Étudier le signe de $f(x)$ *suivants les valeurs de* x.
c) On pose $I = \int_{1-\sqrt{3}}^{1+\sqrt{3}} f(x)d(x)$
Justifier que l'intégrale I est négative.
d) On considère la fonction F définie par $F(x) = (x^2 - 4x + 2)e^x$
Démontrer que F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$ *puis calculer la valeur de I.*
e) En déduire l'aire $\mathcal{A}$ *de domaine du plan délimité par la courbe représentative de* f, *l'axe des abscisses et les droites d'équations* $x = 1 + \sqrt{3}$ *et* $x = 1 - \sqrt{3}$

FICHE 5 PREPA BAC MATHEMATIQUES


ANNEXE

<u>EXERCICE 6</u> :

Un projet de construction d'un institut est prévu dans la commune de MAN.

Trois filières A, B et C sont prévues et chaque étudiant ne peut s'inscrire que dans une seule filière.

L'effectif total de l'établissement est 220 étudiants.

Les effectifs dans les filières B et C respectivement la moitié et le tiers de l'effectif de A.

Dans la filière A, il doit y avoir 20% de filles, dans la filière B, 70% de garçons et dans la filière C, 40% de filles.

Cependant l'ONG « MEMA » œuvrant dans la politique genre, compte offrir chaque année un kit composé d'un ordinateur, d'une imprimante et d'une collection internet à un étudiant choisi au hasard pour l'encourager dans ses études.

L'ONG a plus d'intérêt dans la filière B concernant les filles.

Dans la perspective qu'une fille ait été choisie, La fondatrice l'ONG« MEMA » veut savoir la chance qu'a cette fille d'être de la filière B.

Elle te sollicite.

En utilisant tes connaissances Mathématiques, réponds a la sollicitation de L'ONG« MEMA ».