

## PREPA - BAC - SERIE D : SESSION 2026

**Sujet : N°1**

# MATHEMATIQUES

**Coefficient : 4**



Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1 sur 3 et 2 sur 3 ; 3 sur 3  
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.



### EXERCICE 1

(2 points)

Écris, le numéro de chacune des énoncés ci-dessous suivi de VRAI si l'énoncé est vrai ou de FAUX si l'énoncé est faux.

- ①.  $u$  est une fonction dérivable et strictement positive sur un intervalle  $K$ .  $r$  est un élément de  $\mathbb{Q}^* \setminus \{1\}$ .  
Une primitive sur  $K$  de la fonction  $\frac{u'}{u^r}$  est la fonction  $\frac{-1}{(r-1)u^{r-1}}$ .
- ②. Quel que soit le nombre réel  $a$  strictement positif,  $\ln(\sqrt[3]{a}) = 3 \ln a$ .
- ③. Soit  $X$  une variable aléatoire définie sur un univers  $\Omega$  muni d'une probabilité  $P$ .  
La fonction  $F$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $F(x) = P(X > x)$  est la fonction de répartition de  $X$ .
- ④. Pour tous  $p$  élément de  $\mathbb{Z}^*$ ,  $q$  élément de  $\mathbb{N}^*$  et  $x$  un élément de l'intervalle  $]0; +\infty[$ ,  $x^{\frac{p}{q}} = \left(x^{\frac{1}{q}}\right)^p$

### EXERCICE 2

(2 points)

Pour chacun des énoncés ci-dessous, les informations  $a, b, c$  et  $d$  permettent d'obtenir quatre affirmations dont une seule est vraie. Écris le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de l'information qui donne l'affirmation vraie.

- ①.  $z$  est un nombre complexe de module 4. Le conjugué de  $z$  est égal à...  
a)  $\frac{1}{4z}$  ;      b)  $\frac{4}{z}$  ;      c)  $\frac{1}{16z}$  ;      d)  $\frac{16}{z}$
- ②. La forme trigonométrique du nombre complexe  $-\sqrt{3} + i$  est...  
a)  $2 \left( \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$  ; b)  $2 \left( \cos \frac{-\pi}{6} + i \sin \frac{-\pi}{6} \right)$  ; c)  $2 \left( \cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6} \right)$  ; d)  $2 \left( \cos \frac{-5\pi}{6} + i \sin \frac{-5\pi}{6} \right)$
- ③. L'intégrale  $\int_1^e (\ln x + 1) dx$  est égale à...  
a)  $2e$  ;      b)  $e + 1$  ;      c)  $e$  ;      d)  $e - 1$
- ④. L'image de 4 par le prolongement par continuité  $g$  de la fonction  $f$  définie sur  $]0; 4[$  par :  
 $f(x) = \frac{\sqrt{x}-2}{x^2-16}$  est...  
a) 0 ;      b)  $\frac{1}{8}$  ;      c)  $\frac{1}{16}$  ;      d)  $\frac{1}{32}$

**EXERCICE 3****(3 points)**

Soit le polynôme  $p$  défini dans  $\mathbb{C}$ , par :  $P(z) = z^3 - (3 + 2i)z^2 + (1 + 4i)z + 1 - 2i$ .

- ①. Calcule  $P(i)$ .
- ②. Vérifie que :  $\forall z \in \mathbb{C}, P(z) = (z - i)[z^2 - (3 + i)z + 2 + i]$ .
- ③. Vérifie que  $1 + i$  est une racine carrée de  $2i$ .
- ④. Résous dans  $\mathbb{C}$ , l'équation :  $P(z) = 0$ .

**EXERCICE 4****(3 points)**

On considère la suite numérique  $(u_n)$  définie par : 
$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{2u_n + 1}{u_n + 2} \end{cases}$$

On admet que :  $\forall n \in \mathbb{N}, 0 \leq u_n \leq 1$ .

- ①. a) Démontre que la suite  $(u_n)$  est croissante.  
b) Dédus-en que la suite  $(u_n)$  est convergente.
- ②. Soit la fonction  $f$  de  $\mathbb{R}$  vers  $\mathbb{R}$  définie par :  $f(x) = \frac{2x+1}{x+2}$ .  
a) Démontre que :  $\forall x \in [0 ; 1], |f'(x)| \leq \frac{3}{4}$ .  
b) En utilisant l'inégalité des accroissements finis, démontre que :  
$$\forall n \in \mathbb{N}, |u_{n+1} - 1| \leq \frac{3}{4} |u_n - 1|.$$
  
c) Démontre par récurrence que :  $\forall n \in \mathbb{N}, |u_{n+1} - 1| \leq \left(\frac{3}{4}\right)^n$ .  
d) Dédus-en la limite de la suite  $(u_n)$ .

**EXERCICE 5****(5 points)**

Soit  $f$  la fonction numérique défini sur  $]0 ; +\infty[$  par :  $f(x) = 2x - 1 + \frac{1}{e^x - 1}$ .

On désigne par (C) la courbe représentative de  $f$  dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité graphique 2 cm. (D) est la droite d'équation :  $y = 2x - 1$

- ①. a) Calcule la limite de  $f$  en 0.  
b) Calcule la limite de  $f$  en  $+\infty$ .
- ②. On admet que  $f$  est dérivable sur  $]0 ; +\infty[$ .  
a) Démontre que :  $\forall x \in ]0 ; +\infty[, f'(x) = \frac{(2e^x - 1)(e^x - 2)}{(e^x - 1)^2}$ .  
b) Dédus-en que  $f$  est strictement décroissante sur  $]0 ; \ln 2[$  et strictement croissante  $]\ln 2 ; +\infty[$   
c) Dresse le tableau de variation de  $f$ .

③. a) justifie que (C) est au-dessous de (D) sur  $]0 ; +\infty[$ .

b) Vérifie que :  $\forall x \in ]0 ; +\infty[, f(x) = 2x - 2 + \frac{e^x}{e^x - 1}$ .

c)  $k$  désigne un nombre réel supérieur ou égal à 2.

On désigne par  $A(k)$  l'aire en  $\text{cm}^2$  du domaine limité par (C), la droite (D) et les droites d'équations  $x = \ln 2$  et  $x = \ln k$ .

Démontre que :  $A(k) = 4 \left[ \ln 2 + \ln \left( \frac{k-1}{k} \right) \right] \text{cm}^2$ .

d) Calcule :  $\lim_{k \rightarrow +\infty} A(k)$ .

### **EXERCICE 6**

(5 points)

À l'occasion d'une journée récréative, un groupe d'élèves de Terminale D, organise une loterie dans laquelle une mise en francs CFA est demandée avant de jouer.

Le jeu consiste à tirer simultanément deux boules dans une urne qui en contient six (06), toutes indiscernable au toucher, dont 2 blanches, 3 noires et une verte.

- ❖ Si le joueur obtient deux boules de couleurs différentes, il ne reçoit rien ;
- ❖ Si le joueur obtient deux boules noires, il reçoit 500 francs CFA ;
- ❖ Si le joueur obtient deux boules blanches, il reçoit le double de sa mise.

Les organisateurs voudraient connaître le montant minimal à fixer comme mise pour espérer ne pas perdre dans ce jeu.

Ne sachant comment s'y prendre, ils te sollicitent.

À l'aide d'une argumentation basée sur tes connaissances mathématiques, apporte une réponse à la préoccupation des organisateurs de cette loterie.

**PREPA - BAC - SERIE D : SESSION 2026****Sujet : N°2****MATHEMATIQUES****Coefficient : 4**

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1 sur 3 et 2 sur 3 ; 3 sur 3  
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

**EXERCICE 1****(2 points)**

Écris, le numéro de chacune des énoncés ci-dessous suivi de VRAI si l'énoncé est vrai ou de FAUX si l'énoncé est faux.

- ①. Soit  $f$  une fonction dérivable sur intervalle  $K$  et  $F$  une primitive de  $f$  sur  $K$ .  
Les fonctions  $x \rightarrow F(x) + c$ ,  $c \in \mathbb{R}$  sont les primitives de  $f$  sur  $K$ .
- ②. Le coefficient de corrélation linéaire  $r$  d'une série statistique double  $(X, Y)$  est tel que:  $-1 < r < -0,87$ . La corrélation linéaire entre les variables  $X$  et  $Y$  est forte.
- ③. La fonction dérivée sur  $\mathbb{R}$  de la fonction  $x \rightarrow a^x$ ,  $a \in \mathbb{R}_+^* \setminus \{1\}$ , est la fonction:  $x \rightarrow a^x$ .
- ④. Soit  $f$  une fonction définie sur  $]0; +\infty[$  et  $\ell$  un nombre réel tel que:  
 $\forall x \in ]0; +\infty[, |f(x) - \ell| < \frac{1}{x}$ . On a:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \ell$ .

**EXERCICE 2****(2 points)**

Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, les informations a, b, c et d permettent d'obtenir quatre affirmations dont une seule est vraie.

Écris, le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de l'information qui donne l'affirmation vraie.

- ①.  $z$  est un nombre complexe tel que  $z = a + ib$ ,  $a \in \mathbb{R}$  et  $b \in \mathbb{R}$ . le module de  $z$  est égal à....  
a)  $a^2 + b^2$       b)  $\sqrt{a^2 + b^2}$       c)  $a^2 - b^2$       d)  $|a + b|$
- ②. Une primitive sur  $]0; \frac{\pi}{2}[$  de la fonction:  $x \rightarrow \frac{\cos x}{\sin x}$  est la fonction  $F$  définie par....  
a)  $F(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$  ; b)  $F(x) = -\ln(\sin x)$  ; c)  $F(x) = \ln(\sin x)$  ; d)  $F(x) = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{(\sin x)^2}$
- ③. Soit  $\Omega$  un point du plan. L'homothétie de centre  $\Omega$  et de rapport  $-3$  est une similitude directe de centre  $\Omega$ , de.....  
a) rapport  $-3$  et d'angle  $0$  ;      b) rapport  $-3$  et d'angle  $\pi$   
c) rapport  $3$  et d'angle  $\pi$  ;      d) rapport  $3$  et d'angle  $0$
- ④. Si  $A, B$  et  $C$  sont des points du plan complexe d'affixes respectives  $z_A, z_B$  et  $z_C$  telles que :  
 $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A} = -\sqrt{3}$ , alors.....  
a)  $ABC$  est un triangle rectangle en  $A$  ;      b)  $ABC$  est un triangle isocèle en  $A$   
c)  $ABC$  est un triangle rectangle isocèle en  $A$  ;      d) les points  $A, B$  et  $C$  sont alignés.

**EXERCICE 3****(3 points)**

Dans le cadre du programme jeunesse d'un gouvernement, une enquête a été menée en 2025 sur l'ensemble des élèves issus d'un centre de formation professionnelle.

Cette enquête a révélé que 40% de ces élèves des bacheliers. Parmi ces bacheliers, 90% ont obtenu un emploi et parmi les non bacheliers, 70% ont obtenu un emploi.

①. On choisit au hasard un élève issu de ce centre.

Démontre que la probabilité que cet élève ait obtenu un emploi est 0,78.

②. On admet que le centre a formé suffisamment d'élèves.

On choisit au hasard 5 élèves issus du centre et on désigne par  $x$  la variable aléatoire égale au nombre d'élèves ayant obtenu un emploi.

a) On admet que  $x$  suit une loi binomial de paramètres 5 et 0,78.

Calcule l'espérance mathématique  $E(X)$  de  $X$  et interprète le résultat.

b) Calcule la probabilité qu'au moins 3 de ces élèves aient obtenu un emploi.

**EXERCICE 4****(3 points)**

On se propose de chercher la fonction  $f$ , dérivable sur  $\mathbb{R}$ , solution de l'équation différentielle

(E):  $y' - 2y = -4x - 4$  telle que  $f(0) = 1$ , puis détermine une valeur approchée de l'équation :  $x \in [0; +\infty[$ ,  $f(x) = -1$ .

①. Démontre que la fonction  $h$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $h(x) = 2x + 3$  est une solution de (E).

②. Soit l'équation différentielle (E'):  $y' - 2y = 0$ .

Détermine les solutions sur  $\mathbb{R}$  de (E').

③. Soit  $g$  une fonction dérivable sur  $\mathbb{R}$ .

a) Démontre que  $g$  est une solution de (E) si et seulement si  $g - h$  est une solution de (E').

b) Dédus des questions précédentes les solutions de (E).

c) Justifie que la fonction  $f$  cherchée est définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = -2e^{2x} + 2x + 3$ .

④. a) Justifie que  $f$  est strictement décroissante sur  $[0; +\infty[$ .

b) Démontre que l'équation :  $x \in [0; +\infty[$ ,  $f(x) = -1$ , admet une solution unique  $\alpha$  telle que :  $0,4 < \alpha < 0,5$

**EXERCICE 5****(4 points)**

Le but de cet exercice est de démontrer qu'une fonction est bijective et d'effectuer un calcul d'aire. Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, I, J)$  d'unité graphique 2 cm.

On considère la fonction numérique  $h$ , continue sur  $]1; +\infty[$  et définie par:  $h(x) = \frac{x+1}{x \ln x}$ .

On note  $(C)$  sa courbe représentative dans le repère  $(O, I, J)$ .

- ①. Démontre que:  $\forall x \in ]1; +\infty[, 1 + x + \ln x > 0$ .
- ②. a) Calcule la limite de  $h$  à droite en 1, puis interprète graphiquement le résultat.  
b) Démontre que l'axe des abscisses est une asymptote à la courbe  $(C)$  de  $h$  en  $+\infty$ .
- ③. a) Démontre que:  $\forall x \in ]1; +\infty[, h'(x) = -\frac{1+x+\ln x}{(x \ln x)^2}$ .  
b) Justifie que :  $\forall x \in ]1; +\infty[, h'(x) < 0$ .
- ④. Démontre que  $h$  est une bijection de  $]1; +\infty[$  dans un intervalle  $K$  à préciser.
- ⑤. Soit  $(r)$  la courbe représentative de la fonction  $g$  définie sur  $]1; +\infty[$  par:  $g(x) = \frac{1}{\ln x}$ .  
Démontre que  $(C)$  est au-dessus de  $(r)$  sur  $]1; +\infty[$ .
- ⑥. a) Justifie que:  $\int_e^{e^2} \frac{1}{x \ln x} dx = \ln 2$ .  
b) Détermine l'aire  $\text{cm}^2$  de la partie du plan limitée par  $(C)$ ,  $(r)$  et les droites d'équations  $x = e$  et  $x = e^2$ .

**EXERCICE 6****(5 points)**

Une coopérative de commerçant de vivriers a acheté un véhicule à 60 000 000 FCFA en 2023 pour le transport de leurs marchandises. Ce véhicule perd 15% de sa valeur chaque année et sa valeur  $v_n$  à la  $n - i\text{ème}$  année après 2023 est modélisée par :  $v_n = 60\,000\,000 \times (0,85)^n$ .

Les membres de la coopérative ont pris la décision de remplacer lorsque sa valeur atteindra 15 000 000 FCFA. Pour ne pas être surpris, le responsable chargé de la logistique décide de déterminer l'année au cours de laquelle ce véhicule doit être remplacé.

Éprouvant des difficultés à le faire, et il te sollicite.

À l'aide d'une production argumenté par tes connaissances mathématiques au programme, répond à la préoccupation du responsable chargé de la logistique.

## PREPA - BAC - SERIE D : SESSION 2026

**Sujet : N°3**

# MATHEMATIQUES

**Coefficient : 4**



Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1 sur3 et 2sur3 ; 3 sur3  
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.



**EXERCICE 1**

(2 points)

Soit  $f$  une fonction numérique définie et deux (02) fois dérivable sur un intervalle contenant un nombre réel  $x_0$ . On désigne par (C) la courbe représentative de  $f$  dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).  $a$  et  $b$  sont deux nombres réels tels que:  $a < b$ .

On note  $f'$  et  $f''$  les dérivées première et seconde respectives de  $f$ .

Écris, sur ta feuille de copie, le numéro de chaque proposition suivi de **Vrai** si l'affirmation est vraie ou de **Faux** si l'affirmation est fausse.

N°	Propositions
①.	Si $f''(x_0) \neq 0$ , alors (C) admet un point d'inflexion au point d'abscisse $x_0$ .
②.	Si $f$ est négative sur l'intervalle $[a; b]$ , alors l'aire (en unité d'aire) de la partie du plan limitée par (C), la droite (OI) et les droites d'équations $x = a$ et $x = b$ est: $-\int_a^b f(t)dt$ .
③.	Si $\forall x \in [a; b],  f(a) - f(b)  \leq m$ , alors $ f(a) - f(b)  \leq m(a - b)$ , ( $m \in \mathbb{R}$ )
④.	Les solutions de l'équation différentielle $f'' + w^2f = 0$ ( $w \in \mathbb{R}$ ) sont les fonctions de la forme: $x \rightarrow Ae^{wx} + Be^{-wx}$ ( $A \in \mathbb{R}, B \in \mathbb{R}$ )

**EXERCICE 2**

(2 points)

Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, les informations des colonnes A, B, C et D permettent d'obtenir trois affirmations dont une seule est vraie.

Écris, sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la colonne qui donne l'affirmation vraie.

N°	Énoncés	Informations
①.	Soient (X; Y) une série statistique double et Cov(X ; Y) sa covariance. On note respectivement V(X) et V(Y) les variances de X et de Y. On admet que $V(X) \neq 0$ et $V(Y) \neq 0$ . On appelle coefficient de corrélation linéaire de la série statistique double (X; Y), le nombre réel note $r$ tel que...	A $r = \frac{Cov(X;Y)}{\sqrt{V(X)V(Y)}}$
		B $r = -\frac{Cov(X;Y)}{V(X)V(Y)}$
		C $r = -\frac{Cov(X;Y)}{\sqrt{V(X)}\sqrt{V(Y)}}$
		D $r = \frac{Cov(X;Y)}{V(X)V(Y)}$
②.	Une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction $x \rightarrow \cos x - x \sin x$ est la fonction...	A $x \rightarrow \cos x - \sin x$
		B $x \rightarrow x \cos x$
		C $x \rightarrow \sin x - \cos x$
		D $x \rightarrow -x \cos x$

③.	si $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite arithmétique de premier terme 3 et de raison 2, alors la somme des $n$ premiers termes consécutifs de cette suite est égale à...	A	$(n+1)(n+3)$
		B	$n(n+2)$
		C	$\frac{(n+1)(n+3)}{2}$
		D	$\frac{(n+1)(n+3)}{2}$
④.	L'ensemble des solutions de l'inéquation : $x \in \mathbb{R}, \ln(1-x) < 2$ est ...	A	$]1; e^2 - 1[$
		B	$] -\infty; 1 - e^2[$
		C	$]1 - e^2; 1[$
		D	$]e^2 - 1; +\infty[$

### EXERCICE 3

(3 points)

Un sondage effectué auprès d'anciens élèves d'un lycée révèle que:

- 55% d'entre eux poursuivent uniquement leurs études dans une université;
- 10% poursuivent uniquement leurs études dans une grande école;
- Les autres sont sur le marché du travail.

Ce sondage révèle aussi que certains de ces anciens élèves ont fait le choix de vivre en colocation.

Il s'agit de:

- 45% des anciens élèves qui poursuivent leurs études dans une université;
- 30% des anciens élèves qui poursuivent leurs études dans une grande école;
- 15% des anciens élèves qui sont sur le marché du travail.

On interroge au hasard un ancien élève du lycée. On considère les évènements suivants:

U: « L'ancien élève poursuit ses études dans une université »;

G: « L'ancien élève poursuit ses études dans une grande école »;

T: « L'ancien élève est sur le marché du travail »;

C: « L'ancien élève vit en colocation ».

- ①. Construis un arbre pondéré traduisant la situation.
- ②. Calcule la probabilité pour que l'ancien élève poursuive ses études dans une université et ait choisi de vivre en colocation.
- ③. Justifie que la probabilité de l'évènement C est égale à 0,33.
- ④. Un ancien élève vit en colocation.

Calcule la probabilité qu'il poursuive ses études dans une université.

### EXERCICE 4

(4 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct  $(O, I, J)$ . On désigne par  $\Omega$ , A et B les points d'affixes respectives  $z_\Omega$ ,  $z_A$  et  $z_B$  tels que  $z_\Omega = 1 + i$ ,  $z_A = 1$  et  $z_B = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}i$ .

- ①. On note S la similitude directe de centre  $\Omega$  qui transforme A en B.

a) Justifie que:  $\frac{z_B - z_\Omega}{z_A - z_\Omega} = \frac{\sqrt{2}}{2} e^{i\frac{\pi}{4}}$ .

b) Dédus de 1. a) que S a pour rapport  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  et pour angle  $\frac{\pi}{4}$ .

c) Démontre que l'écriture complexe de S est:  $z' = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\right)z + 1$ .

- ②. a) Justifie que l'affixe du point K, image du point J par la similitude directe S est :  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$ .  
 b) Démontre que les points O, K et  $\Omega$  sont alignés.

### EXERCICE 5 (4 points)

Soit  $f$  la fonction numérique définie sur  $[0 ; +\infty[$  par :  $f(x) = xe^{-x}$ .

On note  $(C_f)$  sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

L'unité graphique est : 2 cm.

- ①. a) Détermine la limite de  $f$  en  $+\infty$ .  
 b) On admet que  $f$  est dérivable sur  $[0 ; +\infty[$ .  
 Justifie que:  $\forall x \in [0 ; +\infty[, f'(x) = (1 - x)e^{-x}$ .  
 c) Démontre que  $f$  est strictement croissante sur  $]0 ; 1[$  et strictement décroissante sur  $]1 ; +\infty[$ .  
 d) Dresse le tableau de variation de  $f$ .  
 e) Construis  $(C_f)$  dans le repère (O, I, J).
- ②. Démontre que l'équation  $f(x) = \frac{1}{4}$  admet une unique solution  $\alpha$  dans  $]0 ; 1[$ .
- ③. On considère la suite  $(u_n)$  définie par :  $\begin{cases} u_0 = \alpha \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = u_n e^{-u_n} \end{cases}$
- a) Démontre par récurrence que, pour tout entier naturel  $n, u_n > 0$ .  
 b) Démontre que la suite  $(u_n)$  est décroissante.  
 c) Justifie que la suite  $(u_n)$  est convergente.  
 d) Détermine la limite de la suite  $(u_n)$ .

### EXERCICE 6 (5 points)

Une PME (Petite et Moyenne Entreprise) fabrique de la conserve à l'huile de tournesol, la conditionne dans une boîte de 80 g. Cette PME dispose ces boîtes dans des cartons en raison de 50 boîtes par carton. Le coût de production journalier et la recette journalière sont définis respectivement par:

$$C(t) = t^3 - 42t + 800 \text{ et } R(t) = 150t \text{ où } C(t) \text{ et } R(t) \text{ sont exprimés en milliers de francs CFA}$$

et  $t$  le nombre de cartons en milliers sur le marché et compris entre 2 et 12.

À l'aide de tes connaissances mathématiques, détermine le nombre de cartons qui assure à cette PME un bénéfice maximal.

## PREPA - BAC - SERIE D : SESSION 2026

**Sujet : N°4**

# MATHEMATIQUES

**Coefficient : 4**



Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1 sur 3 et 2 sur 3 ; 3 sur 3  
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

**EXERCICE 1**

(2 points)



On donne les groupe de mots (la droite de régression, des primitives, une bijection, fonction dérivable, extremum relative) et les phrases incomplètes dans le tableau ci-dessous:

N°	Phrases incomplètes
①.	Toute fonction $f$ continue et strictement croissante sur un intervalle $K$ définit.....de $K$ sur $f(K)$ .
②.	Soit $(X, Y)$ une série statistique double ayant une forte corrélation entre $X$ et $Y$ et telle que $V(X) \neq 0$ . Une équation de.....de $Y$ en $X$ est $y = ax + b$ où $a = \frac{Cov(x,y)}{V(X)}$ et $b = \bar{Y} + a\bar{X}$ . $\bar{X}$ et $\bar{Y}$ étant les moyennes respectives de $X$ et $Y$ .
③.	Toute fonction continue sur un intervalle $I$ admet..... sur $I$ .
④.	Toute.....en un point $a$ est continue en $a$ .

**EXERCICE 2**

(2 points)

Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, les informations des colonnes A, B, et C permettent d'obtenir trois affirmations dont une seule est vraie.

Écris, sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la colonne qui donne l'affirmation vraie.

N°	Énoncés	RÉPONSES	
①.	Une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction $x \rightarrow e^{-2x+5}$ est ...	A	$x \rightarrow 2e^{-2x+5}$
		B	$x \rightarrow \frac{1}{2}e^{-2x+5}$
		C	$x \rightarrow -\frac{1}{2}e^{-2x+5}$
②.	Les solutions de l'équation différentielle $y'' - 4y = 0$ sont de la forme...	A	$x \rightarrow ke^{2x} + k'e^{-2x}$
		B	$x \rightarrow k \cos(2x) + k' \sin(2x)$
		C	$x \rightarrow ke^{4x} + k'e^{-4x}$
③.	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - e^x)$ est égale à...	A	$-\infty$
		B	$+\infty$
		C	0
④.	La forme exponentielle du nombre complexe $-1 + i$ est...	A	$2e^{i\frac{\pi}{4}}$
		B	$\sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}$
		C	$\sqrt{2}e^{-i\frac{3\pi}{4}}$

**EXERCICE 3**

(3 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ .

A, B, C, D et I sont des points du plan complexe d'affixes respectives:  $-\sqrt{2}$ ;  $1 + i$ ;  $1 - i$ ;  $3 + i$  et 1

- ①. Justifie que le triangle ABC est isocèle en A.
- ②. Soit S la similitude directe du plan d'écriture complexe:  $z' = (1 + i)z + 1 - 3i$ 
  - a) Justifie que:  $S(D) = D$  et  $S(B) = C$
  - b) Détermine les éléments caractéristiques de S
  - c) Détermine l'image (C') du cercle (C) de diamètre [BD] par S.

**EXERCICE 4**

(4 points)

On donne la fonction numérique f définie sur  $]0 ; +\infty[$  par :  $f(x) = \frac{5x+2}{4x+7}$ .

(C) est la courbe représentative dans ce plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

On considère la suite  $(u_n)$  définie par:  $\begin{cases} u_0 = 4 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$

- ①. On admet que la fonction f est dérivable et strictement croissante sur  $]0 ; +\infty[$ 
  - a) Démontre par récurrence que:  $\forall n \in \mathbb{N}, u_n > \frac{1}{2}$ .
  - b) Démontre que:  $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} - u_n = \frac{2(u_{n+1})(-2u_n+1)}{4u_n+7}$
  - c) Déduis de ①. a) et ①. b) que la suite  $(u_n)$  est décroissante.
- ②. a) Déduis de ①. a) et ①. c) que la suite  $(u_n)$  est convergente.
  - b) Justifie que la limite de la suite  $(u_n)$  est égale à  $\frac{1}{2}$ .

**EXERCICE 5**

(4 points)

Soit f la fonction numérique définie sur  $]0 ; +\infty[$  par:  $\begin{cases} f(x) = x \ln x - 2x, \text{ si } x > 0 \\ f(x) = 0 \end{cases}$

On note  $(C_f)$  sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).

L'unité graphique est 2 cm.

- ①. a) Justifie que f est continue en 0.
  - b) Justifie que:  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = -\infty$ .
  - c) Interprète graphiquement le résultat de ①. b).

- ②. On admet que:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ . Interprète graphiquement ces résultats.
- ③. a) On suppose que  $f$  est dérivable sur  $[0 ; +\infty[$ . Justifie que:  $\forall x \in [0 ; +\infty[ , f'(x) = -1 + \ln x$ .  
 b) Étudie les variations de  $f$ .  
 c) Dresse le tableau de variation de  $f$ .
- ④. Trace la courbe  $(C_f)$ .  
 (Tu pourras tracer l'axe des abscisses dans le sens de la longueur du papier millimétré).
- ⑤. a) A l'aide d'une intégration par partie, justifie que l'intégrale  $K$  telle que:  $K = \int_1^2 x \ln x dx$  est égale à  $2 \ln 2 - \frac{3}{4}$ .  
 b) On admet que, sur  $[1 ; 2]$ ,  $(C_f)$  est au-dessous de l'axe des abscisses (OI).  
 Calcule l'aire en  $\text{cm}^2$  de la partie du plan limitée par la courbe  $(C_f)$ , la droite (OI) et les droites d'équations  $x = 1$  et  $x = 2$ , puis donne une interprétation graphique du résultat.

### **EXERCICE 6** (5 points)

Lors de la kermesse en fin d'année dans ton lycée, le comité d'organisation a initié un jeu d'adresse. Le jeu comprend quatre épreuves.

Le joueur reçoit 4 boules après une mise de 100 F CFA.

Une épreuve consiste à lancer une boule dans un trou situé à 10 m.

Le jeu est terminé lorsque le joueur a lancé les quatre boules.

On suppose que les 4 lancers sont indépendants à chaque épreuve:

- Si le joueur réussit à loger la boule dans le trou, le comité d'organisation lui remet 2 tickets.
- S'il ne réussit pas à loger la boule dans le trou, il ne gagne aucun ticket.

On admet que le joueur a 25% de chance de loger une boule dans le trou.

Le comité d'organisation récompense à hauteur de 2 500 F CFA le joueur qui possède à la fin du jeu au moins 4 tickets.

Un élève affirme qu'un joueur a moins 20% de chance de gagner les 2 500 F CFA.

À l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques, dis si l'affirmation de cet élève est justifiée ou non.

## PREPA - BAC - SERIE D : SESSION 2026

**Sujet : N°5**

# MATHEMATIQUES

**Coefficient : 4**



Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1 sur 3 et 2 sur 3 ; 3 sur 3  
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

**EXERCICE 1**

(2 points)



Dans cet exercice aucune justification n'est demandée. Écris sur ta feuille de copie le numéro de l'affirmation suivi de Vrai lorsque l'affirmation est vraie ou de Faux lorsque l'affirmation est fausse.

N°	Affirmations
①.	$g$ est une fonction dérivable sur un intervalle $J$ , tel que : $\forall x \in [a ; b],  g'(x)  \leq \beta$ , on a : $ g(b) - g(a)  \geq \beta  b - a $ .
②.	Une épreuve de Bernoulli est une expérience aléatoire qui consiste à répéter plusieurs fois, de façon indépendante, un schéma de Bernoulli.
③.	Soit $f$ est une fonction deux fois dérivable sur un intervalle $K$ et a un élément de $K$ . Le point $A(a; f(a))$ est un point d'inflexion de la courbe représentative de $f$ si et seulement si $f''$ , la dérivée seconde de $f$ , s'annule en $a$ , en ne changeant pas de signe.
④.	Si $g$ est une fonction continue et strictement monotone sur $[a ; b]$ telle que $g(a) \times g(b) < 0$ , alors l'équation $g(x) = 0$ admet au moins une solution dans $]a ; b[$ .

**EXERCICE 2**

(2 points)

Dans cet exercice, toutes les questions sont indépendantes. Écris le numéro de la question suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

N°	QUESTIONS	RÉPONSES
①.	L'expression en fonction de $n$ d'une suite $(u_n)$ géométrique de raison $\frac{1}{2}$ et de premier terme $u_0 = -3$ est....	A $u_n = 3 \left(\frac{1}{2}\right)^n$
		B $u_n = -3 \left(\frac{1}{2}\right)^n$
		C $u_n = -3 \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$
		D $u_n = 3 \left(-\frac{1}{2}\right)^n$
②.	L'équation différentielle $y' - 2y = 0$ admet pour solutions les fonctions $f$ définies sur $\mathbb{R}$ par :	A $f(x) = ke^{2x}$ .
		B $f(x) = ke^{-2x}$ .
		C $f(x) = a \cos(2x) + b \sin(2x)$
		D $f(x) = a \cos \sqrt{2}x + b \sin \sqrt{2}x$
③.	Une primitive de la fonction $f$ définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = 1 - 2 \ln(x)$ est:	A $F(x) = 3x - 2x \ln x$
		B $F(x) = x(3 - \ln x)$
		C $F(x) = -\frac{2}{x}$
		D $F(x) = x - \frac{2}{x}$

④.	Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé, on a : E $(-2 + i)$ et F $(-4)$ l'ensemble des points M(z) tels que : $ z + 2 - i  =  z + 4 $ est :	A	Le cercle de centre E et de rayon 4.
		B	Le cercle de diamètre $[EF]$ .
		C	La médiatrice du segment $[EF]$ .
		D	La droite (EF) privée des points E et F

### EXERCICE 3

(3 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ .

On considère dans l'ensemble  $\mathbb{C}$  des nombres complexes, le polynôme P défini par :

$$\forall z \in \mathbb{C}, P(z) = z^3 + (-7 + 2i)z^2 + (15 - 4i)z - 25 + 10i$$

①. a) Vérifie que :  $P(5 - 2i) = 0$ .

b) Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $P(z) = 0$ .

②. Soit S la similitude plane directe de centre I d'affixe  $z_I = -3 - 2i$  qui transforme le point A d'affixe  $z_A = 1 + 2i$  en B d'affixe  $z_B = 5 - 2i$ .

a) Détermine l'écriture complexe de S.

b) Détermine les éléments caractéristiques de S

### EXERCICE 4

(3 points)

Sur une journée donnée, une caisse automatique déclenche 15 contrôles.

La probabilité qu'un contrôle mette en évidence une erreur est  $p = 0,165$ . La détection d'une erreur lors d'un contrôle est indépendante des autres contrôles.

On note X la variable aléatoire égale au nombre d'erreurs détectées lors des contrôles de cette journée.

①. On admet que la variable aléatoire X suit une loi Binomiale. Précise ses paramètres.

②. Détermine la probabilité qu'exactly 5 erreurs soient détectées. (On donnera la valeur arrondie au centième).

③. Détermine la probabilité qu'au moins une erreur soit détectée. (On donnera la valeur arrondie au centième).

④. On souhaite modifier le nombre de contrôles déclenchés par la caisse de manière à ce que la probabilité qu'au moins une erreur soit détectée chaque jour soit supérieur à 99 %.

Détermine le nombre de contrôles que doit déclencher la caisse chaque jour pour que cette contrainte soit respectée.

**EXERCICE 5** (5 points)

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par:  $g(x) = -x^2 - x + 2$

- ①. a) Résous dans  $\mathbb{R}$ , l'équation:  $g(x) = 0$ .  
b) En déduire le signe de  $g(x)$  suivant les valeurs de  $x$ .
- ②. On la fonction numérique  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = (2 - x^2)e^{2x}$  et  $(C_f)$  sa représentation graphique dans un repère orthonormé  $(O, I, J)$  d'unité graphique 1 cm.  
a) Calcule la limite de  $f$  en  $-\infty$  et en  $+\infty$ .  
b) On suppose que  $f$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$ . Justifie que:  $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = 2g(x)e^{2x}$ .  
c) Étudie le signe de  $f'(x)$  et donne le sens de variation de  $f$ .  
d) Dresse le tableau de variation de  $f$ .
- ③. a) Résous dans  $\mathbb{R}$ , l'équation :  $f(x) = 0$ .  
b) En déduis les coordonnées des points d'intersection de la courbe  $(C_f)$  avec l'axe des abscisses.
- ④. On désigne par I, le point d'intersection de la courbe  $(C_f)$  avec l'axe des ordonnées.  
a) Détermine les coordonnées de I.  
b) une équation de la tangente (T) à  $(C_f)$  au point d'abscisse 1.  
c) Construis la tangente (T) et la courbe  $(C_f)$  dans le repère.

**EXERCICE 6** (5 points)

Une épidémie de fièvre typhoïde s'est déclarée dans une certaine région et chaque jour on compte le nombre de nouveaux malades. Le tableau suivant réunit les dix premiers jours de l'épidémie.

Nombre de jours ( $x_i$ )	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre de nouveau cas ( $y_i$ )	4	12	35	109	320	3	10	27	81	243

Il veut connaître une estimation du nombre de nouveau malade que nous devons attendre le 20<sup>ème</sup> jour après le déclenchement de l'épidémie. Il te sollicite.

À l'aide d'une argumentation basée sur tes connaissances mathématiques, détermine une estimation du nombre de nouveau malade.

## PREPA - BAC - SERIE D : SESSION 2026

**Sujet : N°6****MATHEMATIQUES****Coefficient : 4**

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1 sur 3 et 2 sur 3 ; 3 sur 3  
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

**EXERCICE 1**

(2 points)



Pour chacune des affirmations suivantes, écris le numéro de l'affirmation suivi de Vrai si l'affirmation est vraie ou de Faux si elle est fausse.

- ①.  $z$  et  $z'$  sont deux nombres complexes non nuls, alors :  
 $\arg(z \times z') = \arg(z) \times \arg(z') + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .
- ②. Si  $\alpha$  est un nombre réel strictement positif, alors  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^\alpha}{\ln x} \right) = +\infty$ .
- ③.  $f$  est une fonction continue sur un intervalle  $[a ; b]$ ,  $m$  et  $M$  deux nombres réels.  
Si  $m \leq f \leq M$  sur  $[a ; b]$ , alors  $m((b - a) \leq \int_a^b f(x) dx \leq M(b - a)$ .
- ④. Si  $(V_n)$  est une suite numérique définie par :  $\begin{cases} V_0 = 2 \\ \forall n \in \mathbb{N}, V_{n+1} = V_n + 7 \end{cases}$ , alors  $(V_n)$  est une suite géométrique.

**EXERCICE 2**

(2 points)

Pour chacun des énoncés ci-dessous, écris le numéro de l'énoncé suivi de la lettre correspondant à l'affirmation juste.

- ①. Soit  $g$  une bijection de  $\mathbb{R}$  sur  $\mathbb{R}$  et  $g(1) = 0$  et  $g'(1) = -1$  alors  $(g^{-1})'(0)$  est égal à...
- A) 1      B) 0      C) -1      D)  $\frac{1}{2}$
- ②. Soit  $\alpha$  un nombre réel. L'expression  $\left( \frac{e^{1\alpha} + e^{-i\alpha}}{2} \right)^2 + \left( \frac{e^{1\alpha} - e^{-i\alpha}}{2i} \right)^2$  est égale à ....
- A) -1      B) 0      C) 1      D)  $e$
- ③. La limite en  $-\infty$  de la fonction  $f$  définie par :  $f(x) = \sqrt{4x^2 - x + 1} + x$  est égale à....
- A)  $-\infty$       B) 0      C) 2      D)  $+\infty$
- ④. Soit  $X$  une variable aléatoire définie sur un univers  $\Omega$ . La fonction de répartition de  $X$  est une application de...
- A)  $X\Omega \rightarrow [0 ; 1]$       B)  $\mathbb{R} \rightarrow [0 ; 1]$       C)  $\Omega \rightarrow \mathbb{R}$       D)  $X(\Omega) \rightarrow \mathbb{R}$

**EXERCICE 3** (3 points)

On considère l'équation différentielle suivante  $(E_1): y' + y = 2(x + 2)e^{-x}$ .

- ①. Détermine les nombres réels  $a$  et  $b$  pour que la fonction  $\varphi$  définie par :  $\varphi(x) = (ax^2 + bx)e^{-x}$ , soit solution de l'équation  $(E_1)$ .
- ②. Démontre que toute fonction  $g$  dérivable sur  $\mathbb{R}$  est solution est de  $(E_1)$  si et seulement  $(g - \varphi)$  est solution de l'équation différentielle  $(E_2): y' + y = 0$ .
- ③. Résous dans  $\mathbb{R}$ ,  $(E_2)$  puis en déduire la résolution sur  $\mathbb{R}$  de l'équation  $(E_1)$ .
- ④. Détermine la fonction  $f$  solution  $(E_1)$  dont la courbe représentative  $(C_f)$  passe par le point  $K(0 ; 4)$ .

**EXERCICE 4** (4 points)

Soit  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  une suite géométrique de premier terme  $U_0 = 4$  et raison  $\frac{1}{2}$  et  $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$  une suite arithmétique de premier terme  $V_0 = \frac{\pi}{4}$  et de raison  $\frac{\pi}{2}$ . Pour tout entier naturel  $n$ , on pose  $Z_n$  le module du nombre complexe  $U_n$  et dont un argument est  $V_n$ .

- ①. a) Exprime  $U_n$  et  $V_n$  en fonction de  $n$   
b) Déduis-en  $Z_n$ .
- ②. Démontre que  $(Z_n)$  une suite géométrique de raison  $\frac{1}{2}i$  et de premier terme  $Z_0 = 2\sqrt{2} + 2i\sqrt{2}$ .
- ③. Soit le plan complexe  $P$ , rapporté au repère orthogonal  $(O, \vec{u}; \vec{v})$  et  $M_n$  le point d'affixe  $Z_n$ .  
Détermine la nature de la transformation  $F$  qui au point  $M_n$  d'affixe  $Z_n$  associe le point  $M_{n+1}$  d'affixe  $Z_{n+1}$  puis donne ses éléments caractéristiques.

**EXERCICE 5** (5 points)

Le tableau suivant indique pour chaque année, le nombre de milliers de mariages contracté dans les mairies de Côte-d'Ivoire,  $x_i$  désigne le rang de l'année tandis que  $y_i$  désigne le nombre (en milliers) de mariages.

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
$x_i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$y_i$	305	296	286	283	278	283	274	274	265

- ①. Calcule  $\bar{X}$  et  $\bar{Y}$  les moyennes des variables  $X$  et  $Y$ .
- ②. Représente graphiquement le nuage de points de cette série statistique ainsi que le point

moyen  $G$ . (Unité: 1 cm par rang de mois en abscisse et 1cm pour 50 milles en ordonnée).

- ③. Calcule la variance  $V(X)$  de  $X$  et la covariance  $\text{Cov}(X, Y)$  de  $X$  et  $Y$ .
- ④. a) Détermine une équation de la droite de régression  $(D)$  de  $y$  en  $x$ .  
b) Trace la droite  $(D)$ .
- ⑤. a) Calcule  $r$  le coefficient de corrélation linéaire entre le rang de l'année et le nombre (en milliers) de mariage et interprète le résultat  
b) Sur la base de l'ajustement linéaire ainsi réalisé, détermine le nombre de milliers de mariages contractés en 2015.

### EXERCICE 6 (4 points)

Une entreprise fabrique et commercialise des engins mécanique. Sa capacité journalière de production est comprise entre 200 et 1 000 engins. On suppose que toute la production est commercialisée. Une étude a révélé que le bénéfice journalier exprimé en millions de francs, réalisé par la production et la vente de  $x$  centaines d'engins est modélisé sur l'intervalle  $[1 ; 10]$  par la fonction  $f$  définie par :  
$$f(x) = \frac{1}{2}x - \ln(2x + 4).$$

Le directeur veut savoir le nombre minimal d'engins à produire pour que l'entreprise soit bénéficiaire.

N'ayant pas les compétences requises pour effectuer les calculs, le comptable te sollicite.

A l'aide de tes connaissances en mathématiques réponds à la préoccupation du directeur.

#### Citation mathématiques :

*Ce n'est pas le correcteur qui donne la note minimale ou la bonne note au candidat, en maths, à l'examen. C'est le candidat qui décide de la note qu'il désire obtenir, bien avant le jour de l'examen.*

## PREPA - BAC - SERIE D : SESSION 2026

**Sujet : N°7**

# MATHEMATIQUES

**Coefficient : 4**



Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1 sur3 et 2sur3 ; 3 sur3  
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

**EXERCICE 1**

(2 points)



Pour chacune des affirmations suivantes, écris le numéro de l'affirmation suivi de Vrai si l'affirmation est vraie ou de Faux si elle est fausse.

N°	Énoncé
①.	Si $u_n \leq v_n \leq w_n$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} w_n = l$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = +\infty$ .
②.	Si pour tout $x \in I$ , on a : $f(x) \leq g(x)$ et si : $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$ alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
③.	Une équation de la droite de régression par la méthode des moindres carrés à pour équation : $y = \frac{Cov(X,Y)}{V(X)}x + \left(\bar{x} - \frac{Cov(X,Y)}{V(X)}\bar{y}\right)$ .
④.	Soit $f$ est une fonction numérique dérivable sur un intervalle $K$ . $a$ et $b$ sont deux éléments de $K$ tels que : $a < b$ . S'il existe deux nombres réels $m$ et $M$ tels que pour tout $x$ élément de $[a ; b]$ , $m \leq f'(x) \leq M$ alors $m(b - a) \leq f(b) - f(a) \leq M(b - a)$

**EXERCICE 2**

(2 points)

Dans cet exercice, toutes les questions sont indépendantes. Écris le numéro de la question suivi de la lettre correspondant à la bonne réponse.

N°	QUESTIONS	RÉPONSES
①.	La forme exponentielle de $z = -2 - 2i$ est....	A $z = -2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$
		B $z = 2\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$
		C $z = 2\sqrt{2}e^{-i\frac{3\pi}{4}}$
②.	L'équation différentielle $y = 2y' - 1$ admet Pour ensemble de solution...	A $x \rightarrow ke^{\frac{1}{2}x} + 1$ .
		B $x \rightarrow ke^{2x} - 1$ .
		C $x \rightarrow ke^{\frac{1}{2}x} - 1$ .
③.	Soit la fonction $f$ définie par : $f(x) = \frac{x}{1-x^2}$ . Une primitive $F$ sur $] -1 ; 1[$ de $f$ a pour expression :	A $F(x) = -\frac{1}{2}\ln(1 - x^2)$
		B $F(x) = \frac{1+x^2}{(1-x^2)^2}$
		C $F(x) = -\frac{x^2}{2}\ln(1 - x^2)$
④.	La translation de vecteur $\vec{u}$ d'affixe $-1 + 2i$ a pour écriture complexe...	A $z' = z - 1 + 2i$
		B $z' = -z - 1 + 2i$
		C $z' = (-1 + 2i)z$

**EXERCICE 3**

(4 points)

Pour les questions 1 et 2, on donnera les résultats sous forme de fraction et sous forme décimale approchée par défaut à  $10^{-3}$  près.

Un enfant joue avec 20 billes: 13 billes rouges et 7 vertes. Il met 10 billes rouges et 3 billes vertes dans une boîte cubique et 3 billes rouges et 4 billes vertes dans une boîte cylindrique.

- ①. Dans un premier jeu, il choisit simultanément trois billes au hasard dans la boîte cubique et il regarde combien de billes rouges il a choisies. On appelle  $X$  la variable aléatoire correspondant au nombre de billes rouges choisies.
  - a) Détermine la loi de probabilité de  $X$ .
  - b) Calcule l'espérance mathématique de  $X$ .
  
- ②. Un deuxième jeu est organisé de telle sorte que l'enfant choisisse d'abord au hasard une des deux boîtes, puis qu'il prenne alors une bille, toujours au hasard, dans la boîte choisie. On considère les événements suivants:
  - $A$  : « l'enfant choisit la boîte cubique »
  - $B$  : « l'enfant choisit la boîte cylindrique »
  - $R$  : « l'enfant prend une bille rouge »
  - $V$  : « l'enfant prend une bille verte »
  - a) Représente par un arbre pondéré la situation correspondant à ce deuxième jeu.
  - b) Calcule la probabilité de l'événement  $R$ .
  - c) Sachant que l'enfant a choisi une bille rouge, détermine la probabilité qu'elle provienne de la boîte cubique.
  
- ③. L'enfant reproduit  $n$  de suite son deuxième jeu, en remettant à chaque fois la bille tirée à sa place
  - a) Exprime en fonction de  $n$ , la probabilité  $P_n$  que l'enfant ait pris au moins une bille rouge au cours de ses  $n$  choix.
  - b) Calcule la plus petite valeur de  $n$ , pour laquelle  $P_n \geq 0,99$ .

**EXERCICE 4**

(5 points)

I. Soit la fonction numérique dérivable sur  $]0; +\infty[$  et définie par :  $g(x) = \frac{2x+1}{x^2} + \ln x$ .

- ①. Calcule les limites de  $g$  en 0 et en  $+\infty$ .
- ②. a) Démontre que :  $\forall x \in ]0; +\infty[, g'(x) = \frac{x^2+2x+2}{x^3}$ .
  - b) En déduire le sens de variation de  $g$ .
- ③. a) Démontre que l'équation  $g(x) = 0$  admet une solution unique  $\alpha$  dans  $]0; +\infty[$ .
  - b) Justifie que :  $2,55 < \alpha < 2,56$ .
  - c) Démontre que :  $\begin{cases} \forall x \in ]0; \alpha[, g(x) < 0 \\ \forall x \in ]\alpha; +\infty[, g(x) > 0 \end{cases}$

II. On considère la fonction  $f$  dérivable sur  $]0; +\infty[$  et définie par :  $f(x) = \left(\frac{1}{x} - \ln x\right) e^{-x}$ .

On note  $(C)$  la courbe représentative de  $f$  dans le plan muni d'un repère orthonormé  $(O, I, J)$ .  
(Unité graphique : 2cm).

- ①. a) Calcule  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ , puis donne une interprétation graphique du résultat.  
 b) Calcule  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ , puis donne une interprétation graphique du résultat.
- ②. a) Démontre que :  $\forall x \in ]0 ; +\infty[ , g'(x) = e^{-x} \times g(x)$ .  
 b) Détermine les variations de  $f$ .  
 c) Dresse le tableau de variation de  $f$ .
- ③. Détermine une équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse 1.
- ④. a) Construis (T) et (C).  
 b) Soit  $h$  la fonction dérivable sur  $]0 ; +\infty[$  et définie par :  $h(x) = e^{-x} \ln x$ .  
 Démontre que  $h$  est une primitive de  $f$  sur  $]0 ; +\infty[$ .  
 c) Calcule, en  $cm^2$  l'aire  $A(\gamma)$  de la partie du plan comprise entre (C), la droite (OI) et les droites d'équations  $x = 3$  et  $x = \gamma$ .

### EXERCICE 5

(3 points)

Un concurrent sur le marché des calculatrices estime que chaque année, ses efforts lui permettent d'augmenter ses ventes de 5 % par rapport à l'année précédente et que la concurrence lui fait perdre 10 000 ventes. En 2015, il en a vendu 600 000.

On note  $u_n$  le nombre de milliers de calculatrices vendues à l'année 2015 +  $n$ . On a donc  $u_0 = 600$ .

- ①. Démontre que pour tout entier  $n, u_n = 1,05u_n - 10$ .
- ②. On pose  $V_n = u_n - 200$ .  
 a) Justifie que la suite  $(V_n)$  est une suite géométrique dont on précisera sa raison et le premier terme.  
 b) Exprime  $V_n$  en fonction de  $n$ , en déduis l'expression de  $u_n$  en fonction de  $n$ .  
 c) Détermine le nombre de calculatrices que cette entreprise va vendre en 2025.

### EXERCICE 6

(4 points)

La société événementielle de ton frère est chargée d'organiser dans un stade, le concert d'un artiste en vogue du coupé décalé. Ton frère est responsable de la sonorisation.

Après avoir prévu l'emplacement des enceintes sonores, il faut déterminer la position précise de l'amplificateur afin d'avoir la meilleure sonorisation possible partout dans le stade. Pour cela, l'ingénieur du son munit le plan d'un repère orthonormé direct  $(O ; \vec{e}_1 ; \vec{e}_2)$  et effectue ses calculs.

Il obtient le résultat suivant la position exacte de l'emplacement de l'amplificateur a pour affixe, la somme des deux solutions non imaginaires pures de l'équation:

$$z \in \mathbb{C}, z^3 + (6 - 5i)z^2 + (1 - 20i)z - 14 - 5i = 0 .$$

L'ingénieur étant occupé à une autre tâche c'est à ton frère de déterminé cet emplacement.

Celui-ci ne sachant pas comment s'y prendre, il te sollicite.

En utilisant tes connaissances mathématiques au programme, détermine la position exacte de l'amplificateur.