République du Congo

Unité - Travail -Progrés

Prépa BAC

Epreuve : mathématiques

Niveau : Terminale C

BARÈME DES EXERCICES

Exercice 1	Exercice 2	Exercice 3	Exercice 4
4 points	8 points	5 points	3 points

Version du :

10 Mai 2026

CS. PERFECTION
DIRECTION DES ÉTUDES
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES

République du Congo

PRÉPA BAC NUMÉRO DEUX EN TERMINALE C

Epreuve : Maths — Durée : 04 heures — Date : 10 Mai 2026

Exercice 1. " 4 Points "

On considere, dans $\mathbb{C}$, l'équation (E) d'inconnue z suivante : $z^2 - 2z + \dfrac{1}{\cos^2(x)} = 0$ avec $0 < x < \dfrac{\pi}{2}$.

❶ Vérifier que le discriminant de (E) est : $\Delta = \left(2i\tan(x)\right)^2$. puis déterminer z_1 et z_2 les deux solutions de (E). où $\operatorname{Im}(z_1) > 0$.

❷ Écrire chacun des nombres z_1 et z_2 sous forme exponentielle.

❸ Dans le plan muni d'un repere orhonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considere les deux points M_1 et M_2 d'affixes respectives (z_1) et (z_2).

(a) Montrer que les points 0 , M_1 et M_2 ne sont pas alignés.

(b) Déterminer la valeur (ou les valeurs) de x pour que les droites (OM_1) et (OM_2) soient perpendiculaires.

Exercice 2. " 8 Points "

Dans le plan $(\mathcal{P})$, on considère un segment $[CD]$ tel que $DC = 5cm$.

❶ Construire le point Ω centre de la rotation r d'angle $\dfrac{\pi}{4}$ qui transforme D en C.

❷ Soit A et B deux points du plan $(\mathcal{P})$ tels que $DABC$ soit un carré direct de centre O. On désigne par I,J,K et L les milieux respectifs des segments $[AB]$,$[BC]$,$[CD]$ et $[DA]$. Reconnaitre et caractériser les applications suivantes :

$$f_1 = r(\Omega, \tfrac{\pi}{4}) \circ r(O, \tfrac{\pi}{2}) \text{ et } f_2 = t_{\overrightarrow{BC}} \circ S_{(BD)}.$$

❸ On considère l'application composée g définie par : $g = r(A; \frac{\pi}{2}) \circ t_{\overrightarrow{CA}} \circ r(C; \frac{\pi}{2})$.

Calculer $g(c)$ puis en déduire la nature et les éléments caractéristiques de g.

❹ Le point G est le milieu du segment $[OC]$. On considère l'ellipse $(\mathcal{Y})$ de centre O dont deux de ses sommets sont B sur le grand axe (axe focal) et G sur le petit axe (axe non focal). On rappelle que le cercle de centre O et de rayon OG est secondaire. La parallèle à (BD) en G coupe le cercle principal en H sur l'arc de cercle contenant B. Soit F le projeté orthogonal de H sur (BD).

(a) Que représente le point F pour l'ellipse$(\mathcal{Y})$?

(b) Tracer l'ellipse $(\mathcal{Y})$ et ses directrices (Δ_1) et (Δ_2).

❺ Le plan est rapporté au repère orthonormé $\left(O, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}\right)$.

(a) Déterminer les coordonnées du point F.

(b) Déterminer une equation cartésienne réduite de l'ellipse $(\mathcal{Y})$ dans ce repère.

❻ Soit $(\mathcal{J})$ une hyperbole de sommets L et J d'asymptotes les droites (OC) et (OD).

(a) Comment appelle-t-on cette hyperbole puis la tracer.

(c) Placer les foyers F_1 et F_2 de $(\mathcal{J})$, puis tracer les directrices (Δ) et (Δ').

Exercice 3. " 5 Points"

A. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{e^x - 1}{e^x + 1}$.

On désigne par $(\mathcal{C}_f)$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

❶ (a) Étudier les variations de f.

(b) Déduire que f réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur $]-1;1[$.

(c) Expliciter $f^{-1}(x)$ pour tout $x \in]-1;1[$.

❷ (a) Montrer que f est impaire.

(b) Préciser la tangente (Δ) à $(\mathcal{C}_f)$ au point O, étudier la position relative de $(\mathcal{C}_f)$ par rapport à Δ et déduire que O est un point d'inflexion pour $(\mathcal{C}_f)$.

(c) Construire $(\mathcal{C}_f)$ et $(\mathcal{C}_{f^{-1}})$.

❸ (a) Déterminer $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ tel que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, On a : $f(x) = a + \dfrac{be^x}{e^x + 1}$.

(b) Déterminer l'aire $\mathcal{A}_D$ du domaine D limité par $(\mathcal{C}_f)$ et les droites $x = -1$ et $y = 0$.

B. Soit F la fonction définie sur $\mathbb{R}_+^*$, on a : $F(x) = \displaystyle\int_0^{\ln x} f(t)dt$.

❶ Montrer que F est dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$ et que pour tout $x \in \mathbb{R}_+^*$ on a : $F'(x) = \dfrac{x-1}{x(x+1)}$.

❷ Calculer $F(1)$; déduire que pour tout $x \in \mathbb{R}_+^*$. on a : $F(x) = \displaystyle\int_1^x \frac{t-1}{t(t+1)}dt$.

❸ Expliciter $F(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}_+^*$. Retrouver $\mathcal{A}_D$.

❹ Dresser le tableau de variation de F.

Exercice 4. " 3 Points"

Une expérience a été réalisée sur $237 + a$ personnes (a est un entier naturel non nul) pour étudier la relation qui existe entre l'âge X et le temps de sommeil (en heure) Y. A fin de faciliter l'étude, l'âge et le temps de sommeil ont été regroupés en classe.

Y \ X	[5; 7[	[7; 9[	[9; 11[	[11; 15[
[1; 3[	0	0	3	38
[3; 11[	0	3	15	26
[11; 19[	2	8	35	13
[19; 31[	0	26	24	a
[31; 59[	22	15	7	0

❶ Déterminer les lois marginales de X et Y. (On utilisera les centres x_i et y_i de chaque classe).

❷ Sachant que la moyenne marginale $\overline{Y} = \dfrac{61}{6}$, calculer la valeur de a.

❸ Dans la suite on prendra $a = 3$ et on donne $\overline{X} = 19,02$, $\quad cov(x, y) = -25,478$

(a) Calculer la variance de X et la variance de Y notées respectivement $v(x)$ et $v(y)$.

(b) Montrer qu'il existe une assez bonne corrélation entre X et Y puis donner une équation de la droite de régression de Y en X.

(c) Quelle sera le temps de sommeil d'une personne âgée de 66 ans ?

Bon travail