FICHE DE MATHEMATIQUES N°2
PREPA-BAC D

EXERCICE 1

Ecris le numéro de chacun des énoncés ci-dessous sui de **VRAI** si l'énoncé est vrai ou de **FAUX** si l'énoncé est faux.

1. On appelle coefficient de corrélation linéaire d'une série statique double de caractère (X et Y) le nombre réel $r = \frac{\text{Cov(X,Y)}}{\sqrt{\text{V(X)}\times(\text{V(Y)}}}$.
2. Toute suite croissante et majorée est convergente.
3. On dit que la courbe (C_f) admet une branche parabolique de direction celle de (OI) en $-\infty$ si $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty\ (ou\ -\infty)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty\ (ou\ -\infty)$.
4. Soit X une variable aléatoire dont la loi de probabilité est la loi binomiale de paramètre $n\ et\ p$ on a :$\text{E(X)} = \text{np}(1-\text{p})$.

EXERCICE 2

Pour chacun des énoncés ci-dessous, les affirmations $a, b, c\ et\ d$ permettent d'obtenir quatre affirmations dont une seule vraie.

1. Le nombre complexe $2 + 3i$ a pour module
   a) 5 ; b) 13 ; c) $\sqrt{5}$; d) $\sqrt{13}$
2. L'intégrale $\int_0^{2\pi}(-3cosx + 2sinx)dx$ est égale a….
   a) 0 ; b) -3 ; c) 2 ; d) $2e^x$
3. La solution de l'équation différentielles $f' - \frac{1}{2}f = 0$ qui prend la valeur $\frac{1}{e}$ en 1est egale a……
   a) $\frac{1}{e}e^{\frac{1}{2}}$; b) $e^{\frac{1x}{2}}.e^{\frac{3}{2}}$; c) $\frac{1}{e}e^{\frac{-1}{2}}$; d) $e^{\frac{-1}{2}}$
4. La $\lim\limits_{x\to+\infty}(1-x^2)e^{1-x}$ est égale a …….
   a) $-\infty$ b) $+\infty$ c) 1 d) 0

EXERCICE 3

Les deux parties A et B sont indépendantes.

PARTIE A

En vue de sélectionner des joueurs pour un tournoi international de football, une fédération nationale met à la disposition de l'entraineur un certain nombre de joueurs évoluant au pays et hors du pays. Parmi eux, il y a des joueurs professionnels et des joueurs non professionnels.
Ces joueurs se répartissent comme suit :

- 75% des joueurs évoluent au pays.
- 60% Des joueurs évoluent au pays sont professionnel.
- 80% Des joueurs évoluant hors du pays sont professionnels.

On choisit au hasard un joueur pour subit un test antidopage.
On désigne par L'évènement « le joueur choisit évoluent au pays ».
On désigne par B l'évènement « le jouer choisit est professionnel ».
On désigne par C l'vainement « le joueur choisi évoluent au pays et est professionnel ».

1. a) traduit l'énoncé par un arbre de probabilité.
   b) Donne $P_A(B)$, la probabilite de B sachant A.
   c) Demontre que la probabilité de l'évènement C est égale a 0,45.
2. Calcule la probabilité de B.

PARTIR B

Un entraineur doit sélectionner des joueurs parmi ceux mis à sa disposition. Pour ce faire, il soumet d'abord chaque joueur a un test qui consiste à faire trois tirs au but successifs à partir du point de penalty. Est retenu à issue de ce premier test, tout joueurs qui réussit au moins deus de ses trois tirs.
On suppose que les tirs sont indépendants les uns des autres et que la probabilité qu'un joueur donne réussisse bun tirs est égale $\frac{3}{4}$.

1. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de tirs réussis par un joueur donne à l'issue de l'épreuve de trois tirs au but successifs.
   a) Détermine les valeurs prises par X.
   b) Détermine la loi de probabilité de X.
2. Calcule l'Esperance mathématique de X.
3. Demontre que la probabilité qu'un joueur donne soit retenu est égale a $\frac{27}{32}$.

EXERCICE 4

1. On considère l'équation (E) :$z \in \mathbb{C}, z^3 + (1+i)z^2 + (2-2i)z + 8i = 0$.
   a) Justifie que $2i$ est solution de (E).
   b) Justifie que $z \in \mathbb{C}, z^3 + (1+i)z^2 + (2-2i)z + 8i = (z-2i)[z^2 + (1+3i)z - 4]$.
   c) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation (E') : $z^2 + (1+3i)z - 4 = 0$.
   d) Déduis des question précédentes la résolution dans $\mathbb{C}$ de l'équation (E).

2. Le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J). L'unité graphique est 2cm.
   On donne les points A, B, C, et D d'affixes respectives : $-3i; 1-i; 2i\ et -2-2i$.
   a) Place les points A, B, C, et D sur votre feuille de copie.
   b) Demontre que le triangle BAD est rectangle isocèle en A.

3. Soit S la similitude plane directe de centre D qui transforme A en B.
   a) Demontre que l'écriture complexe de S est : $z' = (1+i)z - 2 + 2i$.
   b) Demontre que S(B)=C.
   c) Détermine l'image du triangle BAD par la similitude S.

EXERCICE 5

Soit f la fonction numerique définie sur $[0;+\infty[$ par : $f(x) = xe^{-x}$.
On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J).
L'unité graphique est : 2cm.

1. a) Détermine la limite de f en $+\infty$.
   b) On admet que f est dérivable sur $[0;+\infty[$.
   Justifie que : $\forall x \in [0;+\infty[\,, f'(x) = (1-x)e^{-x}$.
   c) Demontre que f est strictement croissante sur $]0;1[$ et strictement décroissante sur $]1;+\infty[$.
   d) Dresse le tableau de variation de f.
   e) Construis (C) dans le repère (O, I, J).
1. Demontre que l'équation $f(x) = \frac{1}{4}$ admet une unique solution α dans $]0;1[$.

2. On considère la suite (U_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = \alpha \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = u_n e^{-u_n} \end{cases}$.
   a) Demontre par récurrence que, pour tour entier naturel n, $u_n > 0$.
   b) Demontre que la suite (U_n) est décroissante.
   c) Justifie que la suite (U_n) est convergente.
   d) Détermine la limite de la suite (U_n).

EXERCICE 6

Une maladie contagieuse s'est développée dans une ville en début d'année 2021.
Les responsables du district sanitaire de cette ville ont mené des études sur la maladie.
Il a été constaté que le nombre de personnes atteintes par cette maladie x jours après l'apparition de celle-ci, est définie par la fonction f telle que : $f(x) = x^2 e^{\frac{x}{30}}$ ou $0 \leq x \leq 30$.
Pour étudier l'impact de la maladie sur la population et apporter des réponses adéquate en vue d'éradiquer, ils ont besoin de connaitre le nombre moyen de personnes contaminées sur les 30 premiers jours.
Etant informé de ces études menée pas le district sanitaire, en utilisant tes connaissances mathématiques calcule le nombre moyen.