

BACCALAUREAT  
SESSION 2023

Coefficient : 4  
Durée : 4 h

# MATHEMATIQUES

## SERIES F<sub>1</sub>, F<sub>2</sub>, F<sub>3</sub>, F<sub>4</sub>

*Cette épreuve comporte deux pages numérotées 1/2 et 2/2.  
Chaque candidat recevra deux (02) feuilles de papier millimétré.  
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.*

### EXERCICE 1

- Développer et réduire  $(\sqrt{3} + i)^2$ .
- Résoudre dans  $\mathbb{C}$ , l'équation,  $z^2 + (3\sqrt{3} - 5i)z - 8\sqrt{3}i = 0$ .
- Dans le plan complexe muni du repère orthonormé direct  $(O; \vec{u}; \vec{v})$ . Unité graphique 2 cm.  
On considère les points A et B d'affixes respectives  $z_A = -2\sqrt{3} + 2i$  et  $z_B = -\sqrt{3} + 3i$ .
  - Déterminer le module et un argument de  $z_B$ .
  - Représenter les points A et B dans le repère  $(O; \vec{u}; \vec{v})$ .
  - Ecrire sous forme algébrique le nombre complexe  $\frac{z_B}{z_A - z_B}$ .  
En déduire la nature du triangle OBA.
  - Déterminer le centre et le rayon du cercle circonscrit au triangle OBA.
- Soit (P) la parabole de sommet A passant par B admettant la droite  $(\Delta)$  d'équation  $y = 2$  comme axe de symétrie.
  - Justifier que (P) a pour équation  $(y - 2)^2 = \frac{\sqrt{3}}{3}(x + 2\sqrt{3})$ .
  - Déterminer le paramètre et le foyer de (P).
  - Construire (P) dans le repère  $(O; \vec{u}; \vec{v})$ .

### EXERCICE 2

On considère l'équation différentielle (E) :  $2y' + y = x^2e^{-x}$ .

- Intégrer l'équation différentielle (E<sub>0</sub>) :  $2y' + y = 0$
- On note H la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $H(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$ .  
Déterminer les nombres réels a, b et c tels que H soit une solution de (E).
- Démontrer que la fonction g est solution de (E) si et seulement si  $g - H$  est solution de (E<sub>0</sub>).
  - En déduire que  $g(x) = ke^{\frac{1}{2}x} + (-x^2 - 2x - 2)e^{-x}$ ,  $k \in \mathbb{R}$ .
  - Déterminer la solution f de (E) telle que  $f(0) = 1$ .

## PROBLEME

### Partie A

Soit  $g$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $g(x) = -1 + (-x^2 - 2x + 2)e^{-x}$

1. Calculer les limites de  $g$  en  $-\infty$  et en  $+\infty$ .
2. On admet que  $g$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  et on note  $g'$  sa dérivée.
  - a) Démontrer que :  $\forall x \in \mathbb{R}, g'(x) = -(x-2)^2 e^{-x}$ .
  - b) En déduire le sens de variation de  $g$ .
3.
  - a) Dresser le tableau de variation de  $g$ .
  - b) Démontrer que l'équation  $g(x) = 0$  admet une unique solution  $\alpha$  dans  $\mathbb{R}$ .
  - c) Justifier que  $0,3 < \alpha < 0,4$ .
4. Démontrer que :  
 $\forall x \in ]-\infty ; \alpha[ , g(x) > 0$   
 $\forall x \in ]\alpha ; +\infty[ , g(x) < 0$ .

### Partie B

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, I, J)$  d'unité graphique 2 cm.

On désigne par  $(\mathcal{C})$  la courbe représentative de la fonction  $f$  définie par :  $f(x) = x + (x^2 + 2)e^{-x}$ .

1.
  - a) Calculer la limite de  $f$  en  $+\infty$ .
  - b) Justifier que la droite  $(D)$  d'équation  $y = x$  est asymptote à  $(\mathcal{C})$  en  $+\infty$ .
  - c) Etudier les positions relatives de  $(D)$  et  $(\mathcal{C})$ .
2.
  - a) Vérifier que :  $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = x[1 + (x + \frac{2}{x})e^{-x}]$ .
  - b) Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ . Interpréter graphiquement le résultat.
3. On admet que  $f$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$ , et on désigne par  $f'$  la dérivée de  $f$ .
  - a) Démontrer que :  $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = -g(x)$ .
  - b) En déduire les variations de  $f$  puis dresser son tableau de variation.
4. Construire  $(\mathcal{C})$  et  $(D)$ . On prendra  $\alpha = 0,4$ .

### Partie C

Soit  $F$  la fonction numérique définie sur  $\mathbb{R}$  par  $F(x) = -(x^2 + 2x + 4)e^{-x}$ .

1. Démontrer que  $F$  est une primitive sur  $\mathbb{R}$  de la fonction  $x \mapsto (x^2 + 2)e^{-x}$
2. Soit  $t$  un nombre réel strictement positif  
Calculer en  $\text{cm}^2$ , l'aire  $\mathcal{A}(t)$  du domaine du plan délimité par la courbe  $(\mathcal{C})$ , la droite  $(D)$ , l'axe  $(OJ)$  et la droite d'équation  $x = t$ .

**BACCALAUREAT**  
**SESSION 2022**

**Coefficient : 4**  
**Durée : 4 h**

# MATHÉMATIQUES

## SERIES F1-F2-F3-F4

*Cette épreuve comporte deux pages numérotées 1/2 et 2/2.  
Chaque candidat recevra une (01) feuille de papier millimétré.  
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.*

### EXERCICE 1

On donne le polynôme  $P$  défini sur  $\mathbb{R}$  par :  $P(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$ .

1. Vérifier que  $-1$  est une racine de  $P$
2. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :
  - a) l'équation (E) :  $x^3 - 4x^2 + x + 6 = 0$
  - b) l'inéquation (I) :  $x^3 - 4x^2 + x + 6 < 0$
3. En déduire la résolution dans  $\mathbb{R}$  de :
  - a) l'équation (E') :  $1 - 4e^{-x} + e^{-2x} + 6e^{-3x} = 0$
  - b) l'inéquation (I') :  $(\ln x)^3 - 4(\ln x)^2 + (\ln x) + 6 < 0$

### EXERCICE 2

Soit  $\theta$  un nombre réel tel que  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ .

On considère la suite  $(u_n)$  définie par  $u_0 = 2 \cos \theta$  et pour tout entier naturel :  $u_{n+1} = \sqrt{2 + u_n}$ .

1. a) On rappelle que pour tout réel  $x$ ,  $\cos(2x) = 2\cos^2(x) - 1$ .  
Démontrer que pour tout réel  $\theta$ ,  $\cos \theta = 2 \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) - 1$ .
  - b) Vérifier que  $u_0 = 4 \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) - 2$  et que  $u_1 = 2 \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$ .
  - c) Calculer  $u_2$  et justifier que  $u_2 = 2 \cos\left(\frac{\theta}{2^2}\right)$ .
2. Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel  $n$ , on a :  $u_n = 2 \cos\left(\frac{\theta}{2^n}\right)$
3. Soit  $(v_n)$  la suite numérique définie, pour tout  $n$ , par  $v_n = \frac{\theta}{2^n}$ .
  - a) Déterminer la limite de la suite  $(v_n)$ .
  - b) En déduire la limite de la suite  $(u_n)$

### PROBLEME

#### Partie A

Soit  $g$  la fonction définie sur  $]0; +\infty[$  par :  $g(x) = 1 + \frac{1}{1+x} - \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)$ .

1. Calculer les limites de  $g$  en  $0$  et en  $+\infty$ .

2. On admet que  $g$  est dérivable sur  $]0 ; +\infty[$ .
  - a) Déterminer la dérivée de  $g$ .
  - b) En déduire le sens de variation de  $g$ .
3. a) Démontrer que l'équation  $g(x) = 0$  admet une unique solution  $\alpha$  dans l'intervalle  $]0 ; +\infty[$ .  
 b) Justifier que  $0,18 < \alpha < 0,19$ .
4. Démontrer que :
 
$$\forall x \in ]0 ; \alpha[, g(x) < 0$$

$$\forall x \in ]\alpha ; +\infty[, g(x) > 0.$$

### Partie B

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, I, J)$  d'unité graphique 2 cm.  
 On désigne par  $(\mathcal{C})$  la courbe représentative de la fonction  $f$  définie par :

$$\begin{cases} f(x) = x - x \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) & \text{pour } x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

1. a) Justifier que  $f$  est continue en 0.  
 b) Etudier la dérivabilité de  $f$  en 0 puis interpréter graphiquement le résultat.
2. Calculer la limite de  $f$  en  $+\infty$ .
3. On admet que :  $\forall x \in ]0 ; +\infty[, \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) < \frac{1}{x}$ .  
 a) Démontrer que la droite  $(\Delta)$  d'équation  $y = x - 1$  est une asymptote à  $(\mathcal{C})$  en  $+\infty$ .  
 b) Etudier la position relative de  $(\mathcal{C})$  par rapport à  $(\Delta)$ .
4. Résoudre dans  $\mathbb{R}_+$ , l'équation  $f(x) = 0$  puis interpréter graphiquement le résultat.
5. On admet que  $f$  est dérivable sur  $]0 ; +\infty[$ .  
 a) Démontrer que :  $\forall x \in ]0 ; +\infty[, f'(x) = g(x)$ .  
 b) Etudier le sens de variation de  $f$  puis dresser son tableau de variation.
6. a) Démontrer que  $f(\alpha) = -1 + \frac{1}{1 + \alpha}$   
 b) En déduire un encadrement de  $f(\alpha)$  d'amplitude 0,01.
7. Construire  $(\mathcal{C})$  et  $(\Delta)$ .

### Partie C

Soit  $\lambda$  un nombre réel tel que  $0 < \lambda < 1$  et  $\mathcal{A}(\lambda)$  l'aire (en  $\text{cm}^2$ ), de la partie du plan délimitée par  $(\mathcal{C})$ ,  $(\Delta)$  et les droites d'équations  $x = \lambda$  et  $x = 1$ .

On admet que :  $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ , on a :  $\frac{x}{1+x} = 1 - \frac{1}{1+x}$ .

1. A l'aide d'une intégration par parties, calculer l'intégrale  $K = \int_{\lambda}^1 x \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) dx$
2. a) Démontrer que  $\mathcal{A}(\lambda) = (1 - \lambda - K)4\text{cm}^2$ .  
 b) En déduire que :  $\mathcal{A}(\lambda) = 2 - 2\ln(1 + \lambda) - 2\lambda + 2\lambda^2 \ln\left(1 + \frac{1}{\lambda}\right)\text{cm}^2$ .  
 c) Calculer  $\lim_{\lambda \rightarrow 0} \mathcal{A}(\lambda)$ .

**BACCALAUREAT**  
**SESSION 2021**

**Coefficient : 4**  
**Durée : 3 h**

**MATHEMATIQUES**

**SERIE F<sub>1,2,3,4</sub>**

*Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2.  
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé  
Le candidat recevra deux (02) feuilles de papier millimétré.*

**Exercice 1**

- Pour tout nombre complexe  $z$ , on pose :  $P(z) = z^4 - 1$ .
  - Justifier que  $P(z) = (z + 1)(z - 1)(z + i)(z - i)$ .
  - En déduire dans  $\mathbb{C}$ , les solutions de l'équation  $P(z) = 0$ .
  - Résoudre  $\mathbb{C}$  l'équation  $\left(\frac{2z+1}{z-1}\right)^4 = 1$ .
- Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \overline{e_1}, \overline{e_2})$  (unité graphique 5 cm):
  - Placer les points A, B et C d'affixes respectives  $-2$ ;  $-\frac{1}{5} - \frac{3}{5}i$  et  $-\frac{1}{5} + \frac{3}{5}i$ .
  - Justifier que les points O, A, B et C appartiennent à un même cercle (C) dont on précisera le centre et le rayon.
  - Construire (C).

**Exercice 2**

On considère les fonctions  $f$  et  $F$  définies sur  $[0; +\infty[$  par  $f(x) = e^{-\frac{1}{2}x}$  et  $F(x) = -2e^{-\frac{1}{2}x}$  et la suite numérique  $(u_n)_{n \geq 1}$  définie par  $u_n = \int_{n-1}^n f(x) dx$ .  
On admet que  $F$  est dérivable sur  $[0; +\infty[$ .

- Justifier que  $F$  est une primitive de  $f$  sur  $[0; +\infty[$ .
- Calculer  $u_n$  en fonction de  $n$ .
  - Démontrer que  $(u_n)_{n \geq 1}$  est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme  $u_1$ .
- On pose  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$  pour  $n$  un entier naturel non nul.
  - Démontrer que :  $\forall n \in \mathbb{N}^*, S_n = \int_0^n f(x) dx$ .
  - Calculer  $S_n$  en fonction de  $n$ .
  - Calculer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$ .

## Problème

### Partie A

Soit  $g$  la fonction dérivable sur  $]0; +\infty[$  et définie par  $g(x) = \ln x + x - 3$ .

1. Etudier les variations de  $g$  sur  $]0; +\infty[$ .
2. a) Démontrer que l'équation  $g(x) = 0$  admet une solution unique  $\alpha$  dans l'intervalle  $]0; +\infty[$ .  
b) Justifier que  $2,20 < \alpha < 2,21$ .
3. En déduire que :  $\forall x \in ]0; \alpha[, g(x) < 0$  et  $\forall x \in ]\alpha; +\infty[, g(x) > 0$ .

### Partie B

Soit  $f$  la fonction définie sur  $]0; +\infty[$  par  $f(x) = (1 - \frac{1}{x})(-2 + \ln x)$ .

On désigne par (C) la courbe représentative de  $f$  dans le plan muni d'un repère orthonormé (O ; I ; J) (Unité graphique 2cm).

1. Calculer les limites de  $f$  en  $+\infty$  et en 0.
2. On admet que  $f$  est dérivable sur  $]0; +\infty[$  et on note  $f'$  sa dérivée.  
Calculer  $f'(x)$  pour tout nombre réel  $x$  élément de  $]0; +\infty[$ .
3. a) Etudier les variations de  $f$  et dresser son tableau de variation sur  $]0; +\infty[$ .  
b)  $\alpha$  étant le nombre réel défini dans la *partie A*, démontrer que  $f(\alpha) = -\frac{(\alpha-1)^2}{\alpha}$ .  
c) En déduire un encadrement de  $f(\alpha)$  à 0,01 près.
4. a) Résoudre dans  $]0; +\infty[$ , l'équation  $f(x) = 0$ .  
b) Dresser le tableau de signe de  $f(x)$ .  
c) Construire la courbe (C) dans le repère (O ; I ; J).

### Partie C

1. Démontrer que la fonction  $F$  définie sur  $]0; +\infty[$  par  $F(x) = x \ln x (1 - \frac{\ln x}{2x} + \frac{2}{x} - \frac{3}{\ln x}) + 3$  est une primitive de  $f$  sur  $]0; +\infty[$ .
2. Calculer, en  $\text{cm}^2$ , l'aire  $\mathcal{A}$  de la partie du plan limitée par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations  $x = 1$  et  $x = e^2$  (On donnera le résultat arrondi à 0,01 près).

**BACCALAUREAT**  
**SESSION 2020**

**Coefficient : 4**  
**Durée : 4 h**

# MATHEMATIQUES

**SERIES F1-F2-F3-F4**

*Cette épreuve comporte deux pages numérotées 1/2 et 2/2.  
Chaque candidat recevra une (01) feuille de papier millimétré.  
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.*

## EXERCICE 1

On considère le polynôme  $P$  défini par :

$$P(x) = 10x^3 - 9x^2 - 28x + 12$$

- Vérifier que 2 est un zéro de  $P$ .
  - Justifier que pour tout nombre réel  $x$ ,  $P(x) = (x-2)(10x^2 + 11x - 6)$ .
  - Etudier le signe de  $P(x)$  suivant les valeurs de  $x$ .
- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :
  - L'équation (E) :  $10e^{2x} - 9e^x + 12e^{-x} - 28 = 0$ .
  - L'inéquation (I) :  $10(\ln x)^3 - 9(\ln x)^2 - 28 \ln x + 12 \leq 0$ .

## EXERCICE 2

En traversant une plaque de verre teintée, un rayon lumineux perd 25% de son intensité lumineuse.

- Soit  $I_0$  l'intensité d'un rayon à son entrée dans une plaque et  $I_1$  son intensité à la sortie.  
Exprimer  $I_1$  en fonction de  $I_0$ .
- On superpose  $n$  plaques de verre identiques et on note  $I_n$  l'intensité du rayon à la sortie de la  $n^{\text{ème}}$  plaque.
  - Exprimer  $I_{n+1}$  en fonction de  $I_n$ .
  - Préciser la nature de la suite  $(I_n)$  et donner son premier terme et son rayon.
  - Exprimer  $I_n$  en fonction de  $n$  et  $I_0$ .
- Déterminer l'intensité  $I_0$  d'un rayon lumineux dont l'intensité après avoir traversé 4 plaques est égale à 15.
- Déterminer le nombre minimal de plaques qu'un rayon doit traverser pour que son intensité sortante soit inférieure au quart de son intensité entrante.

## PROBLEME

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = (2x - e^x) e^x$ .

On désigne par  $(C_f)$ , la représentation graphique de  $f$  dans un repère orthonormé  $(O, I, J)$ .  
Unité graphique 2 cm.

### Partie A

On considère la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $g(x) = e^x - x - 1$ .

1. On admet que  $g$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  et on désigne par  $g'$  sa dérivée.  
Calculer  $g'(x)$  et donner les variations de  $g$ .
2. Justifier que :  $\forall x \in \mathbb{R}, g(x) \geq 0$ .

### Partie B

1. a) Calculer la limite de  $f$  en  $-\infty$  et interpréter graphiquement le résultat.  
b) Calculer :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$  et interpréter graphiquement le résultat.
2. On admet que  $f$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  et on désigne par  $f'$  sa dérivée.
  - a) Démontrer que :  $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = -2e^x g(x)$ .
  - b) Déduire des questions précédentes, le signe de  $f'(x)$  et donner le sens de variation de  $f$ .
  - c) Dresser le tableau de variation de  $f$ .
  - d) Donner le signe de  $f(x)$  suivant les valeurs de  $x$ .
3. Déterminer une équation de la tangente  $(T)$  à  $(C_f)$  au point d'abscisse 0.
4. Tracer dans le repère  $(O, I, J)$ , la droite  $(T)$  puis construire la courbe  $(C_f)$ .

### Partie C

Soit  $\alpha$  un nombre réel strictement négatif et  $I(\alpha)$  l'intégrale définie par :  $I(\alpha) = \int_{\alpha}^0 f(x) dx$ .

1. A l'aide d'une intégration par parties, démontrer que  $I(\alpha) = \frac{1}{2} (e^{2\alpha} - 4\alpha e^{\alpha} + 4e^{\alpha} - 5)$ .
2. Soit  $A(\alpha)$ , l'aire en  $\text{cm}^2$  de la partie du plan limitée par la courbe  $(C_f)$ , les axes  $(OI)$ ,  $(OJ)$  et la droite d'équation  $x = \alpha$ .
  - a) Calculer  $A(\alpha)$ .
  - b) Calculer :  $\lim_{\alpha \rightarrow -\infty} A(\alpha)$ .

**BACCALAUREAT**  
**SESSION 2019**

**Coefficient : 4**  
**Durée : 4 h**

# MATHÉMATIQUES

## SERIES F1-F2-F3-F4

*Cette épreuve comporte deux pages numérotées 1/2 et 2/2.  
Chaque candidat recevra une (01) feuille de papier millimétré.  
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.*

### EXERCICE 1

Le plan complexe est rapporté à un repère orthogonal  $(o, \vec{u}, \vec{v})$ .

On désigne par A, B et C les points du plan d'affixes respectives  $z_A = 2i$ ,  $z_B = -1$  et  $z_C = i$ .

Soit  $f$  l'application du plan  $P \setminus \{A\}$  dans  $P$  qui à tout point M d'affixe  $z$  ( $z \neq 2i$ ), associe le point M' d'affixe

$$z' \text{ telle que : } z' = \frac{z+1}{z-2i}$$

1. a) Déterminer l'affixe du point C' image de C par  $f$ .  
b) Déterminer la nature du quadrilatère ACBC'.
2. a) Démontrer que le point C admet un unique antécédent C'' par  $f$ .  
b) Déterminer la nature du triangle BCC''
3. Donner une interprétation géométrique de  $|z'|$  et  $\arg(z')$ .
4. En déduire les ensembles suivants et les construire:
  - a) (E) l'ensemble des points M dont l'image par  $f$  a pour affixe un nombre réel strictement négatif.
  - b) (F) l'ensemble des points M dont l'image par  $f$  a pour affixe un imaginaire pur non nul.

### EXERCICE 2

Soit  $f$  la fonction définie sur  $[0; 1]$  par: 
$$\begin{cases} f(x) = \frac{x \ln x}{(x^2+1)^2} \text{ si } x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

Pour tout nombre réel  $\lambda$  élément de l'intervalle  $]0; 1[$ , on pose  $I(\lambda) = \int_{\lambda}^1 f(x) dx$  et  $J(\lambda) = \int_{\lambda}^1 \frac{1}{x(x^2+1)} dx$

1. Justifier que  $f$  est continue en 0.
2. a) Pour tout nombre réel  $x$  non nul, justifier que :  $\frac{1}{x(x^2+1)} = \frac{1}{x} - \frac{x}{x^2+1}$   
b) Calculer  $J(\lambda)$  en fonction de  $\lambda$
3. A l'aide d'une intégration par parties, démontrer que  $I(\lambda) = \frac{\ln(\lambda)}{2(\lambda^2+1)} + \frac{1}{2} J(\lambda)$ .
4. Calculer  $\lim_{\lambda \rightarrow 0} I(\lambda)$ .

## PROBLEME

### Partie A

On considère la fonction  $h$  définie sur  $]0; +\infty[$  par  $h(x) = -x \ln x$

1. Calculer les limites de  $h$  en  $0$  et en  $+\infty$
2. On admet que  $h$  est dérivable sur  $]0; +\infty[$  et on note  $h'$  sa dérivée.
  - a) Calculer  $h'(x)$  pour tout  $x$  de  $]0; +\infty[$ .
  - b) Etudier les variations de  $h$  et dresser son tableau de variation.
3.
  - a) Démontrer que l'équation :  $x \in ]\frac{1}{e}; +\infty[, h(x) = 0$  admet une solution unique  $\alpha$ .
  - b) Calculer  $h(1)$  et en déduire la valeur exacte de  $\alpha$ .
  - c) Démontrer que : 
$$\begin{cases} \forall x \in ]0, 1[, h(x) > 0 \\ \forall x \in ]1, +\infty[, h(x) < 0 \end{cases}$$

### Partie B

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, I, J)$ , unité graphique 2cm

Soit  $g$  la fonction définie par : 
$$\begin{cases} g(x) = x^2 \ln x - \frac{x^2}{2} \text{ si } x > 0 \\ g(0) = 0 \end{cases}$$

On désigne par  $(C_g)$  la courbe représentative de  $g$  dans le repère  $(O, I, J)$ .

1. Etudier la continuité de  $g$  à droite en  $0$ .
2. Etudier la dérivabilité de  $g$  à droite en  $0$ .
3.
  - a) Calculer la limite de  $g$  en  $+\infty$
  - b) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x}$  et interpréter graphiquement le résultat.
4. On admet que  $g$  est dérivable sur  $]0; +\infty[$  et note  $g'$  sa dérivée.
  - a) Démontrer que :  $\forall x \in ]0; +\infty[, g'(x) = -2h(x)$ .
  - b) En déduire les variations de  $g$ .
  - c) Dresser le tableau de variation de  $g$ .
5.
  - a) Démontrer que  $(C_g)$  coupe l'axe des abscisses en deux points dont on déterminera les coordonnées.
  - b) Déterminer une équation de la tangente  $(T)$  à  $(C_g)$  au point d'abscisse  $\sqrt{e}$ .
6. Construire  $(C_g)$  dans le repère  $(O, I, J)$ .