

PROBABILITÉ CONDITIONNELLE ET VARIABLE ALÉATOIRE

Exercice 1

Un joueur lance successivement trois fois de suite une pièce de monnaie parfaitement équilibrée. Il gagne 600 francs s'il obtient 3 fois « FACE ». Il gagne 300 francs s'il obtient exactement 2 fois « FACE » et gagne 100 francs s'il obtient exactement une fois « FACE », mais il perd 1000 francs s'il n'obtient que des « PILE ». On désigne par X la variable aléatoire représentant en francs le gain du joueur (un gain est positif ou négatif).

- 1) Détermine la loi de probabilité de la variable X .
- 2) Calcule la probabilité de gagner strictement moins de 300 francs.
- 3) a. Calcule l'espérance mathématique de la variable X .
b. Que représente ce résultat pour le joueur ?
c. Interprète ce résultat pour le joueur.
- 4) Calcule le montant que le joueur devrait payer lorsqu'il n'obtient que des « PILE » pour que le jeu soit équitable.

Exercice 2

Une urne contient trois boules blanches et cinq boules noires, indiscernables au toucher.

On tire au hasard et simultanément trois boules de l'urne. Lorsqu'on tire une boule blanche, on marque un point ; lorsqu'on tire une boule noire, on perd un point. Désignons par X la variable aléatoire égale au nombre de points marqués.

- 1) Détermine les valeurs prises par X .
- 2) Etablis la loi de probabilité de X .

Exercice 3

Sur un disque, on a enregistré dix morceaux différents. Le temps d'écoute de chacun d'eux est donné dans le tableau :

Code du morceau enregistré	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Temps d'écoute en secondes	280	200	240	280	260	240	280	200	240	280

Un appareil de lecture sélectionne au hasard un des dix morceaux et un seul.

Tous les morceaux ont la même probabilité d'être sélectionnés.

1. Calcule la probabilité, pour que chacun des morceaux soit sélectionné à cette lecture.

2.a) Calcule la probabilité de l'événement E_1 :

« Le morceau sélectionné a une durée d'écoute de 240 secondes ».

b) Calcule la probabilité de l'événement E_2 :

« Le morceau sélectionné a une durée d'écoute supérieure à 220 secondes ».

3. On note X la variable aléatoire qui, à tout morceau sélectionné, associe le temps d'écoute de ce morceau.

- a) Détermine la loi de probabilité de la variable aléatoire X .
- b) Calcule l'espérance mathématique de X .

Exercice 4

A la suite d'un sondage effectué à propos de la construction d'un barrage, on estime que : 65% de la population concernée est contre la construction du barrage et parmi ces opposants, 70% sont des écologistes. Parmi les personnes non opposées à la construction, 20% sont des écologistes. On interroge une personne au hasard.

- 1) Calcule la probabilité que cette personne interrogée soit opposée à la construction du barrage et soit écologiste.
- 2) Calcule la probabilité qu'elle ne soit pas opposée à la construction du barrage et soit écologiste.
- 3) Déduis-en la probabilité qu'une personne interrogée soit écologiste.

NB : Pour faciliter les réponses aux différentes questions, on pourra noter les événements

Exercices d'approfondissement

Exercice

Mariam, une jeune diplômée sans emploi, a reçu un fonds et décide d'ouvrir un restaurant. Après un mois d'activité, elle constate que pour un jour donné :

- La probabilité qu'il y ait une affluence de clients est de 0,6.
- Lorsqu'il y a une affluence de clients, la probabilité qu'elle réalise un bénéfice est de 0,7.
- Lorsqu'il n'y a pas d'affluence de clients, la probabilité qu'elle réalise un bénéfice est de 0,4.

On désigne par A l'évènement « il y a affluence de clients » et par B l'évènement « Mariam réalise un bénéfice ».

1) On choisit un jour au hasard.

- a) Calcule la probabilité de l'évènement E « il y a affluence de clients et Mariam réalise un bénéfice »
- b) Démontre que la probabilité P(B) de l'évènement B est égale à 0,58.

c) Mariam a réalisé un bénéfice. Calcule la probabilité qu'il y ait eu une affluence de clients ce jour-là. *(On donnera le résultat sous forme de fraction irréductible)*

2) Mariam veut faire une prévision sur trois jours successifs donnés. On désigne par X le nombre de fois qu'elle réalise un bénéfice sur les trois jours successifs.

- a) Détermine les valeurs prises par X.
- b) Détermine la loi de probabilité de X. *(On donnera l'arrondi d'ordre 3 des résultats)*
- c) Calcule l'espérance mathématique E(X) de X.

3) Soit n un nombre entier naturel supérieur ou égal à 2. On note P_n la probabilité que Mariam réalise au moins une fois un bénéfice pendant n jours successifs.

- a) Justifie que, pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 2 : $P_n = 1 - (0,42)^n$
- b) Détermine la valeur minimale de n pour qu'on ait $P_n \geq 0,9999$.

C. SITUATION COMPLEXE

Lors de la fête de fin d'année, une enquête faite par le conseil scolaire d'un lycée, auprès d'un échantillon d'élèves de terminales C et D révèle que :

- 25% des élèves aiment jouer au damier sachant qu'ils sont de la terminale C.
- Un tiers des élèves aiment jouer au damier sachant qu'ils sont de la terminale D.
- 3 élèves sur 10 aiment jouer au damier.

Dago, le responsable des jeux et loisirs du conseil scolaire, choisit au hasard un élève de cet échantillon et note :

Cependant, Dago ne se souvient plus de la proportion des élèves de la de terminale D qui doit figurer dans son rapport.

Pour cela, étant élève de la terminale C, il sollicite ton aide.

A l'aide de tes connaissances mathématiques, aide Dago à retrouver la valeur de p(E).