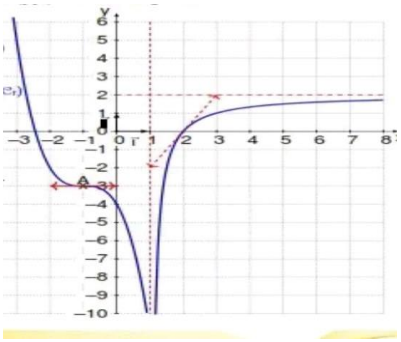
« Un champion ne devient pas champion sur le terrain mais à l'entrainement. Le terrain ne fait que révéler celui qui s'est entrainé comme un champion » Philippe JORET	Fomesoutra.com ça soutra **FLASH DE LA SEMAINE** Date : 18 décembre 2023 Epreuve : Mathématiques — Série N. 1	
Classe : T^le G2 &G3	**Enseignant : DJABABONI**	Contact : 90 68 45 14 99 83 47 17

Exercice 1



Sur la figure ci-contre, on a tracé la courbe $(\mathcal{C}_f)$ d'une fonction f.

1. Par lecture graphique déterminer :
   a. L'ensemble de définition de f.
   b. Déterminer $\lim_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim_{x\to1} f(x)$; $\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}$.
   c. Déterminer $f(2); f'(2); f(-1); f'(-1)$.
   d. Dresser le tableau de variation de f.
2. a. Montrer que f réalise une bijection de $]1;+\infty[$ vers un intervalle J que l'on précisera.
   b. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur $]-\infty;1[$
3. On pose $g(x) = ln[f(x)]$
   a. Déterminer l'ensemble de définition de définition de g.
   b. Etudier le sens de variation de g

Exercice 2

Le tableau suivant donne l'évolution du nombre de départs à la retraite au sein d'une entreprise à effectifs stable.

année	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de départ à la retraite y_i	50	53	53	58	57	59	63	64

1. Représenter le nuage de points M_i $(x_i ; y_i)$ associé à la série double dans un repère orthogonal.
2. Dans cette question les résultats seront donnés à 10^{-2} près par défaut.
   a. Déterminer les coordonnées du point moyen G puis placer ce point sur un graphique
   b. Calculer le coefficient de corrélation linéaire de cette série ; arrondi à 10^{-3} près.
   c. Peut-on envisager un ajustement affine ? pourquoi ?
   d. Donner l'équation de la droite de régression de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés.
3. En supposant que l'évolution se poursuit à la même façon pour les années suivantes, déterminer une estimation, arrondi à l'entier le plus proche, du nombre de départs à la retraite dans cette entreprise en 2027.

Exercice 3

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on pose P(x) = $2x^3 - x^2 - 5x - 2$

1. a. Vérifier que P(-1) = 0

   b. Ecrire P(x) sous forme d'un produit de trois facteurs du premier degré

c. En déduire la résolution de l'inéquation P(x) ≤ 0.

2. En utilisant les résultats de la question 1) résoudre les inéquations suivantes :
   a. $2(\ln x)^3 - (\ln x)^2 - 5\ln x - 2 \leq 0$.
   b. $lnx^2 + \ln(2x-1) - \ln(5x+2) \leq 0$.
3. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$: $\begin{cases} x - 3y = 2ln2 \\ x + y = 4ln2 \end{cases}$

Problème

Partie A

Soit g la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = -1 + \frac{1}{x} - lnx$

1. Calculer les limites de g en 0 et en $+\infty$.
2. On admet que la fonction g est dérivable sur $]0; +\infty[et\ g'sa\ dérivée$.
   a. Déterminer g'(x) pour tout x élément de $]0; +\infty[$
   b. Etudier les variations de g sur $]0; +\infty[$
   c. Dresser le tableau de variation de g
3. a. Démontrer que l'équation g(x) = 0 admet une unique solution α sur $]0; +\infty[$.

   b. Calculer g(1) puis en déduire la valeur de α

4. Justifier que : pour tout $x \in]0; \alpha[$, $g(x) > 0$
   Pour tout $x \in]\alpha; +\infty[$, $g(x) < 0$

Partie B

On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = (1-x)lnx$. Soit $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O,I,J) (unité graphique : 1 cm)

1. Calculer :
   a. La limite de f en 0 puis interpréter graphiquement le résultat.
   b. $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis interpréter graphiquement le résultat.
2. On admet que la fonction f est dérivable sur $]0; +\infty[$ et f' sa dérivée
   a. Démontrer que pour tout $x \in]0; +\infty[$, $f'(x) = g(x)$
   b. Etudier les variations de f puis dresser son tableau de variation.
3. Démontrer que pour tout pour tout $x \in]0 : +\infty[$, $f \leq 0$
4. Construire la courbe $(\mathcal{C}_f)$.