BACCALAUREAT
SESSION 2021

Coefficient : 4
Durée : 3 h

MATHEMATIQUES

SERIE G2

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1/2 et 2/2.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé
Le candidat recevra une (01) feuille de papier millimétré.

EXERCICE 1

L'entreprise SOCOPLUS propose à Mlle Zahui deux contrats de travaille à partir du 1er janvier 2019.

Contrat 1

La première année, elle perçoit 100 000 F par mois. Chaque 1er janvier, son employeur augmente son salaire mensuel de 10 000 F.
On désigne par A_0 le salaire mensuel au 1er janvier 2019. Pour tout entier naturel n, on désigne par A_n le salaire mensuel au 1er janvier de l'année (2019+n).

Contrat 2

La première année, elle perçoit 100 000 F par mois. Chaque 1er janvier, son employeur augmente son salaire mensuel de 8 %.
On désigne par B_0 le salaire mensuel au 1er janvier 2019. Pour tout entier naturel n, on désigne par B_n le salaire mensuel au 1er janvier de l'année (2019+n).

1. Calculer pour :
   a) Le contrat 1, A_1, A_2, A_3.
   b) Le contrat 2, B_1, B_2, B_3.
2. Calculer A_n et B_n en fonction de n.
3. Quel sera le salaire mensuel de Mlle Zahui à la 7e année de travail pour chaque contrat.
4. On pose : $S_A = 12(A_0 + A_1 + \ldots + A_{20})$;
   $S_B = 12(B_0 + B_1 + \ldots + B_{20})$.
   a) Que représente S_A et S_B ?
   b) Calculer S_A et S_B.
   c) Quel est le contrat le plus avantageux pour Mlle Zahui ?

EXERCICE 2

Une expérience réalisée par un fleuriste sur un mélange de 200 graines reparties comme suit :

- 50 graines de type A ;
- 90 graines de type B ;
- 60 graines de type C.

Son expérience a relevé que toutes les graines n'ont pas la même manière de germer. On dira qu'une graine germe correctement si celle-ci donne naissance à une plante qui fleurit. La probabilité qu'une graine germe correctement est égale à :

- 0,5 pour une graine de type A ;
- 0,8 pour une graine de type B ;
- 0,6 pour une graine de type C.

1. On sème une graine prise au hasard dans le mélange.
   a) Déterminer la probabilité que ce soit une graine de type A.
   b) Déterminer la probabilité que ce soit une graine de type A et que celle-ci germe correctement.
   c) Déterminer la probabilité que la graine germe correctement.
   d) Déterminer la probabilité que ce soit une graine de type C qui ne germe pas correctement.
2. On sème une graine du mélange et elle germe correctement.
   Quelle est la probabilité qu'elle soit de type A ?

PROBLEME

Partie A

Soit g la fonction définie sur $]0\,;+\infty[$ par : $g(x) = -1 + \dfrac{1}{x} - \ln x$.

1. Calculer les limites de g en 0 et en $+\infty$.
2. On admet que la fonction g est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et g' sa dérivée.
   a) Déterminer $g'(x)$ pour tout x élément de $]0\,;+\infty[$.
   b) Etudier les variations de g sur $]0\,;+\infty[$.
   c) Dresser le tableau de variation de g.
3. *a)* Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α sur $]0\,;+\infty[$.
   b) Calculer $g(1)$ puis en déduire la valeur de α.
4. Justifier que : pour tout $x \in]0\,;1[$, $g(x) > 0$;
   pour tout $x \in]1\,;+\infty[$, $g(x) < 0$.

Partie B

On considère la fonction f définie sur $]0\,;+\infty[$ par : $f(x) = (1-x)\ln x$.
Soit $(\mathscr{C})$ la représentation graphique de f dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O, I, J) (unité graphique 1 cm).

1. a) Calculer la limite de f en 0 puis interpréter le résultat.
   b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$, puis interpréter graphiquement le résultat.
2. On admet que la fonction f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et f' sa dérivée.
   a) Démontrer que, pour tout x élément de $]0\,;+\infty[$, $f'(x) = g(x)$.
   b) Etudier les variations de f puis dresser son tableau de variation.
3. Démontrer que pour tout $x \in]0\,;+\infty[$, $f(x) \leq 0$.
4. Construire la courbe $(\mathscr{C})$.

Partie C

On considère la fonction F définie sur $]0\,;+\infty[$ par : $F(x) = x\ln x - x - \dfrac{1}{2}x^2\ln x + \dfrac{1}{4}x^2$.

1. Vérifier que F est une primitive de f sur $]0\,;+\infty[$.
2. Calculer $I = \int_1^2 (-f(x))dx$;
3. En déduire la valeur exacte en cm^2 de l'aire $\mathscr{A}$ de la partie du plan délimitée par $(\mathscr{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 2$.

MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE
ET DE L'ALPHABETISATION

DIRECTION DES EXAMENS ET CONCOURS

SOUS-DIRECTION DES EXAMENS
ET CONCOURS SCOLAIRES

SERVICE BACCALAUREAT

REPUBLIQUE DE CÔTE D'IVOIRE
Union – Discipline – Travail

BACCALAUREAT – SESSION 2021

EPREUVE : MATHEMATIQUES .... DATE : 06/07/21 ...... HEURE : 12h

CORRIGE ET BAREME

SERIE(S) : G 2

CORRIGE	BAREME
Barème National G2	

EPREUVE : MATHEMATIQUES DATE : 05/07/21 HEURE 12h SERIE(S) G2

CORRIGE	BAREME
EXERCICE 1 (4 pts)	
1- a) $A_1 = A_0 + 10\,000 = 110\,000$	0,25
$A_2 = A_1 + 10\,000 = 120\,000$	0,25
$A_3 = A_2 + 10\,000 = 130\,000$	0,25
b) $B_1 = (1+0,8)B_0 = 108\,000$	0,25
$B_2 = (1+0,8)B_1 = 116\,640$	0,25
$B_3 = (1+0,8)B_2 = 125\,971.2$	0,25
2- $A_n = 10.000n + 100000$	0,25
$B_n = (1,08)^n \times 100.000$	0,25
3- $A_7 = 10.000 \times 7 + 100.000 = 170\,000$	0,25
$B_7 = (1,08)^7 \times 100\,000 = 171.382$	0,25
4- a) SA représente le salaire cumulé de 20 ans de service pour le contrat 1.	0,25
SB représente le salaire cumulé de 20 ans de service pour le contrat 2	0,25

EPREUVE : MATHEMATIQUES DATE : 06/07/21 HEURE 12h SERIE(S) : G2

CORRIGE	BAREME
b)	
$S_A = \frac{20+1}{2}(A_0 + A_{20})$	
$= \frac{21}{2}(100\,000 + 10\,000 \times 20 + 100\,000)$	
$\boxed{S_A = 4\,200\,000}$	0,25
$S_B = \frac{1-1{,}08^{21}}{1-1{,}08} \times B_0$	
$= \frac{1-1{,}08^{21}}{-0{,}08} \times 100\,000$	
$\boxed{S_B = 5\,042\,292}$	0,25
c) Le contrat le plus avantageux pour M^lle Zahui est le contrat 2.	0,5

EPREUVE : MATHEMATIQUES DATE : 06/07/21 HEURE 10h SERIE(S) : G2

CORRIGE	BAREME
EXERCICE 2 (4pts)	
On désigne par :	
A l'evenement « la graine est de type A »	
B l'evenement « la graine est de type B »	
C l'evenement « la graine est de type C »	
G l'evenement « la graine germe correctement »	
1- a) $P(A) = \frac{50}{200} = 0,25$	
$\boxed{P(A) = 0,25}$	0,5 pt
b) $P(A \cap G) = P(A) \times P(G)$ $= 0,25 \times 0,5$	
$\boxed{P(A \cap G) = 0,125}$	1 pts
c) $P(G) = P(A \cap G) + P(B \cap G) + P(C \cap G)$ $= 0,25 \times 0,5 + 0,45 \times 0,8 + 03 \times 0,6$ $= 0,665$	
$\boxed{P(G) = 0,665}$	1 pt

CORRIGE	BAREME
d) Soit $\overline{G}$ l'evenement « la graine ne germe pas correctement »	
$P(C \cap \overline{G}) = \frac{60}{200} \times (1-0,6)$	
$= 0,12$	
$\boxed{P(C \cap \overline{G}) = 0,12}$	0,5 pt
2- $P_G(A) = \frac{P(A \cap G)}{P(G)} = \frac{0,25 \times 0,5}{0,665} = \frac{25}{133}$	
$\boxed{P_G(A) = 0,18796}$	1 pt

CORRIGE	BAREME

PROBLEME (12 pts)

PARTIE A

$\forall x \in]0;+\infty[\quad g(x) = -1 + \dfrac{1}{x} - \ln x$.

1) $\lim\limits_{x \to 0^{>}} g(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = -\infty$ $\longrightarrow$ 0,5 + 0,5

2) a) $\forall x \in]0;+\infty[\quad g'(x) = -\dfrac{1}{x^2} - \dfrac{1}{x}$

$\forall x \in]0;+\infty[\quad g'(x) = -\dfrac{x+1}{x^2}$ $\longrightarrow$ 0,5

b) $\forall x \in]0;+\infty[$ $g'(x) < 0$ donc g est strictement décroissante sur $]0;+\infty[$. $\longrightarrow$ 1

c)

x	0	$+\infty$
$g'(x)$	‖	$-$
$g(x)$	‖	$+\infty \searrow -\infty$

$\longrightarrow$ 0,5

3) a) g est continue et strictement décroissante sur $]0;+\infty[$. Donc g est une bijection de $]0;+\infty[$ sur $g(]0;+\infty[) = \mathbb{R}$. Comme $0 \in \mathbb{R}$, l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α. $\longrightarrow$ 0,5

b) $g(1) = 0$ $\longrightarrow$ 0,25

Comme α est l'unique solution de l'équation $g(x) = 0$ et que $g(1) = 0$, $\alpha = 1$. $\longrightarrow$ 0,25

CORRIGE	BAREME
4) g est continue et strictement décroissante sur $]0;+\infty[$ et $g(1)=0$. Donc : $\begin{cases} \forall x \in]0;1[& g(x)>0 \\ \forall x \in]1;+\infty[& g(x)<0 \end{cases}$	1
PARTIE B $\forall x \in]0;+\infty[\quad f(x)=(1-x)\ln x$.	
1/a) $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = -\infty$	0,5
Donc la droite (OJ) d'équation $x=0$ est une asymptote (verticale) à $(\mathcal{C})$.	0,25
b) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$	0,5 + 0,5
Donc $(\mathcal{C})$ admet une branche parabolique de direction (OJ) en $+\infty$.	0,25
2/a) $\forall x \in]0;+\infty[\quad f'(x) = -\ln x + \frac{1-x}{x}$.	0,5
$\forall x \in]0;+\infty[\quad f'(x) = -\ln x + \frac{1}{x} - 1$ $\forall x \in]0;+\infty[\quad f'(x) = -1 + \frac{1}{x} - \ln x$. $\forall x \in]0;+\infty[\quad f'(x) = g(x)$.	0,5
b) Le signe de f' sur $]0;+\infty[$ est celui de g. Alors : $\begin{cases} \forall x \in]0;1[& f'(x)>0 \\ \forall x \in]1;+\infty[& f'(x)<0 \end{cases}$ Donc f est strictement croissante sur $]0;1[$ et strictement décroissante	0,5pt

CORRIGE	BAREME
sur $]0;+\infty[$	

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	||	$+$	0	$-$	
$f(x)$	|| $-\infty$	↗	0	↘	$-\infty$

0,5

3) D'après le tableau de variation, 0 est le maximum de f sur $]0;+\infty[$ et $f(1)=0$.
Donc $\forall x \in]0;+\infty[$ $f(x) \leq 0$. — 0,5

4) Tracé de la courbe $(\mathcal{C})$ (voir papier millimétré)

- asymptote : $x=0$ — 0,25
- branche parabolique (0,5) — 0,5
- courbe $(\mathcal{C})$: — 0,5

PARTIE C

$\forall x \in]0;+\infty[$ $F(x) = x\ln x - x - \frac{1}{2}x^2\ln x + \frac{1}{4}x^2$.

1) $\forall x \in]0;+\infty[$,

$F'(x) = \ln x + x \times \frac{1}{x} - 1 - x\ln x - \frac{1}{2}x^2 \times \frac{1}{x} + \frac{1}{2}x$

$F'(x) = \ln x + 1 - 1 - x\ln x - \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x$

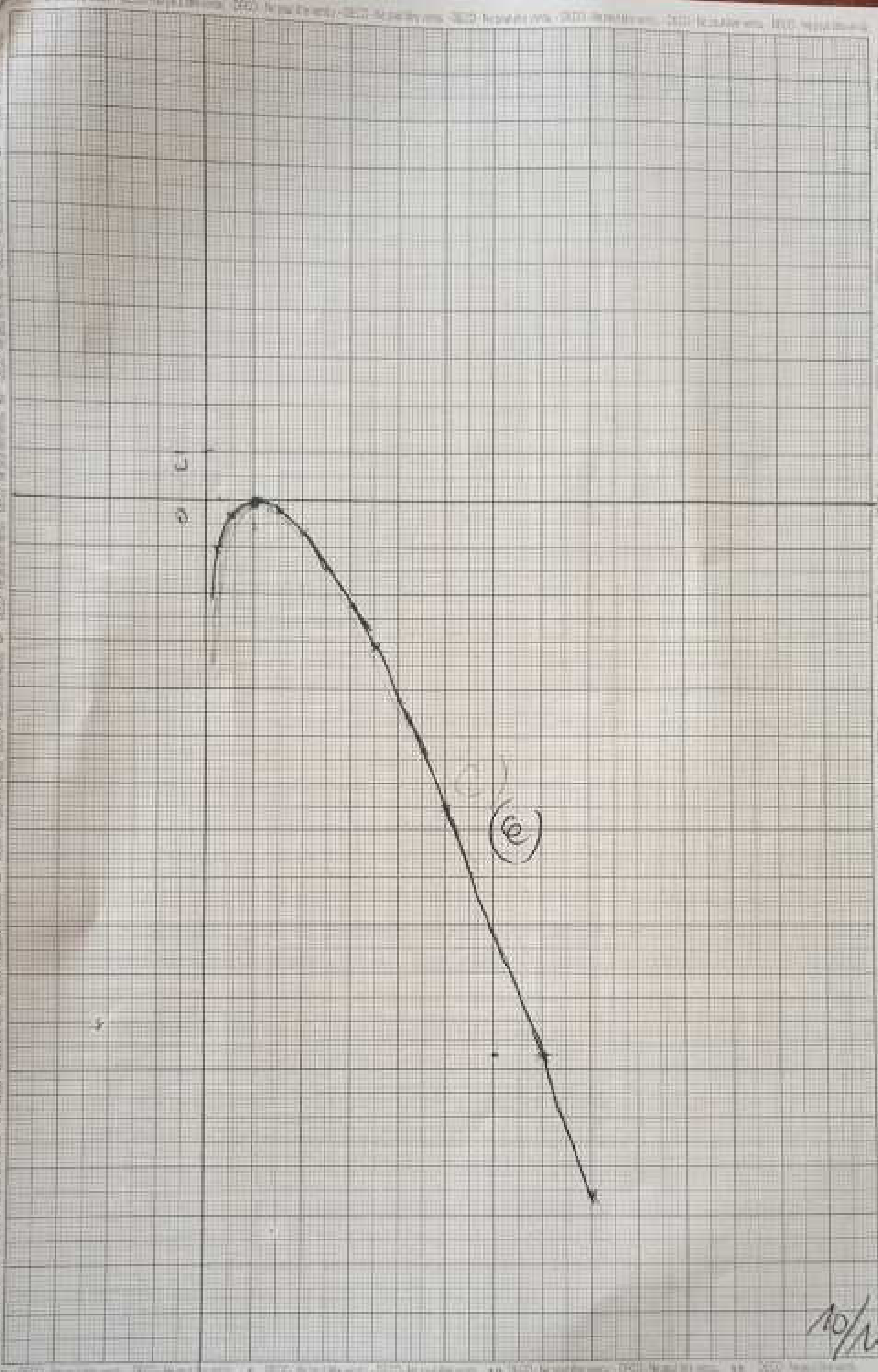
$F'(x) = \ln x - x\ln x$

$F'(x) = (1-x)\ln x$

EPREUVE : MATHEMATIQUES DATE : 06/07/21 HEURE : 12h SERIE(S) : G2

CORRIGE

	BAREME
~~$\forall x \in]0;+\infty[$ $F'(x) = f(x)$.~~ ~~Donc F est une primitive de f sur $]0;+\infty[$.~~	0,5
2) $I = \int_1^2 -f(x)\,dx$ $I = -\int_1^2 f(x)\,dx$ $I = -[F(x)]_1^2$ $I = \frac{1}{4}$.	0,1
3) $\mathcal{A} = \left[\int_1^2 -f(x)\,dx\right] \times 1\,cm^2$ $\mathcal{A} = \frac{1}{4}\,cm^2$.	0,1



10/10