BACCALAUREAT BLANC

Coefficient : 4
Durée : 4 h

MATHEMATIQUES

SERIE : D

Cette épreuve comporte 3 pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3.
Seules les calculatrices scientifiques non graphiques sont autorisées.

EXERCICE 1 : (2 points)

Ecris le numéro de chaque énoncé ci-dessous suivi de la lettre **V** si celui-ci est **vrai** ou de la lettre **F** lorsque l'énoncé est **faux**. Aucune justification n'est demandée.

N°	Enoncés
1	Si A et B sont deux évènements indépendants d'un univers, alors $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$
2	Soit la fonction f continue sur K, a et b sont deux éléments de K tels que : $a \leq b$. S'i existe deux réels m et M tel que pour tout x élément de $[a\,;b]$, on a : $m \leq f(x) \leq b$, alors $$m(b-a) \leq \int_a^b f(x)dx \leq M(b-a).$$
3	L'ensemble des solutions de l'inéquation (I) : $ln(x - 3) < 1$ est $]0; e+3[$.
4	Dans le plan muni d'un repère (O, I, J), la courbe de la fonction $x \mapsto lnx$ admet une branche parabolique de direction celle de (OJ) en $+\infty$.

EXERCICE 2 : (2 points)

Pour chacun des énoncés ci-dessous, quatre réponses sont données dont une seule est juste. Recopie sur ta feuille, le numéro de l'énoncé suivi de la lettre correspondante à la réponse juste.

N°	Enoncés	Réponses	
1	Le plus petit entier naturel n tel que : $1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n > 0{,}95$ est :	A	2
		B	3
		C	4
		D	5
2	On pose $z = -\sqrt{3} + i$. On note r le module de z et θ l'argument principal de z; r et θ vérifient :	A	$r = 2$ et $\theta = \frac{5\pi}{6}$
		B	$r = 2$ et $\theta = \frac{-5\pi}{6}$
		C	$r = 2$ et $\theta = \frac{2\pi}{3}$
		D	$r = 2$ et $\theta = \frac{-2\pi}{3}$
3	On considère la fonction f définie sur IR par : $f(x) = e^{-x}$. La valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[0; 2]$ est égale à :	A	$\frac{1}{2}(1 + e^2)$
		B	$\frac{1}{2}(1 - e^{-2})$
		C	$\frac{1}{2}(e^{-2} + 1)$
		D	$\frac{1}{2}(e^{-2} - 1)$

4	L'ensemble des solutions de l'inéquation $x \in \mathbb{R}$, $(1-2\ln x)(\ln x+1) \geq 0$ est :	A	$[e^{1/2}; +\infty[$
		B	$]0; \frac{1}{e}]$
		C	$\left[-1; \frac{1}{2}\right]$
		D	$[e^{-1}; \sqrt{e}]$

EXERCICE 3 : (3 points)

On considère la fonction f définie sur $IR \setminus \{\frac{-1}{2}\}$ par : $f(x) = \frac{4x^2+4x+2}{2x+1}$

0,5 1) Justifie que : $f(x) = 2x + 1 + \frac{1}{2x+1}$, pour tout réel x différent de $\frac{-1}{2}$.

1 2) Détermines les primitives de f sur $]0; +\infty[$.

1,5 3) Détermines la primitive G de la fonction $x \mapsto f(x) + e^x$ sur $\left]\frac{-1}{2}; +\infty\right[$ qui s'annule en 0.

EXERCICE 4 : (4 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). Unité graphique : $1\ cm$

0,25+0,5 1) Résous dans $\mathbb{C}$, l'équation (E) : $z^2 - 6z + 10 = 0$

2) Soit le nombre complexe $z_1 = \frac{3+i}{2-i}$

0,75 a- Ecris z_1 sous forme algébrique, trigonométrique et exponentielle.

0,5 b- Soit le polynôme : $P(z) = z^3 - (7+i)z^2 + (16+6i)z - 10 - 10i$.
Justifie que z_1 est une solution de l'équation : $P(z) = 0$, $z \in \mathbb{C}$.

0,5 3) On admet que: $P(z) = \left(z - (1+i)\right)(z^2 - 6z + 10), \forall z \in \mathbb{C}$.
Déduis-en les solutions de l'équation : $z \in \mathbb{C}, P(z) = 0$.

4) On considère les points A, B et C du plan d'affixes respectives : $1 + i$; $3 - i$ et $3 + i$.

0,75 a- Place les points A, B et C dans le repère (O, I, J).

0,5 b- Ecris $\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$ sous forme algébrique, puis déduis-en la nature du triangle ABC.

0,25 c- Détermine l'affixe du point D tel que le quadrilatère $ABCD$ soit un parallélogramme.

EXERCICE 5 : (4 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (x+1)\,e^{1-x} - x + 1$. On note (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J). **L'unité graphique : 1 cm.**

1) On admet que : $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$.

0,25 Interprète graphiquement ces résultats.

0,5 2) a- Calcule la limite de f en $+\infty$.

0,5 b-Justifie que la droite (D) d'équation $y = -x + 1$ est une asymptote à (C) en $+\infty$.

3) Soit g la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = xe^{1-x} + 1$. On admet qu'il existe un nombre réel α élément de l'intervalle $[-0{,}4; -0; 2]$ tel que $g(\alpha) = 0$ et

$$\begin{cases} \forall x \in]-\infty; \alpha[, \ g(x) < 0 \\ \forall x \in]\alpha; +\infty[, \ g(x) > 0 \end{cases}$$

On admet que f est dérivable sur $\mathbb{R}$.

0,5 a- Justifie que: $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = -g(x)$.

0,5 b- Etudie le sens de variation de f.

0,5 c- Dresse le tableau de variation de f.

0,5 4) On admet que (C) est au-dessus de (D) sur $[-1, +\infty[$ et en dessous de (D) sur $]-\infty; -1]$. Construis (C) (Tu prendras : $\alpha = -0{,}3$ *et* $f(\alpha) = 3{,}9$).

0,25 5) a- Interprète graphiquement l'intégrale K avec $K = \int_0^1 (f(x) - (-x+1))dx$.

0,5 b-Justifie, à l'aide d'une intégration par parties, que : $K = 2e - 3$.

EXERCICE 6 : (5 points)

En début d'harmattan, une épidémie d'angine s'est déclarée dans un lycée de la région des montagnes.

L'angine chez l'être humain est provoquée soit par une bactérie (angine bactérienne), soit par un virus (angine virale).

On admet qu'un malade ne peut pas être à la fois porteur du virus et de la bactérie.

L'angine est bactérienne dans 20% des cas.

Pour déterminer si une angine est bactérienne, on dispose d'un test. Le résultat du test peut être positif ou négatif. Le test est conçu pour être positif lorsque l'angine est bactérienne, mais il présente des risques d'erreur :

- Si l'angine est bactérienne, le test est négatif dans 30% des cas ;
- Si l'angine est virale, le test est positif dans 10% des cas.

Les différents résultats seront arrondis au millième près.

Le COGES de l'établissement, avec les parents d'élèves, décident de la possibilité d'une fermeture temporaire du lycée au cas où 25 élèves sur un échantillon de 100 seraient atteints. Le proviseur du lycée voulant anticiper sur l'achèvement des programmes veut savoir si cette fermeture sera effective ou pas. Il te sollicite.

A l'aide de tes connaissances mathématiques au programme donne une réponse à la préoccupation du proviseur.