BAC BLANC RÉGIONAL **COEFFICIENT : 4**
SESSION 2025 **DURÉE : 4 H**

Fomesoutra.com ça soutra!

MATHÉMATIQUES

SÉRIE D

Cette épreuve comporte trois (03) pages numérotées : 1/3, 2/3 et 3/3.
Chaque candidat recevra deux (02) feuilles de papier millimétré.
L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé.

EXERCICE 1 (2 points)

Écris, sur ta feuille de copie, le numéro de l'affirmation suivi de V si l'affirmation est vraie ou F si l'affirmation est fausse.

N°	Affirmations
1	Si f est une fonction positive et continue sur l'intervalle $[a\,;b]$, alors : $\int_b^a f(x)dx \geq 0$.
2	Soient f et g deux fonctions dérivables sur un intervalle K dont les dérivées f' et g' sont continues sur K ; a et b deux éléments de K. On a : $\int_a^b f'(x)\, g(x)dx = [f'(x)g'(x)]_a^b + \int_b^a f(x)g(x)dx$.
3	La valeur moyenne μ d'une fonction h continue sur un intervalle $[p\,;q]$, $(p < q)$, est telle que : $\mu(q-p) = \int_p^q h(t)dt$.
4	v est une bijection d'un intervalle I sur un intervalle K et v^{-1} sa bijection réciproque. Si v est continue et strictement croissante sur I, alors v^{-1} est continue et strictement décroissante sur K.

EXERCICE 2 (2 points)

Écris sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé suivi de l'une des lettres A, B, C ou D qui permet d'obtenir l'affirmation correcte.

N°	Énoncés	Réponses	
1	On pose : $z = -\sqrt{3} + i$. On note r le module de z et θ son argument principal. On a :	A	$r = 2$ et $\theta = \frac{5\pi}{6}$
		B	$r = 2$ et $\theta = \frac{-5\pi}{6}$
		C	$r = 2$ et $\theta = \frac{2\pi}{3}$
		D	$r = 1$ et $\theta = \frac{5\pi}{6}$
2	Soit g la fonction continue, strictement décroissante sur $]0\,;+\infty[$ et définie par : $g(x) = 2 - ln\,(x)$. On note g^{-1} la bijection réciproque de g. On a : $(g^{-1})'(2) = \cdots$	A	-2
		B	-1
		C	1
		D	2
3	$\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} \frac{Cos\,x}{x - \frac{\pi}{2}} = \ldots$	A	-1
		B	0
		C	1
		D	2
4	La dérivée d'ordre 3 de la fonction h définie par $h\,(x) = 3\cos(2x+1)$ est :	A	$h^{(3)}(x) = -24\,cos(2x+1)$
		B	$h^{(3)}(x) = 24\,cos(2x+1)$
		C	$h^{(3)}(x) = 24\,sin(2x+1)$
		D	$h^{(3)}(x) = -24\,sin(2x+1)$

EXERCICE 3 **(2,75 points)**

Soit f la fonction continue sur $]1;+\infty[$ telle que : $f(x) = \frac{x}{(x-1)^4} + \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$. On note F une primitive de f sur $]1;+\infty[$.

1. On admet que : $\forall x \in]1;+\infty[, \frac{x}{(x-1)^4} = \frac{1}{(x-1)^3} + \frac{1}{(x-1)^4}$.
   Détemine une primitive sur $]1;+\infty[$ de la fonction : $x \mapsto \frac{x}{(x-1)^4}$.
2. a) Soit k la fonction dérivable sur $]1;+\infty[$ et définie par : $k(x) = ln\left(x + \sqrt{x^2-1}\right)$.
   Justifie que pour tout x élément de $]1;+\infty[$, $k'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$.
   b) Déduis-en une primitive sur $]1;+\infty[$ de la fonction :$x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$.
3. Détermine une primitive F de la fonction f sur $]1;+\infty[$.

EXERCICE 4 **(3,25 points)**

Le plan est muni d'un repère orthonormal direct$(O;\vec{u},\vec{v})$. *(Unité graphique 1 cm).*
Soit P le polynôme défini sur $\mathbb{C}$ par : $P(Z) = Z^3 - 3Z^2 + (3+3i)Z - 6 + 2i$.

1. a) Justifie que : $P(Z) = (Z+i)(Z^2 - (3+i)Z + 2 + 6i)$.
   b) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation : $P(Z) = 0$.
2. a) Soit les points A, B et C d'affixes respectives $-i$; $2i$ et $3-i$.
   Place ces points dans le repère$(O;\vec{u},\vec{v})$.
   b) Justifie que : $\frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A} = -i$.
   c) Déduis-en la nature exacte du triangle ABC.
3. Soit D le point du plan tel que : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.
   a) Calcule l'affixe de D.
   b) Justifie que le quadrilatère ABCD est un carré.

EXERCICE 5 **(5 points)**

On considère la fonction f définie sur [0 ;+∞[par : $\begin{cases} f(x) = \frac{x\ln x}{1+x} & ; si\ x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$.

On note (C_f) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$. (Unité graphique : 4 cm).

Partie A

Soit la fonction g dérivable sur $]0;+\infty[$ et définie par : $g(x) = 1 + x + \ln x$.

1. a) Calcule les limites de g en 0 et en $+\infty$.
   b) Détermine le sens de variation de g sur $]0;+\infty[$.
   c) Dresse le tableau de variation de g.
2. a) Justifie que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution β dans $]0;+\infty[$.
   b) Justifie que β appartient à l'intervalle $]0{,}2; 0{,}3[$.
   c) Démontre que : $\begin{cases} \forall x \epsilon]0;\beta[\,, g(x) < 0 \\ \forall x \epsilon]\beta;+\infty[\,, g(x) > 0 \end{cases}$

Partie B

1. a) Étudie la continuité de f en 0.

   b) Calcule $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$.

   c) Donne une interprétation graphique des résultats de la question 1.b).

2. a) Étudie la dérivabilité de f en 0, puis interprète graphiquement ce résultat.

   b) On admet que la fonction f est dérivable sur $]0; +\infty[$.

   Justifie que : si $x > 0$, $f'(x) = \frac{g(x)}{(1+x)^2}$.

3. Démontre que : $f(\beta) = -\beta$.

4. Dresse le tableau de variation de f sur $]0; +\infty[$.

5. Construis la courbe (C_f).

EXERCICE 6 (5 points)

Un jeune admirateur d'un artiste ivoirien veut se rendre au prochain concert de celui-ci prévu pour le 26 juillet 2025. N'ayant pas suffisamment d'argent pour l'achat du ticket du concert, sa petite sœur l'informe d'un jeu organisé par une société spécialisée dans la transformation de la noix de cajou en huile.

Il se rend au siège de l'entreprise et est reçu par le directeur commercial qui lui donne les informations suivantes

- dans le premier lot de tickets constitués du tiers des bouteilles mises en vente, 60% donne droit à un ticket de ce concert ;
- dans le deuxième lot de tickets, 25% des bouteilles donne droit à un ticket de ce concert.

Le jeune admirateur décide de participer au jeu. Il voudrait savoir à partir de combien de bouteilles, il aura au moins 9 chances sur 10 d'aller au concert.

Tu es son ami de quartier. Il te sollicite.

En utilisant tes connaissances mathématiques, réponds à la préoccupation de celui-ci.