

MATHÉMATIQUES

SÉRIE A2

Cette épreuve comporte deux pages numérotées 1/2 et 2/2

EXERCICE 1 (2 points)

Écris le numéro de chaque affirmation suivie de **VRAI** si l'affirmation est vraie ou de **FAUX** si elle est fausse.

1. Pour tout nombre réel strictement positif a , $\ln\left(\frac{a}{3}\right) = \frac{\ln a}{\ln 3}$
2. Si A est un évènement d'un univers Ω et \bar{A} son évènement contraire, alors $P(A) + P(\bar{A}) = 1$
3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = +\infty$
4. Si une fonction f est dérivable et strictement croissante sur l'intervalle $[a; b]$ telle que $f(a) < 0$ et $f(b) > 0$, alors l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans $]a; b[$.

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chaque énoncé du tableau ci-dessous, les informations des colonnes A, B, C et D permettent d'obtenir quatre affirmations dont une seule est vraie.

Écris le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la colonne qui donne l'affirmation vraie.

N°	Enoncés	A	B	C	D
1	Pour tous nombres réels strictement positifs a et b , on a : $\ln(ab) =$	$(\ln a) \times \ln b$	$\ln a + \ln b$	$\ln a - \ln b$	$a \times \ln b$
2	Soit f la fonction dérivable et définie sur l'intervalle $] -\infty; \frac{3}{2}[$ par : $f(x) = \ln(3 - 2x)$. Pour tout nombre réel x de $] -\infty; \frac{3}{2}[$ on a :	$f'(x) = \frac{2}{2x - 3}$	$f'(x) = \frac{-2}{2x - 3}$	$f'(x) = \frac{2}{3 - 2x}$	$f'(x) = \frac{3}{3 - 2x}$
3	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 - 1}{4 - 2x^2} =$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{4}$
4	L'ensemble des solutions de l'équation $(x - 2)\ln x = 0$ est :	$\{1; 2\}$	$\{1\}$	$\{e; 2\}$	$\left\{1; \frac{1}{e}\right\}$

EXERCICE 3 (5 points)

On considère le polynôme P définie par: $P(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$.

- 1) Justifie que : $P(x) = (x + 2)(x^2 - 3x + 2)$.
- 2) a) Résous dans \mathbb{R} l'équation : (E) $x^2 - 3x + 2 = 0$.
b) Justifie que l'ensemble des solutions de l'équation : $x \in \mathbb{R}, P(x) = 0$ est : $\{-2; 1; 2\}$
- 3) a) Déduis de la question précédente les solutions dans \mathbb{R} de l'équation : $(\ln x)^3 - (\ln x)^2 - 4\ln x + 4 = 0$.

EXERCICE 4 (6 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . Soit la fonction f dérivable sur $]0; +\infty[$ et définie par : $f(x) = 2x + 3 - \ln x$. On désigne par (C) la courbe représentative de f .

1) a) Justifie que $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$

b) Interprète graphiquement le résultat précédent.

2) On admet que pour tout nombre réel x de $]0; +\infty[$, $f(x) = x \left(2 + \frac{3}{x} - \frac{\ln x}{x} \right)$

Calcule $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

3) a) Justifie que pour tout nombre réel x de $]0; +\infty[$, $f'(x) = \frac{2x-1}{x}$,

b) Justifie que f est strictement décroissante sur $]0; \frac{1}{2}]$ et strictement croissante sur $[\frac{1}{2}; +\infty[$

c) Calcule $f\left(\frac{1}{2}\right)$ et dresse le tableau de variation de f .

Exercice 5 (5 points)

Pour la dotation en marqueurs des professeurs, un proviseur d'un lycée dispose d'un sac contenant des marqueurs. Pour un partage équitable, chaque professeur doit tirer au hasard et simultanément trois marqueurs du sac. Tous les marqueurs sont indiscernables au toucher.

Au passage de ton professeur d'anglais, le sac contient 12 marqueurs dont cinq noirs, quatre rouges et trois bleus.

Il souhaite savoir s'il a au moins 50% de chance d'avoir trois marqueurs de différentes couleurs. Pour cela il te sollicite.

A l'aide de tes connaissances en mathématiques, réponds à la préoccupation de ton professeur.