Ministère de l'éducation nationale et de la formation professionnelle, collège privé Karim Diarrassouba d'adiaké

BACCALAUREAT BLANC — Durée : 4 heures

SESSION FEVRIER 2022 — Coefficient : 4

MATHEMATIQUES

SERIE D

Cette épreuve comporte trois pages numérotées 1/3,2/3et 3/3

Chaque candidat recevra deux feuilles de papier millimétré.

Toute calculatrice scientifique est autorisée

EXERCICE 1 — 2 POINTS

Écris le numéro de chaque affirmation suivie de VRAI si l'affirmation est vraie ou de FAUX si l'affirmation est fausse

N°	Affirmations
1	Si $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$, alors la courbe représentative de f dans repère Orthogonal, admet en $+\infty$ une branche parabolique de direction l'axe de ordonnées.
2	Pour tout nombre réel x de l'intervalle $]0 ; +\infty [$, on a $\ln x > 0$.
3	Soit Ω l'univers d'une expérience aléatoire et P une probabilité définie sur $\wp(\Omega)$. Si A et B sont deux événements contraires, alors P(A)+P(B)=0.
4	Si une fonction numérique f de la variable réelle, définie en 2 est telle que $\lim_{x\to 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = 0$, alors la courbe représentative de f dans un repère orthogonal, admet au Point d'abscisse 2 une tangente parallèle à l'axe des abscisses.

EXERCICE 2 — 2 POINTS

Pour chaque ligne du tableau, une seule affirmation est juste. Ecris sur ta copie, le numéro de la ligne et la lettre correspondant à l'affirmation juste. **<u>Exemple : 5-C</u>**

N^0	Affirmations	A	B	C
1	Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+4}}$ On a :	$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}$	$f'(x) = \frac{-x}{(x^2+4)^{\frac{3}{2}}}$	$f'(x) = \frac{2x}{(x^2+4)\sqrt{x^2+4}}$
2	Soit X une variable aléatoire de loi de probabilité une loi binomiale de paramètre n=25 et de probabilité P= 0,12. On a :	E(X) = 0,3	$\sigma(X) = 1{,}62$	P(X=25) = 0,04
3	L'ensemble de définition de la fonction $x \longmapsto \ln(ln x)\ est$:	$]0;+\infty[$	$]1;+\infty[$	$]e;+\infty[$
4	Soit f une fonction continue sur un intervalle K et F une fonction dérivable sur K. Si F est une primitive de f sur K, alors pour tout nombre réel x de K, …	$F(x) = f(x)$	$F(x) = f'(x)$	$f(x) = F'(x)$

BONNE CHANCE ! , BONNE CHANCE ! BONNE CHANCE ! BONNE CHANCE ! , BONNE CHANCE !

EXERCICE 3 **2 POINTS**

On considère la fonction h définie par $h(x) = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)$.

1) Vérifier que h :$x \longmapsto \ln\left(x + \sqrt{x^2-1}\right)$ est une primitive sur $]1\,;+\infty[$ *de la* fonction $\boldsymbol{x} \mapsto \frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\boldsymbol{x^2-1}}}$
2) Déterminer une primitive g sur $]1;+\infty[$ *de la fonction* $x \longmapsto \frac{\boldsymbol{3x}}{\sqrt{\boldsymbol{x^2-1}}}$.
3) Déduire des questions précédentes la primitive sur $]1;+\infty[$ de t $:x \mapsto \frac{5x-4}{\sqrt{x^2-1}}$, qui s annule en 2.

EXERCICE 4 **5 POINTS**

Une équipe de basket contient $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}$ *de gauchers*.

- Un gaucher à 65% *de chance de réussir un panier*.
- Un droitier à 5% *de chance de rater un panier*.

On note les évènements suivants :
G « le joueur est gaucher », R « le joueur réussit le panier ».

On choisit au hasard un joueur de cette équipe.

1) Faire l'arbre de choix des probabilités.
2) Calculer la probabilité des évènements suivants :
   A « le joueur est droitier et réussit le panier »
   B « le joueur est gaucher et ne réussit pas le panier »
   C « le joueur est gaucher et réussit le panier »
3) En déduire que la probabilité afin qu'un panier soit réussi est P(R)=0,85.
4) Calculer la probabilité afin qu'un joueur ayant raté le panier soit gaucher.
5) Quatre joueurs s'essayent successivement au lancer du panier.
   Soit X la variable aléatoire égale au nombre de foi que le panier réussisse.
   a) Justifier que X suit une loi binomiale et préciser les paramètres de cette loi.
   b) Sans donner la loi de probabilité de X calculer E(X) puis V(X).

EXERCICE 4 **5 POINTS**

Soit la fonction g définie sur $]0;+\infty[$ par : g(x) = $x^2 - 1 - \ln x$.

1. Montrons que g est continue en 1
2. a) Montrons que $\lim_{x\to 0} g(x) = +\infty$ *et* $\lim_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$

BONNE CHANCE ! , BONNE CHANCE ! BONNE CHANCE ! BONNE CHANCE ! , BONNE CHANCE !

b) Interpréter graphiquement les résultats obtenus

3. Montrer que g est dérivable en 1 et donner une Interprétation graphique
4. Démontre que pour tout nombre réel strictement positif x, g'$(x) = \frac{2x^2-1}{x}$
5. a) Détermine les variations de g et dresse son tableau de variation

   b) Démontre que l'équation g(x) = 0 admet une solution unique α sur $\left]0;\frac{\sqrt{2}}{2}\right[$

   c) Justifie que : $0{,}4 < \alpha < 0{,}5$

6. Déduis de tout ce qui précède que : $\begin{cases} \forall x \in]0;\alpha[U]1;+\infty[, g(x) > 0 \\ \forall x \in]\alpha;1[, \quad g(x) < 0 \end{cases}$

EXERCICE 6 **4 POINTS**

Une entreprise fabrique et vend des téléphones portables. Sa capacité journalière de production est comprise entre **0** et **18** portables. On suppose que toute la production est vendue. Le cout de production en milliers de francs de x téléphones portables est donné par **:**

C(x) = $\boldsymbol{x^3 - 25x^2 + 280x + 400}$. La recette de la vente de *x* téléphones portables est

R(x) = 480x$\boldsymbol{-20x^2}$. L'entreprise veut réaliser un bénéfice maximal.
En tant que stagiaire dans cette entreprise, le Directeur te demande de déterminer le nombre de téléphones portables à produire par jour pour que le bénéfice soit maximal.
A l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques, propose une solution au directeur

BONNE CHANCE ! , BONNE CHANCE ! BONNE CHANCE ! BONNE CHANCE ! , BONNE CHANCE !