DIRECTION GENERALE DES EXAMENS,
DE LA CERTIFICATION ET DES CONCOURS
----------0----------
DIRECTION DE L'EXAMEN DU BACCALAUREAT

BURKINA FASO
La Patrie ou la Mort, nous Vaincrons

EXPÉRIMENTATION D'UN NOUVEAU FORMAT D'ÉPREUVES DU BACCALAUREAT

Série D

Coefficient : 05
Durée : 04 heures

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Cette épreuve comporte 4 pages
Les calculatrices ne sont pas autorisées

Exercice 1 (4 points)

Pour chaque question, une seule des quatre propositions a) b) c) et d) est exacte. Écris sur ta feuille de copie le numéro de l'énoncé suivi de la lettre qui correspond à la bonne réponse.

1) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormal direct $(O;\vec{u},\vec{v})$, on donne le point G d'affixe $-5+5i\sqrt{3}$. Quelle est la mesure principale de l'angle orienté $\left(\widehat{\vec{u},\overrightarrow{OG}}\right)$? **(0,5 pt)**

a) $-\frac{\pi}{3}$; b) $-\frac{2\pi}{3}$; c) $\frac{\pi}{3}$; d) $\frac{2\pi}{3}$.

2) Quel est l'ensemble solution dans $\mathbb{C}$, de l'équation :
$z^2+(2+3i)z-2(1-2i)=0$? **(0,5 pt)**
$a)\{-2i\,;2-i\}$; b) $\{2i\,;\,2-i\}$; c) $\{-2i\,;-2-i\}$; d) $\{2i\,;-2-i\}$

3) On donne le tableau de variation ci-contre de la fonction f, continue sur l'intervalle $[-1;3]$.
Dans l'intervalle $[-1;3]$, quel est le nombre exact de solutions de l'équation $f(x)=0$? **(0,5 pt)**

x	-1		1		2		3
f'(x)			$\Vert$		$\Vert$		
f(x)	-2	↗	2	↘	-1	↗	-0.5

a) 3 ; b) 2 ; c) 1 ; d) 0.

4) On considère le système : $(x\,;y)\in\mathbb{R}\times\mathbb{R}$, $\begin{cases}3lnx-lny=-7\\ lnx-lny=-3\end{cases}$.
Les solutions étant notées sous forme de couple $(x\,;y)$, quel est l'ensemble solution de ce système ? **(0,5 pt)**
$a)\ \{(-e^2;e)\}$; b) $\{(e^{-2};e)\}$; c) $\{(e;e^{-2})\}$; d) $\{(e;-e^{-2})\}$.

5) Dans quel cas, la fonction g définie sur $\mathbb{R}$, est la solution de l'équation différentielle suivante : $y' + (ln3)y = 0$ et telle que $g(-1) = \frac{1}{2}$? **(0,5 pt)**

a) $g(x) = \frac{1}{2}e^{xln3}$; b) $g(x) = \frac{1}{2}e^{-xln3}$; c) $g(x) = \frac{1}{6}e^{-xln3}$; d) $g(x) = \frac{3}{2}e^{xln3}$.

6) On considère la fonction g définie dans $\mathbb{R}$, par $g(x) = (\ln(sinx))^2$. g' étant la fonction dérivée de g, quelle est l'expression de $g'(x)$? **(0,5 pt)**

a) $\frac{2}{sinx}$; b) $-2\left(\frac{cosx}{sinx} \times \ln(sinx)\right)$; c) $\frac{2\ln(sinx)}{sinx}$; d) $2\left(\frac{cosx}{sinx} \times \ln(sinx)\right)$

7) Une variable aléatoire Y prend les valeurs $3, 4, 5$ et 6. Sachant que

$p(Y > 5) = \frac{1}{3}$; $p(Y = 3) = \frac{1}{2}$ et $p(Y = 4) = p(Y = 5)$, quelle est la valeur de $p(Y = 5)$?

(0,5 pt)

a) $\frac{1}{12}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{1}{2}$

8) Soit la courbe (C) dont une représentation paramétrique dans un repère $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ est :

$\begin{cases} x(t) = 3sin(t) \\ y(t) = 2cos(t) \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

Lequel des vecteurs ci-dessous est un vecteur directeur de la tangente au point de (C) correspondant au paramètre $t = \frac{\pi}{4}$? **(0,5 pt)**

a) $\vec{u}\binom{3}{-2}$ b) $\vec{u}\binom{3}{2}$ c) $\vec{u}\binom{1}{0}$ d) $\vec{u}\binom{0}{1}$

Exercice 2 : Situation d'intégration **(5 points)**

Monsieur KOBENA a une somme de 4 000 000 de francs qu'il veut épargner en vue de réaliser son projet d'agriculture et d'élevage, à hauteur de 5 millions de francs.

La banque lui offre deux options :

Option A : Un taux d'intérêt annuel composé de 3,5 % (les intérêts s'ajoutent au capital à la fin de l'année).

Option B : Un taux d'intérêt annuel simple de 4,5 % (les intérêts ne sont pas ajoutés au capital à la fin de l'année).

En plus, M. KOBENA possède dans son village un terrain dont la surface est assimilable à un demi-disque de centre O et de rayon 100 m (confère support).

Sur ce terrain, pour des raisons personnelles, il veut mettre en œuvre son projet sur une surface rectangulaire (hachurée sur la figure). Le coût total du projet sera financé par les fonds de son épargne (capital +intérêts). Il veut céder la partie restante du terrain à son frère cadet.

Pour ce faire, il souhaiterait que l'aire de la partie rectangulaire soit maximale.

Ce qui l'amène à se poser un certain nombre de questions :

- Comment faire le tracé pour que l'aire de la surface rectangulaire soit maximale ?
- Pour chacune des options de la banque, quel est le temps nécessaire qu'il lui faudra pour obtenir les fonds nécessaires à la réalisation de son projet ?

De ce fait, il te sollicite afin d'obtenir des réponses idoines à ses préoccupations.

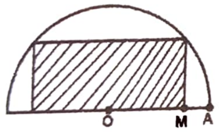
En tant qu'élève de la classe de terminale D, à l'aide d'une production argumentée et détaillée, répond aux préoccupations de M. KOBENA en traitant les questions suivantes :

1) A quelle distance du point O doit-on placer le point M pour que la surface rectangulaire ait une aire maximale ?

2) Pour l'option A, quel est le nombre minimal d'années d'épargne nécessaire à M. KOBENA, pour obtenir les 5 millions, si la date de dépôt des 4 millions est le 31 décembre 2025 ?

3) Pour l'option B, quel est le nombre minimal d'années d'épargne nécessaire à M. KOBENA, pour obtenir les 5 millions, si la date de dépôt des 4 millions est le 31 décembre 2025 ?

Support



NB : O est le mileu du cote du rectangle situé sur la droite (OA)

On donne : $ln(1{,}25) = 0{,}22$; $ln(1{,}035) = 0{,}034$ $\sqrt{16 - \pi^2} = 2{,}46$

$\sqrt{1925} = 35{,}05$ $\sqrt{8075} = 71.94$ $\sqrt{2}$=1.41 ; $\pi \approx 3{,}14$

Problème (11points)

Partie A (8,25 points)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :$f(x) = \frac{e^{1-3x}}{1+e^{-3x}}$

On désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ d'unité graphique 2 cm.

1) Calcule $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to+\infty} f(x)$. Donne une Interprétation graphique des résultats. **(1,25pt)**

2) Étudie le sens de variations de f et dresse son tableau de variations. **(1,5pt)**

3) a) Montre que le point de coordonnées $\left(0;\frac{e}{2}\right)$ est un centre de symétrie de la courbe (C). **(0,5 pt)**

b) Détermine l'équation réduite de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 0. **(0,5pt)**

4) Trace (T) et (C) et les asymptotes dans le repère. **(1,25 pt)**

5) Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :$h(x) = f(|x|)$. On note (C') sa courbe représentative dans le repère $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

a) Étudie la parité de h et explique comment obtenir la courbe (C') à partir de (C) **(1pt)**

b) Trace (C') en pointillés. **(0,5pt)**

6) Soit α un réel strictement positif. On pose $I_\alpha = \int_0^\alpha f(t)dt$.

a) Détermine le signe de I_α et donne une interprétation de I_α. **(0,5pt)**

b) Exprime I_α en fonction de α et calcule $\lim_{\alpha\to+\infty} I_\alpha$. **(1pt)**

Partie B (2,75 points)

Soit la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n non nul par : $u_n = \int_0^1 \left(e^{\left(\frac{x}{n}\right)}\right) f(x)dx$.

1) a) Montre que $\forall n \in \mathbb{N}^*$, on a : $u_n \geq 0$. **(0,5pt)**

b) Montre que la suite (u_n) est décroissante. **(0,5pt)**

c) La suite (u_n) est-elle convergente ? Justifie ta réponse. **(0,5pt)**

2) a) Montre que $\forall n \in \mathbb{N}^*$, on a : $I_1 \leq u_n \leq \left(e^{\frac{1}{n}}\right) I_1$, où I_1 est l'intégrale définie en A) 6) pour $\alpha = 1$. **(1pt)**

b) Détermine $\lim_{n\to+\infty} u_n$. **(0,25pt)**

On donne : e ≈ 2,7

FIN