LYCEE CHEIKH HAMDANE D'ABECHE

BACCALAUREAT BLANC SESSION DE MAI 2025

Prof : ***ABDELAZIZ ALI MAMOUNE***

SERIE D

EPREUVE : MATHEMATIQUES

Durée : 4heures
Coef : 4

NB : le candidat choisira un exercice entre 1 et 2.

I- EXERCICE N° 1

$\forall n \in IN$, on définit la suite (U_n) $n \in IN^*$ par :

$U_n = \int_{\ln(n)}^{\ln(n+1)} e^{2x}dx$

1) Calculer U_n en fonction de n
2) Montrer que (U_n) $n \in IN^*$ est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme.
3) Calculer $Sn=U_1+U_2+\ldots+U_{2n}$
4) On pose : $Vn = e^{Un}$ $\forall \geq 1$
   a) Montrer que (Vn) est une suite géométrique
   b) La suite (Vn) est-elle convergente ?
   c) Calculer Pn = $\pi_{k=1}^{2n}$ V_K et $S'_n=\sum_{K=1}^{2n} V_K$

I- On considère la suite (Un) définie par : $U_0 = 4$ *et* $U_{n+1} = U_n^2 + 2U_n$ pour tout $n \in IN$ et $V_n = \ln(U_n + 1)$.

1- Montrer que (Vn) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le 1er terme.
2- Exprimer V_n puis Un en fonction de n.
   Calculer la somme : $S_n = V_0 + V_1 + \cdots + V_n$ en fonction de n.

EXERCICE N° 2

On considère les suites U_n et V_n définies respectivement par :

$U_0=3$; $U_1=5$ et $\forall n \in \mathbb{N}$, $U_{n+2} = \frac{1}{2}(a+1)^2U_{n+1} + (a-2)U_n$ et $V_n = U_{n+1} - U_n$

1- On pose a=1, démontrer que la suite (V_n) est constante et donner sa valeur.
2- En déduire que (U_n) est une suite arithmétique de raison 2.
3- On pose $S_n = U_0+U_1+\ldots+U_n$;
   Exprimer U_n puis S_n en fonction de n.
4- On pose a= -5
   a) Démontrer que la suite V_n est une suite géométrique de raison égale à 7.
   b) Exprimer V_n en fonction de n.
   c) $\forall n \geq 1$, exprimer en fonction de n $T_n=V_0 + V_1 + \cdots + V_{n-1}$
   d) Exprimer U_n en fonction de T_n

EXERCICE N° 3

On considère l'équation (E) : $Z^3 - 2Z^2 - iZ + 3 - i = 0$

1- a) Démontrer que (E) admet une solution réelle α
   b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E)
2- le plan complexe est muni du repère $(O, \vec{U}, \vec{V})$. On considère les points A, B et C d'affixes respectives -1 ; 2+*i* et 1-*i*.
   a) Placer les points A, B et C
   b) Démontrer que le triangle ABC est rectangle et isocèle
3- a) Déterminer la similitude plane directe S qui applique B sur A et C sur B puis donner ses éléments caractéristiques.
   b) Donner l'expression analytique de S
   c) Donner l'expression analytique puis l'écriture complexe de S^{-1}
   d) Déterminer et construire l'image C' de C par S.

Chargé du cours : ABDELAZIZ ALI MAMOUNE

Tournez la page

EXERCICE N° 4

Une urne contient 5 boules portant le numéro 2, quatre boules portant le numéro 3 et trois boules portant le numéro 4.

On tire simultanément trois boules de l'urne. On suppose que tous les tirages sont équiprobables.

1. Déterminer les probabilités des évènement suivants :
   A : « Tirer au moins une boule portant le numéro 3 »
   B : « Tirer trois boules portant des numéros tous différents »
   C : « Tirer trois boules portant le même numéro »
   D : « Tirer trois boules dont exactement deux portent le même numéro »
2. Soit X la variable aléatoire égale à la somme des numéros marqués sur les trois boules tirées.
   a) Quelles sont les valeurs prises par X ?
   b) Déterminer la loi de probabilité de X.
   c) Calculer l'espérance mathématique de X.
3. On appelle un succès l'évènement E : « $X \geq 10$ »
   a) Calculer la probabilité de E
   b) On répète 3 fois l'expérience de manière indépendante. Calculer la probabilité d'obtenir exactement 2 succès.

PROBLEME

Considéré la fonction *f(x)* définie sur IR par :

$f(x) = \begin{cases} \frac{\ln x}{1+x}, \text{ si } x \geq 1 \\ \frac{1}{e^{x-1}}, \text{ si } x < 1 \end{cases}$ on note (C) la courbe de f

$\|i\| = 1cm \; et \; \|i\| = 2cm$

Partie A :

Soit ***g*** la fonction définie sur I=$[1; +\infty[$ par : *g(x)*= 1 + *x* - *xlnx*

1) Calculer les limites de *g(x)* sur I.
2) Etudier le sens de variation de *g(x)* et dresser son TV
3) Démontrer que l'équation *g(x)* = 0 admet une unique solution $x \epsilon$ I. Vérifier que $x \epsilon$]3,5 ; 4[
4) Déduire de ce qui précède le signe de *g(x)* sur I.

Partie B :

1) Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$
2) Etudier la dérivabilité de f en 1. Interpréter le résultat.
3) Calculer $f'(x)$ $\forall x \in IR'\{1\}$ et vérifier que$\forall x \in I \; f'(x) = \frac{g(x)}{x(1+x)^2}$
4) En déduire le signe de $f'(x)$$\forall x \in IR'\{1\}$ puis dresser le tableau de variation de *f(x)*.
5) Montrer que $f(x) = \frac{1}{\propto}$
6) Construire (C), ses tangentes et ses asymptotes.

Partie C :

On pose : $J_n = \int_1^e x^2(lnx)^n dx \; \forall n \in IN$

1) Calculer J_0
2) Monter que $J_n \geq O \;\; \forall n \epsilon IN$
3) Montrer que (J_n) est décroissante
4) Montrer que (J_n) est convergente
5) En utilisant une IPP, démontrer que $\forall n \epsilon IN$
   $3J_{n+1} + (n+1)J_n = e^3$
6) En déduire les valeurs exactes deJ_1et J_2.

Chargé du cours : ABDELAZIZ ALI MAMOUNE