REPUBLIQUE DU CAMEROUN
MINESEC / DRLT / DDSM
COLLEGE POLYVALENT GEORGES SCHWAB

Collège Polyvalent Georges Schwab
1er & 2nd cycle général et technique

Année scolaire : 2023-2024
Classe : Tle C
Durée : 4h Coefficient : 7
Prof : T. N. AWONO MESSI
Samedi, 14 Octobre 2023

Cette épreuve, étalée sur deux pages, est notée sur 20 points. Toutes les questions sont obligatoires.

EPREUVE DE MATHEMATIQUES N°1 DU 1er TRIMESTRE

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : (15 points)

EXERCICE 1 : (3,25 points)

1. **(a)** Vérifie que le couple $(5;-7)$ est une solution de l'équation $(E): 13x+7y=16$. **0,25pt**
   (b) Détermine tous les couples d'entiers relatifs $(x;y)$ vérifiant l'équation (E). **0,75pt**
2. n désigne un entier naturel. On pose $A=3^{2n+1}+2^{n+2}$.
   (a) Détermine suivant les valeurs de n le reste de la division euclidienne de 3^n par 5. **0,75pt**
   (b) Déduis-en le reste de la division euclidienne de 8^{2023} par 5. **0,5pt**
   (c) Montre que A est divisible par 7. **0,5pt**
3. Effectue la division euclidienne de -1600 par 93. **0,5pt**

EXERCICE 2 : (4,25 points)

1. a et b sont deux entiers naturels non nuls $(a<b)$.
   Trouve a et b sachant que $ab=1734$ et $PGCD(a;b)=17$. **1pt**
2. Dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$, on donne les points $A(-3;28)$ et $B(24;10)$.
   (a) Démontre que l'équation de la droite (AB) s'écrit $2x=3(26-y)$. **0,5pt**
   (b) Déduis-en les points du segment $[AB]$ dont les coordonnées sont entières. **1pt**
3. Résous l'équation $x^2-6x+54=y^2$ où x et y sont des nombres entiers naturels. **1,25pt**
4. Justifie que le nombre 503 est premier. **0,5pt**

EXERCICE 3 : (4,25 points)

A) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=2x^3-3x^2-1$.

1. Etudie les variations de f et dresse son tableau de variations. **1pt**
2. Démontre que l'équation $f(x)=2$ admet une unique solution α sur $\mathbb{R}$. **0,5pt**
3. Détermine un encadrement de α à 10^{-2} près. **0,75pt**

B) Calcule chacune des limites suivantes :

a) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x^2+4x}-x$; **b)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^3+2x^2-x-2}{x^2-4}$; **c)** $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{\sqrt{3x}-3}{x-3}$; **d)** $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{\sin 2x}{\sqrt{1-\cos x}}$ **2pts**

EXERCICE 4 : (3,25 points)

On considère la fonction définie f sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\cos 2x-2\cos x$.

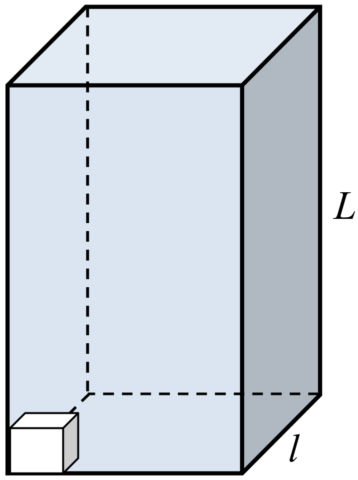
1. Etudie la parité de f et montre que f est périodique de période 2π sur $\mathbb{R}$. **0,5pt**
2. Montre que la dérivée f' de f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f'(x)=2\sin x(1-2\cos x)$. **0,5pt**

3. Etudie le signe de f' sur l'intervalle $[0;\pi]$. **0,75pt**
4. Dresse le tableau des variations de f sur l'intervalle $[0;\pi]$. **0,5pt**
5. Construis la courbe $\mathscr{C}$ de f sur l'intervalle $[-\pi;3\pi]$. **1pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)

<u>SITUATION</u> :

M. ONANA dispose d'une caisse ayant la forme d'un parallélépipède rectangle de hauteur L et de base carrée de côté l où l et L sont des entiers naturels non nuls tels que $(l < L)$. Il souhaite remplir la caisse avec des cubes, tous identiques, dont l'arête d (en cm) est un entier naturel non nul le plus grand possible. Les cubes doivent remplir complètement la caisse sans laisser d'espace vide. Le volume $\mathscr{V}$ de la caisse est égal à $77760cm^3$ et la valeur maximale de l'arête $d = 12cm$.



Pour le transport des cubes afin de remplir sa caisse, **M. ONANA** fait appel à un groupe composé de garçons et de filles. Il a dépensé au total 10.000 FCFA pour payer chaque garçon à 800FCFA et chaque fille à 500 FCFA. Il y a plus de garçons que de filles.

Le code de la carte de crédit de **M. ONANA** est un nombre de 4 chiffres qui ne commence pas par 0. Son fils Paul, élève en classe de **TC** a remarqué qu'en ajoutant au code de sa carte le nombre 17, il obtient un carré parfait. De même, en ajoutant au code le nombre 86, il obtient un autre carré parfait.

Tâches :

1. Détermine les dimensions possibles de cette caisse. **1,5pt**
2. Détermine le nombre de garçons et le nombre de filles du groupe. **1,5pt**
3. Détermine le code de sa carte de crédit. **1,5pt**

Présentation générale : 0,5pt